

討 8 連 鑄 鑄 片 バ ル ジ ン グ の 数 学 的 解 析 法

新日本製鐵 基礎研究所 松宮 徹 ・ 梶岡博幸
生産技研 中村 泰

1. 緒 言

ここ2,3年の間に、連鑄鑄片が鑄造方向に移動する点を考慮した鑄片バルジングの動的解析法が開発されてきた。¹⁻⁴⁾ これらの解析法は、静止している鑄片の変形を計算するモデルに較べ、より忠実にバルジングを解析している。計算時間から見ると、有限要素法によるより¹⁾、梁の変形理論に基いて²⁻⁴⁾ 解析する方がかなり経済的であるが、従来の梁の変形理論に基いた動的解析法には以下にあげる欠点がある。①文献4)を除く解析では境界条件に問題があり、同じ解析法を隣接ロール区間にも適用すると、ロール直上で変形応力が ∞ になり、曲げモーメントの均衡も成立しない。②弾性・塑性・クリープの各歪を同時にとり込んで計算できない。③凝固殻横断面に作用する剪断力による変形を無視している。そこで筆者らは上記の点を改良した解析法の開発を行って来た。⁵⁾

2. 鋼の高温変形挙動のモデル化

鑄片は1ロール区間通過する毎にバルジングを繰り返し、その結果、凝固殻内の各要素は圧縮-引張の繰り返し応力を受ける。従ってバルジングを解析する場合使用すべき鋼の変形挙動は、このような応力履歴を受けた後の変形挙動でなければならず、この観点で鋼の変形強度は今後さらに研究されるべきである。本解析では仮に、次のように鋼の変形挙動をモデル化した。すなわち、応力が作用した時に瞬間的に生ずる歪と経時的に生じる歪があるとした。前者については、図1に示すように、応力負荷時には(1)式に従って弾性歪 ϵ_e と、(2)式に従って瞬時的塑性歪 ϵ_p が変化し、応力除荷時には ϵ_p は変化せず、 ϵ_e だけが変化するとした。

$$\epsilon_e = \sigma / E \dots\dots(1), \quad \sigma [\text{kg/cm}^2] = A \cdot \Delta \epsilon_p \cdot |\Delta \epsilon_p|^{n-1} \dots\dots(2)$$

ここで σ : 応力, E : 弾性率, A , n : 定数である。弾性率は宮下ら⁶⁾の測定値を用いた。 A , n の値は歪速度 $6.7 \times 10^{-2} / \text{sec}$ で行った引張試験に基いて定めた。⁷⁾ $n = 0.35$ で A は温度 T ($^{\circ}\text{C}$)の関数として(3)式で近似した。前報⁵⁾では ϵ_p を無視していた(Fig. 1中破線の関係)。

$$\left. \begin{aligned} A &= 4.0 (1300 - T); & T < 1100^{\circ}\text{C} \\ A &= 2.2 (1550 - T); & T \geq 1100^{\circ}\text{C} \end{aligned} \right\} (3)$$

経時的に生じる歪は、クリープ試験で得られた応力負荷後10sec後のクリープ歪速度で増加するものとした。その速度は次式で表わされた。

$$\dot{\epsilon}_c [1/s] = \alpha \cdot \{\sigma [\text{kg/cm}^2]\}^m \dots\dots(4)$$

$$\alpha = 0.0806 \exp \{ 28392 / (T + 273) \} \dots\dots(5)$$

ここで $m = 3.15$ である。 $\dot{\epsilon}_c$: クリープ歪速度である。

3. バルジングの数学解析モデル

鑄片広面凝固殻の幅中央縦断面(鑄造方向に平行)の変形を一次元梁の変形とみなして解析した。Fig. 2にバルジングの模式図と座標系を示す。以下の仮定・近似を用いた。

①バルジングはロールピッチ L を周期とする x の周期関数である。こ

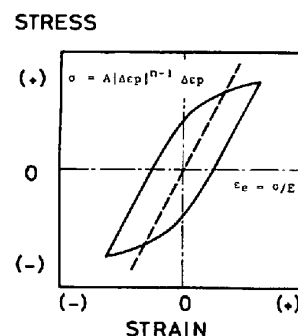


Fig. 1 The Modeled Relation between stress and strain appearing instantaneously by the application of stress.

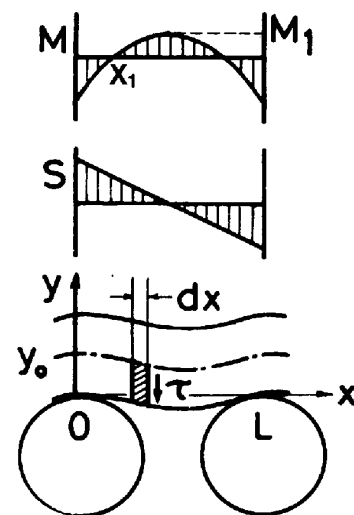


Fig. 2 Schematic diagram of slab bulding, coordinate system and the distributions of the bending moment(M) and the shear force(S).

のことは、Lの変化が小さく、シェル厚・温度、静圧の変化も少なく、これらを一定と近似している。

②曲げモーメントMにより弾性曲げ、塑性曲げ、クリープ曲げを別個に扱い、それぞれの曲げは、凝固殻の横断面を平面に保ちながら生じると考える。

③弾性・塑性・クリープの剪断歪を②で考えたそれぞれの曲げ変形の中立軸で計算し、梁の剪断変形を代表させる。

④弾性・塑性・クリープの曲げの中立軸の位置の違いを無視する。(曲率に較べて小さい。)

⑤Misesの降伏説を多軸塑性変形および多軸クリープ⁸⁾に適用する。

⑥x-y平面応力を仮定し、y方向の垂直応力および、曲げの中立軸位置以外での剪断応力を無視する。

仮定①はロールピッチに急激な変化のない湾曲型铸造機の水平部近傍のバルシングを解析するにはこの解析法が適していることを示す。従来のモデル^{2,3)}ではx=0でクリープ曲げによる曲率 $d^2 \delta_c^B / dx^2$ が0になる境界条件を用い、反面x=Lでの $d^2 \delta_c^B / dx^2$ には何ら条件が課せられていないし、かつロール区間中央x=L/2に対して対称なMの分布を用いていない。従って、同じモデルを隣接したロール区間にも適用すると、ロール直上で $d^3 \delta_c^B / dx^3 = \infty$ 、すなわち $\sigma = \infty$ でなければならず、また、ロール値上でMの平衡がとれない。本モデルではまず(6)式に示すような対称な分布を示すMを用いた。

$$M = M_1 - P(x - L/2)^2 / 2 \dots\dots(6) \quad (M_1: \text{未知の定数}, P: \text{溶鋼静圧})$$

この静圧による曲げモーメントMで誘起される弾性曲げの曲率、塑性曲げの曲率、クリープ曲げの曲率変化は次式で表わされる。($\delta_e^B, \delta_p^B, \delta_c^B$: 弾性曲げ、塑性曲げ、クリープ曲げによるシェル変位)

$$\left. \begin{aligned} d^2 \delta_e^B / dx^2 &= M / I_e \quad \dots\dots(7) & (I_e &= \int_0^s E (y - y_0^e)^2 dy) \\ d^2 \delta_p^B / dx^2 &= A_1' ; (0, x_1) & (I_p &= \int_0^s A |y - y_0^p|^{n+1} dy) \\ &= A_1' + M |M|^{1/n-1} / I_p^{1/n} ; (x_1, L/2) \\ &= A_1' + [M |M|^{1/n-1}]_{x=L/2} / I_p^{1/n} ; (L/2, L-x_1) \\ &= A_1' + [M |M|^{1/n-1}]_{x=L/2} / I_p^{1/n} + M |M|^{1/n-1} / I_p^{1/n} ; (L-x_1, L) \end{aligned} \right\} (8)$$

$$d^3 \delta_c^B / dx^3 = M |M|^{m-1} / V \cdot I_c^m \dots(8a) \quad (I_c = \int_0^s (1/\alpha)^{1/m} |y - y_0^c|^{1/n+1} dy)$$

ここで、sは凝固シェル厚、 A_1' は未知の定数、 y_0^e, y_0^p, y_0^c は弾性曲げ・塑性曲げ・クリープ曲げの中立軸の位置である。Vは铸造速度である。

曲げの中立軸における剪断応力はFig.2に斜線で示したdxの厚みの微小部分のx方向の力の均合いを考えることにより計算できる。(仮定⑥を用いる。)

$$\tau(y_0^e) = P(L/2 - x) / I_e \cdot \int_0^{y_0^e} E (y_0^e - y) dy \quad : \text{弾性曲げ中立軸における剪断応力} \dots\dots(9)$$

$$\tau(y_0^p) = P(L/2 - x) / I_p \cdot \int_0^{y_0^p} A (y_0^p - y)^n dy \quad : \text{塑性曲げ中立軸における剪断応力} \dots\dots(10)$$

$$\tau(y_0^c) = P(L/2 - x) / I_c \cdot \int_0^{y_0^c} \alpha^{-1/m} (y_0^c - y)^{1/m} dy \quad : \text{クリープ曲げ中立軸における剪断応力 (1)}$$

弾性論⁹⁾および仮定⑤により、剪断応力と剪断歪の関係は以下の式で表わされる。

$$r(y_0^e) = \{ 2(1 + \nu) / E(T_{y_0^e}) \} \cdot \tau(y_0^e) \quad : \text{弾性剪断歪} \dots\dots\dots(12)$$

$$\Delta r(y_0^p) = \sqrt{3}^{1/n+1} A(T_{y_0^p})^{-1/n} \tau(y_0^p) \cdot |\tau(y_0^p)|^{1/n-1} \quad : \text{塑性剪断歪変化} \dots\dots\dots(13)$$

$$\dot{r}(y_0^c) = \sqrt{3}^{m+1} \alpha(T_{y_0^c}) \tau(y_0^c) \cdot |\tau(y_0^c)|^{m-1} \quad : \text{クリープ剪断歪速度} \dots\dots\dots(14)$$

ここで $T_{y_0^e}, T_{y_0^p}, T_{y_0^c}$ は $y = y_0^e, y_0^p, y_0^c$ での温度を示す。(12)~(14)式を以下の式に適用して剪断変形による梁の傾きが求められる。

$$d \delta_e^s / dx = -r(y_0^e) \quad \delta_e^s : \text{弾性剪断変形による凝固殻の変位} \dots\dots(15)$$

$$\begin{aligned} d \delta_p^s / dx &= A_2'' ; (0, L/2) & \delta_p^s : \text{塑性剪断変形による凝固殻の変位} \dots\dots(16) \\ &= A_2'' - d r(y_0^p) ; (L/2, L) \end{aligned}$$

$$d \delta_c^s / dx = A_2 - \int_0^x \dot{\gamma} (y_0^c) dx \frac{1}{V}, \quad \delta_c^s : \text{クリープ剪断変形による凝固殻の変位} \dots \dots \dots (17)$$

(8)式, (16)式の導出の際には応力値が減少する応力除荷過程は塑性変形の変化がないことを仮定した。仮定①により, 以下の境界条件が得られる。

$$[d^2 \delta^B / dx^2]_{x=L} = [d^2 \delta^B / dx^2]_{x=0}, \quad \delta^B = \delta_e^B + \delta_p^B + \delta_c^B \dots \dots \dots (18)$$

$$[d \delta^B / dx]_{x=L} = [d \delta^B / dx]_{x=0} \dots \dots \dots (19)$$

$$[\delta^B + \delta^s]_{x=L} = [\delta^B + \delta^s]_{x=0} = 0, \quad \delta^s = \delta_e^s + \delta_p^s + \delta_c^s \dots \dots \dots (20)$$

(15)~(17)式に (9)~(14)式を適用すると, 剪断変形による凝固殻の傾き $d \delta^s / dx$ については自動的に仮定①が満たされていることが判る。各歪の重ね合せの妥当性は仮定④に基く。(18)式より M_1 を求める。

(8a)を積分して $d^2 \delta_c^B / dx^2$ を求める。積分定数を A_1 とする。

$$d^2 \delta_c^B / dx^2 = \int_0^x (d^3 \delta_c^B / dx^3) dx + A_1 \dots \dots \dots (21)$$

(7), (8)式と(21)式の和を積分して $d \delta^B / dx$ を求める。積分定数を A_2 とする。

$$d \delta^B / dx = \int_0^x \{ d^2 \delta^B / dx^2 (A_1 + A_1') \} dx + A_2 \dots \dots \dots (22)$$

(22)式と(15)~(17)式の和を積分して総変位 $\delta = \delta^B + \delta^s$ を求める。積分定数を A_3 とする。

$$\delta = \delta^B + \delta^s = \int_0^x \{ [d \delta^B / dx + d \delta^s / dx] (A_1 + A_1', A_2 + A_2' + A_2'') \} + A_3 \dots \dots \dots (23)$$

未知の定数 $A_1 + A_1', A_2 + A_2' + A_2'', A_3$ を(19), (20)の境界条件より求める。

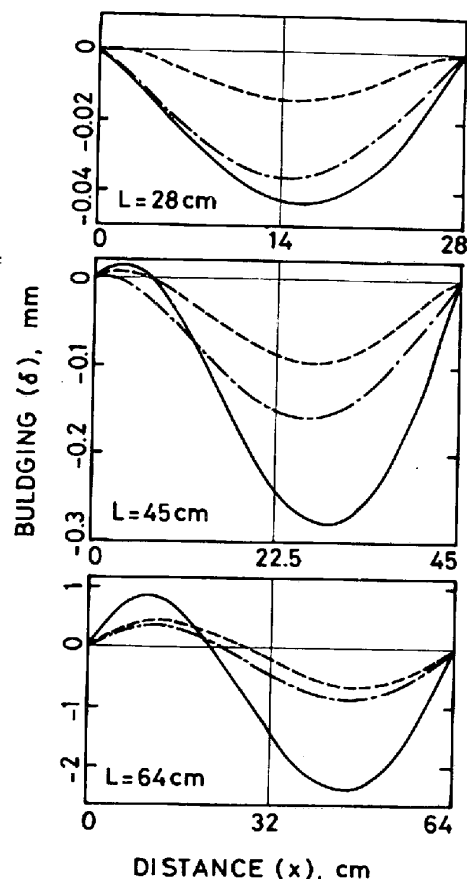
3. 計算結果

Fig. 3 に計算結果を示す。次のような特徴が見られる。

- Ⓐ 最大バルジングの生じる位置がロールピッチ中央より ($x=L/2$) 引抜下流側へずれる。
- Ⓑ 溶鋼コアへ向って凝固殻が変位する(凝固殻がへこむ)場合がある。
- Ⓒ L が増すほどバルジングの非対称が増す。
- Ⓓ 剪断変形を考慮するとバルジング量は増し, その寄与割合は L が小さくなるほど大きい。
- Ⓔ ϵ_p を考慮するとバルジング量が増す。

特徴Ⓐ, Ⓑは鋳片の移動を考慮した結果である。弾性変形は曲げモーメントや剪断力が初期値に戻ると瞬間的に初期の状態に戻るが, 塑性変形は, Fig.1 のヒステリシスに従う限り, M や S が初期の値を上回らない限り変化しないし, 又, クリープ変形は時間が経たないと現れないので, これらの変形は M や S の変化に一对一に即応するものではない。その結果, Fig.2 に示すような対称な M 分布を用いているにも拘らず, 最大バルジングの位置は下流側へずれる。 L が増すほど塑性変形・クリープ変形が弾性変形に対して相対的に大きくなり, そのことが特徴Ⓒとなって現れている。

Fig. 3 Calculated buldging (shell temperature increases proportionally to y from the surface temperature, 1000 °C, to the solidus temperature, 1500 °C. Ferrostatic pressure is 8 kg/cm², Casting speed is 1m/min. --- : buldging, neglecting shearing and $\Delta \epsilon_p$. - - - : buldging considering shearing as well as bending, but neglecting $\Delta \epsilon_p$. — : buldging considering shearing as well as bending, and $\Delta \epsilon_p$. shell thickness is 10cm.)



4. 考察

計算値と実測値¹⁰⁾を Fig. 4 に比較する。前節で述べた④の特徴については両者は合致するが、不一致の点も多く、特に特徴⑤の存在は実測値では明らかでない。このことはひとつにはバルジング計測時に計測箇所のリールピッチだけを上げ、その他のリール区間はLが小さかったために、本解析で用いた仮定条件①が実測時には満たされていなかったためであろう。

特徴⑥を確認するために模型実験を行った。プラスチックの板を凝固殻とみなし、水平に一定間隔で並べたガイドリール上を移動させた。移動中にプラスチックは自重（これを溶鋼静圧とみなした）で変形する。この変形を側面より高速撮影した。プラスチックは長さ1m、幅10cm、厚さ3-10mmである。移動速度（ casting速度に対応）は9.3mm/sである。リール間隔は10, 12.5, 15cmを用いた。映画スクリーン上に拡大された像から変形プロフィールを測定した結果をFig. 5に示す。特徴④、⑥をよく示している。

特徴⑦については、L=30cm程度になると δ^B と δ^S がほぼ同じ大きさになる点は、リールピッチの稠密化した今日のスラブ連続機のバルジングを解析する際には剪断変形を無視することが出来ないことを指摘している。

特徴⑧については、 ϵ_p の効果は極めて大きく、高温変形挙動の一層の調査が必要であると考えられる。

本解析では②~④の仮定を用いて計算を行ったので、応力のシェル厚方向の分布が弾性歪、塑性歪、クリープ歪速度のいずれに基いて算出するかによって異なる。この点は有限要素法を用いて解析をした場合は問題がなく、本解析法の欠点である。

5. 結論

梁の曲げ・剪断理論を応用して連続スラブバルジングの数学解析モデルを立てた。铸造方向に“移動する”凝固殻の溶鋼静圧による変形を弾性・瞬時的塑性・クリープの各歪を同時に考慮して解析した。スラブ横断面に作用する剪断力による変形も考慮した。リール間隔の急激な変化のないスラブ連続機に適切な境界条件を用いて解析した。その結果④最大バルジングの生じる位置がリール区間中央より引抜後方へずれる。⑤溶鋼コアへ向うバルジングが存在する。⑥Lが増すほど特徴④、⑥が顕著となる。⑦剪断変形の効果はLが減るほど大きくなる。⑧ $\Delta\epsilon_p$ の効果は大きい。等が判った。④は過去の実測値、⑥は模型実験結果と合致した。⑦、⑧は今後の解析研究にひとつの示唆を与えた。最後に、プラスチックの実験を遂行するに当たり、有益な御意見・御助力を頂いた当社堺製鉄所の森久、尾野均、手島康隆各氏に謝意を表す。

参考文献

1) A. Grill et al. : Ironmaking & Steelmaking, 6 ('79), 131. 2) K. Miyazawa et al. : Ibid, 68. 3) A. Palmaers et al. : Stahl u. Eisen, 99 ('79), 1039. 4) 府川ほか : 塑性加工春季講演会論文集 ('81), 187. 5) 松宮ほか : 鉄と鋼, 67 ('81), S277. 6) 宮下ほか : 鉄と鋼, 63 ('77), S562. 7) 今村 : 私信. 8) O.C. Zienkiewicz et al. : Int. J. for Numerical Methods in Eng., 8 ('74), 821. 9) G.E. Dieter : Mechanical Metallurgy, 2nd ed., Mc Graw-Hill, N.Y. ('76). 10) K. Wünnenberg : Stahl u. Eisen, 98 ('78), 254

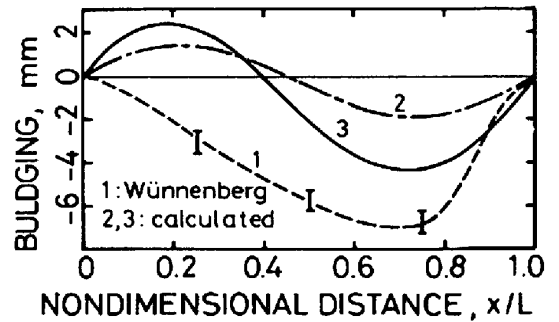


Fig. 4 Comparison between the calculated bulging and the bulging measured by Wünnenberg¹⁰⁾ (2: $\Delta\epsilon_p$ is neglected. 3: $\Delta\epsilon_p$ is considered)

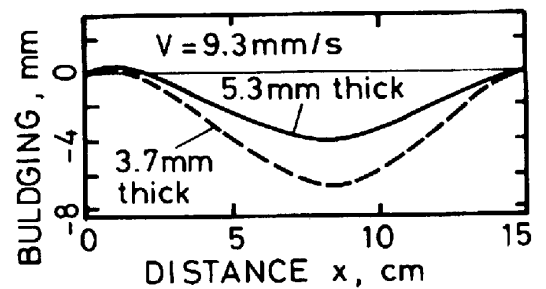


Fig. 5 Measured deflection of a moving plasticine plate due to its own weight