

論 文

直方体耐火物のスポーリング強さと熱応力評価法

加藤 一郎*・森田 喜保^{2*}・樋上 文範*

Thermal Stress Formula for Estimation of Spalling Strength of Rectangular Refractories

Ichiro KATO, Yoshiyasu MORITA, and Fuminori HIKAMI

Synopsis :

For the purpose of designing a long life furnaces, much efforts toward preventing thermal spalling attack of inner lining refractories have been made. The present study has been undertaken to investigate the quantitative effect of the size, heating conditions, and external constrains on the thermal stresses induced in a rectangular refractory heated from one end.

The main results obtained are as follows :

1) According to the result of F.E.M. calculations, a large tensile stress (σ_z) perpendicular to the hot face which may cause thermal spalling cracking is induced along the center axis of a refractory heated from one end.

2) σ_z can be well approximated by the sum of two 2-dim. solutions, each corresponding to the analysis on the x-z plane and y-z plane.

3) The maximum thermal stress (σ_z^M) perpendicular to the hot face is approximately obtained using nondimensional functions H_{stress} , H_{strain} , which are monotonously increasing functions.

$$\sigma_z^M \cong \alpha \cdot E \cdot T \{ \zeta_x \cdot H_{\text{stress}} (a/\sqrt{kt}) + \zeta_y \cdot H_{\text{strain}} (b/\sqrt{kt}) \}$$

Here, α : Thermal expansion coefficient, E : Young's Modulus, T : Temperature of hot face, a, b : widths of hot face, k : thermal diffusivity, t : elapsed time, ζ_x, ζ_y : parameters representing external constrains.

Through this Eq. effects of sizes, heating condition, external constraints on the thermal spalling can be obtained quantitatively. It also explains the experimental results fairly well.

1. 緒 言

高炉や転炉などの高温下で使用される多くの炉の内張り耐火物は、炉体保護の観点から重要であるが、操業中の熱衝撃により損傷を受けることがある。この損傷は、通常熱的スポーリング損傷と称され、炉の寿命に大きな影響を及ぼすので、古くから研究が行われてきた。すなわち、熱的スポーリングに関する理論面からの研究として、耐火物に内在するマイクロクラックの進展に注目して材料強度を論じた、HASSELMAN^{1)~3)}や中山⁴⁾らの研究と、加熱条件や形状寸法を設計因子とした熱応力評価式を、2次元矩形モデルを用いて検討した KIENOW らの研究⁵⁾がある。

KIENOW らの研究は、工学的に簡便なため、2, 3 の適用^{6)~9)}が試みられてきたが、実際の耐火物の熱的スポーリング割れを予測するには、さらに精度の高い熱応力評

価式の確立が必要とされてきた。耐火物内部の熱応力は、有限要素法⁸⁾¹⁰⁾を用いれば精度よく求めることができるが、KIENOW らの式と同様の簡便な三次元熱応力評価法を確立することは、実用的観点より重要である。

そこで、本研究では、通常の炉で多く用いられる直方体形状の耐火物を対象として、炉内側に相当する片面より急熱を受ける場合の熱的スポーリング評価式を検討した。すなわち、片面より急熱される直方体形状耐火物内部に生じる熱応力が、二種類の二次元応力解析解の和で近似できることを示し、その最大値を加熱条件や形状寸法の他、競りなどの外部拘束力を考慮して求める計算式を検討し提案する。またその式の実用性を検証するため、市販されている高炉炉壁用の粘土質れんがを用いて、種々の条件下での片面加熱による熱的スポーリング実験を行った。

昭和 55 年 10 月本会講演大会にて発表 昭和 56 年 2 月 23 日受付 (Received Feb. 23, 1981)

* 住友金属工業(株)中央技術研究所 (Central Research Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd.)
^{2*} 住友金属工業(株)中央技術研究所 工博 (Central Research Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd., 1-3 Nishinagashondori Amagasaki 660)

2. 三次元有限要素法¹¹⁾による熱応力解析

耐火物を片面から急熱して生じる熱的スポーリングによる割れを検討するため、Fig. 1, Table 1 に示すような直方体形状 (a×b×c) の粘土質れんがについて、まず三次元有限要素法を用いた熱弾性応力解析を行った。有限要素法による計算精度は、用いる要素形状、変位関数により異なるが、ここでは構造解析用プログラム SAPIV で、非適合モード¹²⁾¹³⁾を使用した直方体要素により解を求めた。

Fig. 1 は、計算に用いた要素分割図である。直方体形状の対称性から、耐火物の1/4について解析した。座標軸については、同図に示すように、耐火物の加熱面の中心を原点とし、加熱面上にx軸及びy軸を、また加熱面から垂直な方向にz軸をとった。研究の対象としては、高炉炉壁に広く用いられている、Table 2 に示す熱的及び機械的特性値を持った粘土質れんがを考えた。

耐火物の片面を、昇温速度 ϕ °C/h で、t 時間加熱した場合の耐火物の温度分布 $T(z, t)$ は、一次元半無限体内の熱流を仮定すると、(1)式で表される¹⁴⁾¹⁵⁾。(κ : 温度伝導率)

Table 1. Specimen size and heating condition for numerical calculations.

Size(a) (mm)	Size(b) (mm)	Size(c) (mm)	Heating rate (°C/h)	Temp. at hot face (°C)
25~250	25~250	250~500	33~500	0~800

Table 2. Properties of test specimens.

Properties		
Refractoriness (S.K)		34
Porosity (%)		12.5
Specific Gravity		2.3
Thermal Expansion at 1000°C		6.5×10^{-3}
Young's Modulus at R.T. (kgf/mm ²)		about 4600
Poisson's Ratio		0.15
Thermal Diffusivity (m ² /h)		2.6×10^{-3}
Chemical Composition (wt%)		
	Al ₂ O ₃	43.1
	SiO ₂	55.9
	Fe ₂ O ₃	1.0

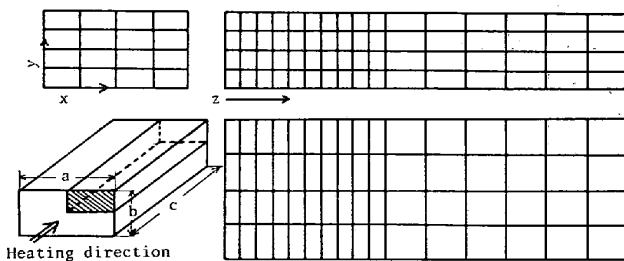


Fig. 1. Finite element grid for 3 dimensional thermal stress analysis. Only 1/4 of the whole block is analyzed.

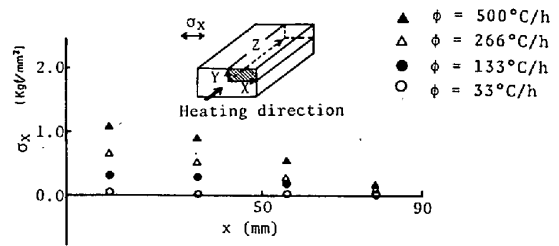


Fig. 2. Thermal stress distribution (σ_z) along the line ($y=0, z=55$ mm) when heated from one end ($Z=0$)

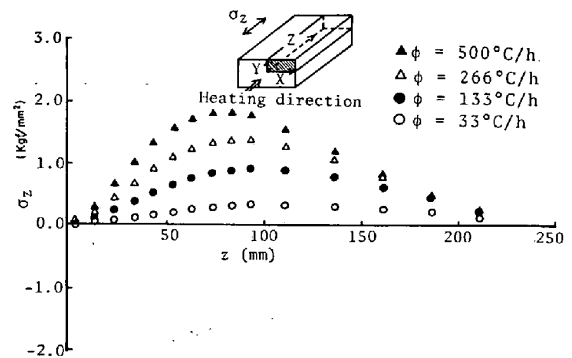


Fig. 3. Thermal stress distribution (σ_z) along Z-axis when heated from one end ($Z=0$).

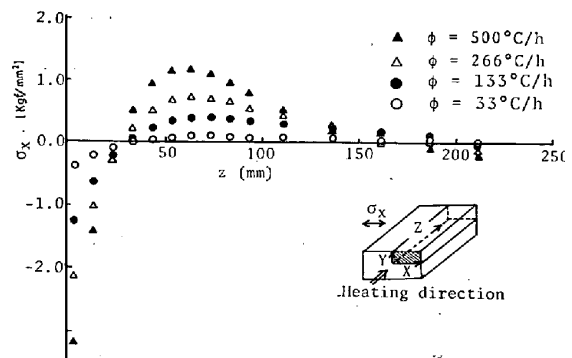


Fig. 4. Thermal stress distribution (σ_x) along Z-axis when heated from one end ($Z=0$)

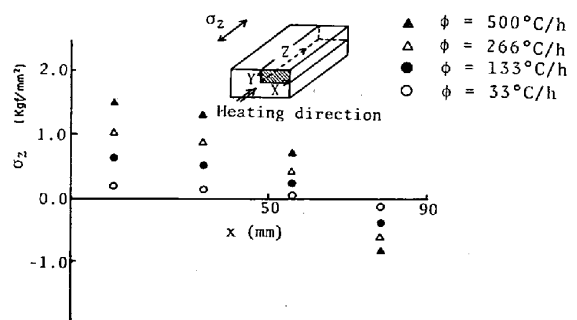


Fig. 5. Thermal stress distribution (σ_x) along the line ($y=0, z=55$) when heated from one end ($z=0$).

$$T(z, t) = 4 \cdot \phi \cdot t \cdot i^2 \operatorname{erfc} [z/2\sqrt{k \cdot t}] \dots\dots\dots (1)$$

この式によると、加熱面での温度 $T^\circ\text{C}$ 、昇温速度 $\phi^\circ\text{C/h}$ の場合の応力分布は、加熱面での温度 800°C 、昇温速度 $\frac{800}{T} \cdot \phi^\circ\text{C/h}$ の場合の応力分布と相似であることがわかる。そこで Fig. 2~Fig. 5 は、 $a=180\text{ mm}$ 、 $b=100\text{ mm}$ 、 $c=250\text{ mm}$ の高炉炉壁に用いられる代表的な寸法の粘土質れんがを、昇温速度 $33^\circ\text{C/h} \sim 500^\circ\text{C/h}$ で加熱し、加熱面が 800°C † に達した時の応力分布を示す。

Fig. 2 は、加熱面に平行な面上 ($z=55\text{ mm}$) での垂直方向の応力 σ_z の分布を x 軸方向について示したもので、 y 軸方向位置についても同様な結果が得られたが、ここでは省略する。これらの結果より、加熱面に平行な平面上では、中心対称軸 ($x=y=0$) で σ_z が最大となり、端部に近づくにしたがい減少することがわかった。また、 σ_z の z 軸上での変化についてみると、Fig. 3 から明らかなように、加熱面は自由境界面であるので、 $\sigma_z=0$ であるが、加熱面から内部に入るにしたがい、 σ_z は徐々に増大し、 $z=50 \sim 100\text{ mm}$ 付近で最大値に達する。

一方、加熱面に平行で幅の大きい方向の応力 σ_x については、加熱面付近の中心軸上において圧縮応力となり、内部で引張応力となることが Fig. 4 からわかる。またその絶対値は Fig. 5 に示すように、中心軸上で大きく、端面 ($x=\pm a/2$) において $|\sigma_x|=0$ となる。

σ_y の分布は σ_x の分布と同様で、加熱面付近で圧縮力、内部で引張力となるが、その最大値は $a > b$ の場合 σ_x より小さくなる。これらの結果を総合してみると、 σ_z の最大値は σ_x 、 σ_y の最大値より大きくなる傾向を示す。

以上の結果は、 $c \gg a, b$ である耐火物の $z=0$ の面を急速加熱した場合の割れ方向が、加熱に平行となりやすいことを従来の研究⁵⁾⁸⁾¹⁰⁾と同様に裏付けるものである。そこで、これから以後の議論においては、中心軸上での σ_z について着目し、寸法、加熱条件などの影響について検討する。

3. 加熱面に垂直な方向の引張応力

耐火物を線型弾性体と仮定した場合、応力 ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$) および、ひずみ ($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$) は次の方程式(2)、(3)、(4)により決定される。

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot T = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & \frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = [0, 0, 0] \dots\dots\dots (3)$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \epsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \gamma_{yz} = \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 u_x, u_y, u_z は x, y, z 方向の変位、 E, G, ν はそれぞれ縦弾性率、横弾性率、およびポアソン比、また $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ は x, y, z 方向の線膨張率である。上記方程式(2)~(4)の解を、 $\text{sol. } \{\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z\}$ と表すと、等方性の場合 ($\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = \alpha$) の解 $\text{sol. } \{\alpha, \alpha, \alpha\}$ は(5)式のように分解される。

$$\text{sol. } \{\alpha, \alpha, \alpha\} = \text{sol. } \{\alpha, 0, \alpha\} + \text{sol. } \{0, \alpha, \alpha\} - \text{sol. } \{0, 0, \alpha\} \dots\dots\dots (5)$$

(5)式第3項は、 z 方向のみ膨張する場合の解で、 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{xy} = 0, \epsilon_x = \epsilon_y = \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0, \epsilon_z = \alpha \cdot T$ となる。

(5)式の第1項は、ポアソン比 ν で u_x, u_y, u_z を展開すると、次式に示すようになる†2。(注:次頁)

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_x(x, z) \\ 0 \\ U_z(x, z) \end{bmatrix} + \nu \cdot \begin{bmatrix} V_x(x, y, z) \\ V_y(x, y, z) \\ V_z(x, y, z) \end{bmatrix} + \nu^2 \dots (6)$$

(6)式の第1項は、 $U_y=0$ であつ U_x, U_z が y 座標に依存しないので、(5)式第1項に対応する σ_y, ϵ_y は他の応力・ひずみ成分 $\{\sigma_x, \sigma_z, \epsilon_x, \epsilon_z\}$ に比較してポアソン比 ν のオーダーの分だけ小となることがわかる。特に y 方向の寸法 b が x 方向の寸法 a に較べて小さい場合は、 $y=0$ 平面上での解を求めるのに、 $\sigma_y=0$ とした平面応力場近似ができる。また $a < b$ の場合は $\epsilon_y=0$ とした平面ひずみ場近似が可能であるが、これらの近似は十分よい精度で成立し、相対誤差は、高々ポアソン比 ν の大きさとなる。

同様に(5)式の第2項についても、 x 平面 ($x=0$) 上

† 対象とした耐火物が 800°C 以上ではクリープを生じ、 800°C が線型応力解析を適用できる最も高い温度である。

では二次元問題に帰着できる。一般に $a \geq b$ としてよいから、以上の結果をまとめると、いま問題としている加熱面に垂直な応力 (σ_z) は次式で与えられる。

$$\sigma_z(z) \cong \sigma_z^{\text{STRESS}}(z) + \sigma_z^{\text{STRAIN}}(z) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\sigma_z^{\text{STRESS}}(z)$ は y 平面 ($y=0$) 上での平面応力場近似解の中心軸 ($x=y=0$) における z 方向応力成分、 $\sigma_z^{\text{STRAIN}}(z)$ は x 平面 ($x=0$) 上での中心軸における平面ひずみ場近似解での z 方向応力成分である。

(7) 式は、通常の粘土質れんがでポアソン比 ν が十分小さい ($\nu=0.1 \sim 0.2$) 場合には良い近似を与えると考えられる。このことを有限要素法を用いて検討すると、Fig. 6 および Fig. 7 のようになる。Fig. 6 は、寸法が $a=180 \text{ mm}$, $b=100 \text{ mm}$, $c=250 \text{ mm}$ の扁平な耐火物の片面を、昇温速度 266°C/h で 800°C まで加熱した場合の熱応力計算結果であり、横座標は加熱面からの距離を示し、縦座標は中心軸上での σ_z を示す。なお同図における○及び●は、それぞれ有限要素法による二種類の二次元応力解析結果である。また△は、三次元応力解析結果で、二種類の二次元応力解析結果の和 (●) とよい一致を示すことがわかる。同様に、Fig. 7 は加熱面の形状が正方形に近い場合 ($a=100 \text{ mm}$, $b=90 \text{ mm}$, $c=250 \text{ mm}$) について、三次元応力解析結果と二種類の二次元応力解析結果の和を比較したものである。この場合についても、両結果は最大で 5% の差異はみられるものの、全体としてよい一致を示すことがわかる。

以上のことから、一般に平面ひずみ場近似解 $\sigma_z^{\text{STRAIN}}(z)$ および平面応力場近似解 $\sigma_z^{\text{STRESS}}(z)$ に及ぼす加熱条件、耐火物寸法、外部からの拘束条件等の影響を知ることにより、熱的スポーリング強度を検討することができる。 $\sigma_z^{\text{STRESS}}(z)$ または $\sigma_z^{\text{STRAIN}}(z)$ は、(1) 式の形

$$\begin{aligned} & \dagger^2 U_x, U_z \text{ は } E \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial U_x}{\partial x} - \alpha \cdot T \right\} + G_0 \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right\} \\ & = 0, E \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial U_z}{\partial z} - \alpha \cdot T \right\} + G_0 \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right\} = 0 \\ & \text{により決定される。} \left(G = \frac{E}{2(1+\nu)} = G_0 + \nu G_1 + \nu^2 \dots \right) \text{ また } U_x, U_z \text{ に対応する応力・ひずみは、} \epsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}, \epsilon_y = 0, \epsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z}, \gamma_{yz} = 0, \\ & \gamma_{xy} = 0, \gamma_{xz} = \frac{\partial U_z}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial z}, \sigma_x = E \cdot \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} - \alpha \cdot T \right), \sigma_z = E \cdot \left\{ \frac{\partial U_z}{\partial z} - \alpha \cdot T \right\} \text{ である。} \end{aligned}$$

一方 ν の 1 次のべき (V_x, V_y, V_z) は、次の方程式により決定される。

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{ccc} E \frac{\partial^2}{\partial x^2} + G_0 \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) & G_0 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & G_0 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ G_0 \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} & E \frac{\partial^2}{\partial y^2} + G_0 \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) & G_0 \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \\ G_0 \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} & G_0 \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} & E \frac{\partial^2}{\partial z^2} + G_0 \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \end{array} \right\} \\ & \cdot \left\{ \begin{array}{c} V_x \\ V_y \\ V_z \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{\partial}{\partial z} \tau_{xz}^0 - \frac{\partial}{\partial x} \sigma_z^0 \\ 0 \\ -\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xz}^0 - \frac{\partial}{\partial z} \sigma_x^0 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

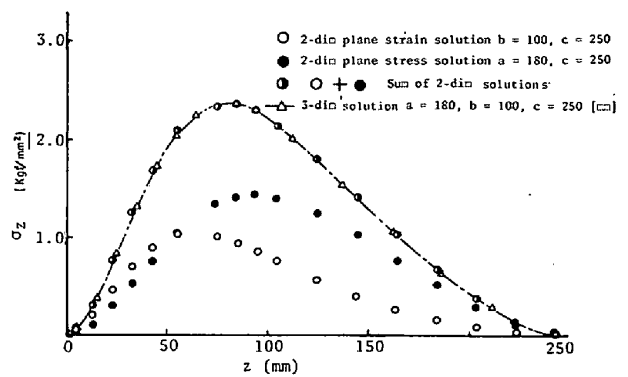


Fig. 6. Comparison between thermal stress distribution (σ_z) obtained by 3-dim F.E.M. and sum of two 2-dim F.E.M. solutions. ($a=180, b=100, c=250 \text{ mm}$)

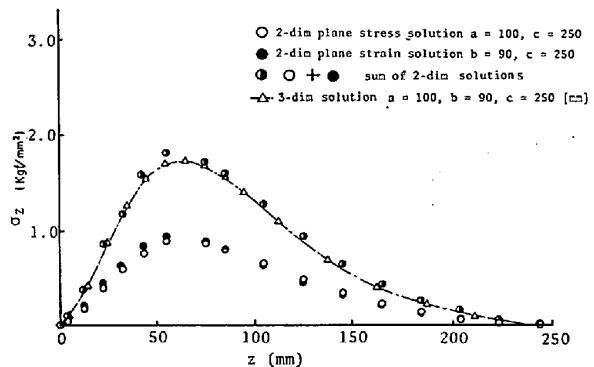


Fig. 7. Comparison between thermal stress distribution (σ_z) obtained by 3-dim F.E.M. and sum of two 2-dim F.E.M. solutions. ($a=100, b=90, c=250$).

式から、(8) 式に示すような無次元化表示ができることが容易に推察される。

$$\begin{aligned} \sigma_z^{\text{STRESS}}(z) &= \alpha \cdot \phi \cdot t \cdot E \cdot \bar{\sigma}_z^{\text{STRESS}} \\ & \{ z/\sqrt{\kappa t}, a/\sqrt{\kappa t}, a/c, \nu \} \\ \sigma_z^{\text{STRAIN}}(z) &= \alpha \cdot \phi \cdot t \cdot E \cdot \bar{\sigma}_z^{\text{STRAIN}} \\ & \{ z/\sqrt{\kappa t}, b/\sqrt{\kappa t}, b/c, \nu \} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

(8) 式の $\bar{\sigma}_z^{\text{STRESS}}$, $\bar{\sigma}_z^{\text{STRAIN}}$ は、位置座標の他 $a/\sqrt{\kappa t}$ (または $b/\sqrt{\kappa t}$), a/c (または b/c), および ν の三つの因子を含んでいる。これらの諸因子の解への影響を、 $a/c \leq 0.7$ および $a/\sqrt{\kappa t} \geq 0.3$ の範囲において二次元有限要素法により検討した。 $a/c \leq 0.7$ は通常の高炉炉壁で構築される耐火物の寸法比からみて十分である。その結果を Fig. 8, Fig. 9 に示す。これらの結果より、ポアソン比 ν および a/c (または b/c) が応力分布に及ぼす影響は小さいことがわかった。

また、 $0 \leq z/\sqrt{\kappa t} \leq c/\sqrt{\kappa t}$ における $\bar{\sigma}_z^{\text{STRESS}}$ および $\bar{\sigma}_z^{\text{STRAIN}}$ の最大値を H_{STRESS} , H_{STRAIN} とすると、これらの値も $a/\sqrt{\kappa t}$ (または $b/\sqrt{\kappa t}$), ν を含むが、それらのうちポアソン比 ν および a/c (または b/c) が H_{STRESS} , H_{STRAIN} に及ぼす影響は小さいことが、Fig. 8, Fig. 10,

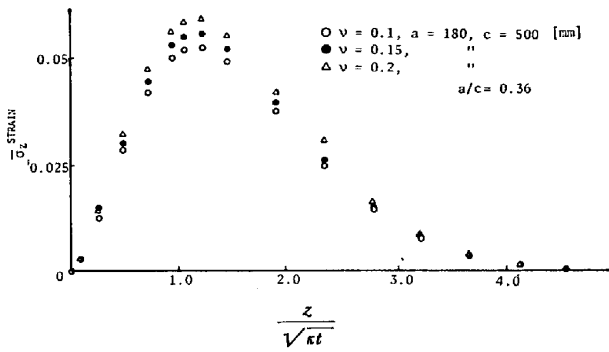


Fig. 8. Effect of Poisson's ratio (ν) on Nondimensional thermal stress distribution $\bar{\sigma}_z$ strain (Z) obtained by 2-dim F. E. M.

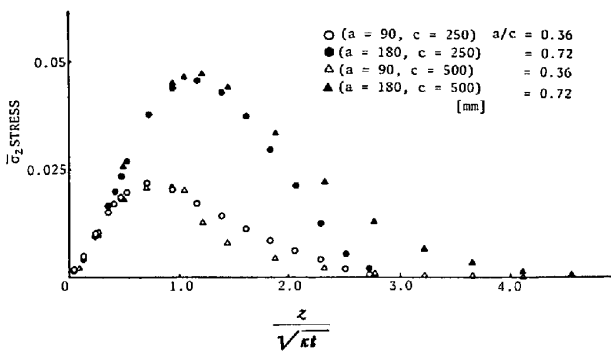


Fig. 9. Effects of width and length of a brick on nondimensional thermal stress distribution ($\bar{\sigma}_z$ stress).

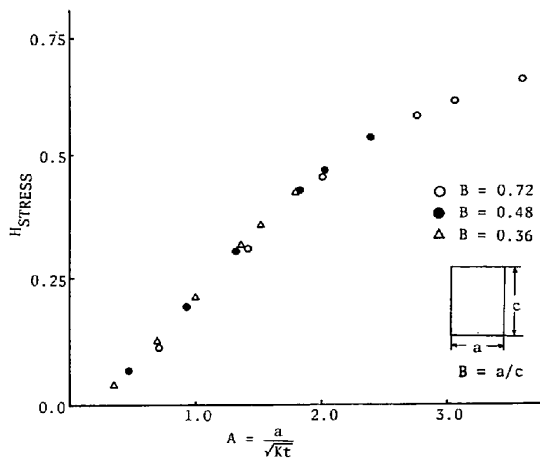


Fig. 10. Nondimensional maximum value of thermal stress (Plane stress solution) as a function of $a/\sqrt{\kappa t}$ (a : width, κ : thermal diffusivity, t : time, $B = a/c$: shape factor)

Fig. 11 からわかる。

そこで、 H_{STRESS}, H_{STRAIN} を $a/\sqrt{\kappa t}$ (または $b/\sqrt{\kappa t}$) の関数として $H_{STRESS}[a/\sqrt{\kappa t}], H_{STRAIN}[b/\sqrt{\kappa t}]$ とすると、これらは Fig. 10, Fig. 11 からわかるように $a/\sqrt{\kappa t}$ (または $b/\sqrt{\kappa t}$) の増加関数であり、寸法が大きいくほど発生応力も増大することがわかる。(以下では ν

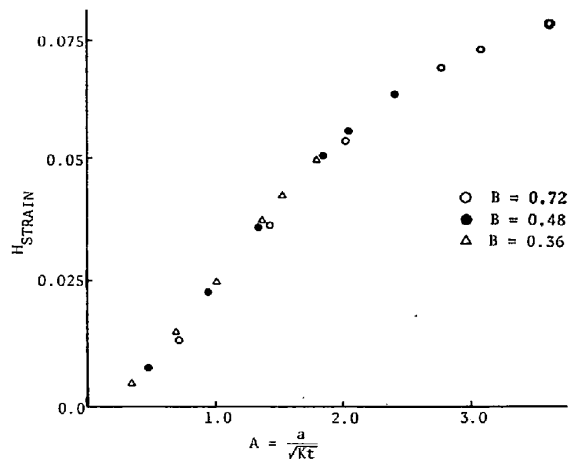


Fig. 11. Nondimensional maximum value of thermal stress (Plane strain solution) as a function of $a/\sqrt{\kappa t}$ (a : width, κ : thermal diffusivity, t : time).

= 0.15 とした.)

以上の議論は二種類の二次元応力解析解での最大値についてであった。実際の z 方向の応力の最大値 σ_z^M は、二次元解の和の最大値であり、それぞれの最大値の発生位置は一般には一致しないため、 σ_z^M は次の不等式で表示される。

$$\begin{aligned} & \text{MAX.} \left\{ H_{STRESS} \left(\frac{a}{\sqrt{\kappa t}} \right), H_{STRAIN} \left(\frac{b}{\sqrt{\kappa t}} \right) \right\} \\ & \leq \frac{\sigma_z^M}{\alpha \cdot \phi \cdot t \cdot E} \leq \left\{ H_{STRESS} \left(\frac{a}{\sqrt{\kappa t}} \right) + H_{STRAIN} \left(\frac{b}{\sqrt{\kappa t}} \right) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $a=b$ および $a \gg b$ の場合、 σ_z^M は二次元解の最大値の和に一致し、(10)式となる。

$$\sigma_z^M = \alpha \cdot \phi \cdot t \cdot E \cdot \left\{ H_{STRESS} \left(\frac{a}{\sqrt{\kappa t}} \right) + H_{STRAIN} \left(\frac{b}{\sqrt{\kappa t}} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

他の場合についても、このような近似式がよい精度を持つことを三次元有限要素法を用いて確かめた。Table 3 は、通常使用されている耐火物の寸法・加熱条件下での種々の $a/\sqrt{\kappa t}, b/\sqrt{\kappa t} (0.3 \leq a/\sqrt{\kappa t}, b/\sqrt{\kappa t} \leq 3.0)$ に対して(10)式の左辺と右辺を比較したものであるが、同表からは、この式により σ_z^M が十分よく近似できることがわかった^{†3}。

4. 外部からの拘束力が σ_z^M に及ぼす影響

高炉炉壁の内張りれんがのように、直方体形状の耐火物が目地モルタルを介して築造され、鉄皮の拘束を受け

^{†3} 特に(10)式の H_{STRESS}, H_{STRAIN} を $a/\sqrt{\kappa t}$ の小さい範囲 ($a/\sqrt{\kappa t}, b/\sqrt{\kappa t} \leq 2.0$) において $a/\sqrt{\kappa t}$ または $b/\sqrt{\kappa t}$ で展開すれば、
 $\sigma_z^M \cong (\alpha \cdot E \cdot \kappa^{-1/2}) \cdot (\phi^{1/2} \cdot T^{1/2}) \cdot \{0.023a + 0.028b\}$ となる¹⁵⁾。

Table 3. Comparison between maximum value of $\bar{\sigma}_z$ calculated by 3-dim F.E.M. and sum of 2 functions (H_{STRAIN} and H_{STRESS}).

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A = \frac{a}{\sqrt{\kappa t}}$	2.76	1.53	2.02	1.12	1.42	0.79	1.68	1.68	2.80
$B = \frac{b}{\sqrt{\kappa t}}$	1.53	1.38	1.12	1.01	0.79	0.71	0.56	0.28	2.80
$C = \frac{c}{\sqrt{\kappa t}}$	3.84	2.80	2.80	2.80	1.98	1.98	2.80	2.80	2.80
$H_{STRAIN}(A)$	0.043	0.038	0.029	0.026	0.018	0.015	0.011	0.004	0.058
$H_{STRESS}(B)$	0.059	0.037	0.046	0.025	0.032	0.015	0.040	0.040	0.050
$H_{STRAIN}(A) + H_{STRESS}(B)$	0.102	0.075	0.075	0.051	0.050	0.030	0.051	0.044	0.108
Sol. by 3-dim FEM	0.098	0.071	0.074	0.048	0.049	0.030	0.049	0.044	0.108

て片面から昇温された場合は、拘束の無い場合に較べて熱変形が小さく、耐火物内部の引張応力は小さくなると考えられる。

個々の耐火物に対する拘束の大きさは、耐火物および目地モルタルの圧縮変形特性により決まる。そこで自由膨張に対する拘束下での膨張の比として ζ_x, ζ_y を(11)式のように定義して、 σ_z^M に及ぼす拘束度の影響につき検討する。

$$\zeta_x = \frac{a_m/E_m}{a_m/E_m + a/E}, \quad \zeta_y = \frac{b_m/E_m}{b_m/E_m + b/E} \quad \dots (11)$$

ここで a_m, b_m は、x方向およびy方向の目地モルタル厚さであり、 E_m はその変形率である。通常高炉炉壁で用いられている目地モルタルは、圧縮応力下で非弾性的挙動を示すが、ここでは 5 kgf/mm^2 加圧された場合の応力とひずみの比でもって E_m を定義した。

Fig. 12 は、二次元有限要素法により拘束圧縮応力の分布を求めたもので、耐火物および目地モルタルを側面から拘束して $\phi = 266^\circ\text{C/h}$ で 800°C まで加熱した場合の結果を示している。目地モルタルの変形率としては、 $E_m = 20, 40, 60 \text{ kgf/mm}^2$ の三種類を選んだが、 $E_m = 20 \text{ kgf/mm}^2$ のときでも圧縮応力がかなり大きくなる事がわかる。

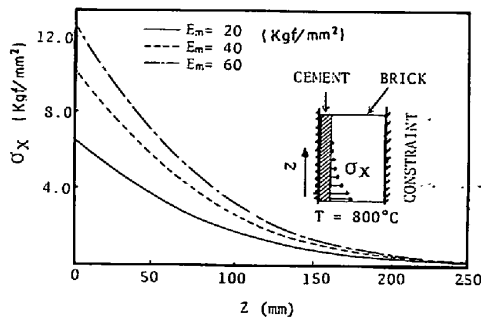


Fig. 12. Effect of Young's Modulus of cement on the compressive stress (σ_x) along the side of a brick heated from one end with rigid constraint perpendicular to the hot face.

Fig. 13 は、このような圧縮応力が耐火物の側面から付加された場合の σ_z^M に及ぼす ζ_x, ζ_y の影響を有限要素法により調べた結果である。 $\phi = 266^\circ\text{C/h}$ で拘束の無い場合は、同図のA点に位置し、 $\sigma_z^M/\alpha \cdot E \cdot T = 0.07$ であるが、x方向の拘束を増すにつれて応力 σ_z^M はその方向の拘束パラメータ ζ_x とともに直線的に減少し、B点に至る。B点では $\zeta_x = 0, \zeta_y = 1$ でありこれは、x方向に完全拘束され、y方向には無拘束の状態であることを意味する。さらにy方向からも拘束を加えると、応力はB'点より ζ_y とともに減少し、 $\sigma_z^M = 0$ の原点に至る。 $\phi = 133^\circ\text{C/h}$ の場合についても同様の結果が得られ、それを

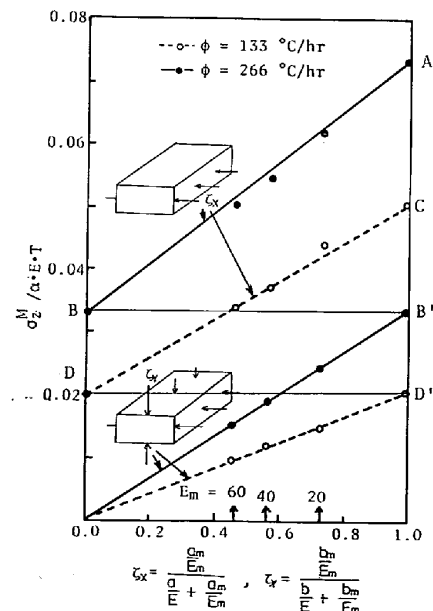


Fig. 13. Effect of constraint on σ_z^M . The solid symbol ($\phi = 266^\circ\text{C/h}$) and the blank symbol ($\phi = 133^\circ\text{C/h}$) represent $\sigma_z^M/\alpha \cdot E \cdot T$ as the function of constraint parameter ζ . Point A (c) corresponds to the case without constraint, Point B (D) corresponds to the case with rigid constraint from X direction and without constraint from y direction. The origin corresponds to the case with rigid constraint both from X and Y directions,

破線で示す。(C→D, D'→0)

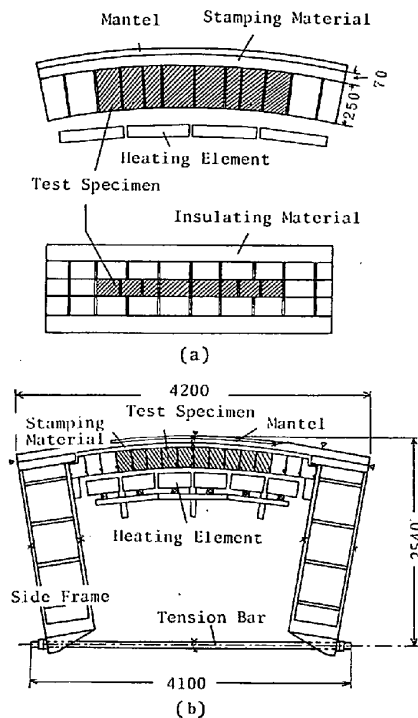
同図において σ_z^M は ζ_x および ζ_y と比例するとみることができる。従つて拘束下での σ_z^M は、(10)式から、 ζ_x, ζ_y を用いて次式で表すことができる。

$$\frac{\sigma_z^M}{\alpha \cdot E \cdot T} = \zeta_x \cdot H_{STRESS} \left(\frac{a}{\sqrt{\kappa t}} \right) + \zeta_y \cdot H_{STRAIN} \left(\frac{b}{\sqrt{\kappa t}} \right) \dots\dots\dots (12)$$

5. 粘土質れんがの片面加熱実験

Table 2 に示す特性の粘土質れんがを供試体として片面加熱実験により、解析結果との比較を行つてみる。

Fig. 14 は、横方向に並べられた供試体の前面を、遠赤外線パネルヒーター (13 kWh) で加熱し、背面を粘土質スタンプ材を介して水冷却 (外径 25 mm の銅管を 100 mm 間隔でスタンプ材中に取り付けて、20°C の水を約 10 l/min 流した。) することにより、供試体内にはほぼ一様な一方向熱流を発生させることができる試験装置を示す¹⁵⁾。この装置を用いて拘束力の無い場合についての片面加熱実験を行う。寸法としては、 $a=90\sim 180$ mm, $b=25\sim 100$ mm, $c=250$ mm の供試体を選び、昇温速度 $33\sim 500^\circ\text{C/h}$ で加熱面での温度が 800°C となるまで片面加熱し、その後徐冷して割れ発生の有無を調べた。その一例として、 $b=100$ mm として行つた実験結果を Fig. 15 に示す。これらの結果より、供試体の割れは昇温速度が大きく、耐火物寸法の大きい場合に生じ、その発生



(a) : Without constraint, (b) : With constraint of a mantel
Fig. 14. Experimental apparatus used for thermal spalling tests.

位置は加熱面から 50~100 mm の位置で、割れの方向は加熱面に平行となる傾向を示していることがわかる。

供試体の z 方向の引張強度 σ_t と弾性率 E の比 $\{\sigma_t/E \cong 300 \times 10^{-6}\}$ を、常温での引張試験により得て (10) 式に適用し、クラックの発生限界線を求めてみた。その結果を Fig. 16 の実線で示す。同図において ● および ○ は、試験後供試体のクラック有無の観察結果を示す。これより、通常使用されている形状の耐火物に対して熱的スポーリング強度が (10) 式により実用的にかなりの精度で評価できることがわかつた。

6. KIENOW らの式への適用例

KIENOW らは、直方体形状の耐火物の片面加熱により生じる、加熱面に垂直方向の熱応力分布が (13) 式で表されることを示した⁶⁾。

$$\sigma_z(z) = \alpha \cdot E \cdot \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} \cdot \frac{a^2}{16 + 3 \cdot (a/z)^3} \dots\dots (13)$$

この式は簡便でかつ任意の温度分布 $T(z,t)$ に対する解

Heating rate	500 (°C/h)	266 (°C/h)	133 (°C/h)
a: 180 b: 100 c: 250 (mm)			
a: 150 b: 100 c: 250 (mm)			
a: 120 b: 100 c: 250 (mm)			
a: 90 b: 100 c: 250 (mm)			

Fig. 15. Cracks on the horizontal center plane of tested specimens.

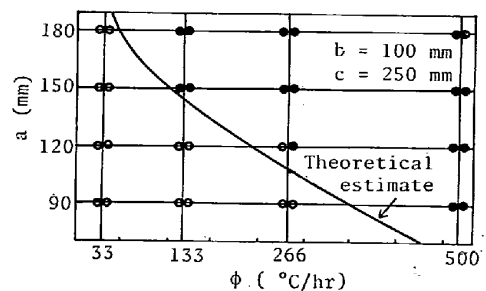


Fig. 16. Comparison between critical spalling curve estimated theoretically and experimental data. solid symbol represents the occurrence of crack and blank symbol represents no occurrence.

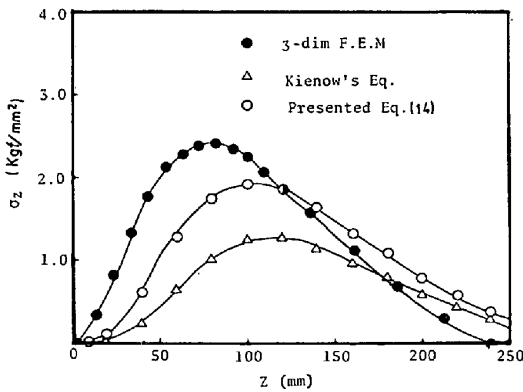


Fig. 17. Comparison between σ_z calculated by 3-dim F.E.M., that by Kienow's Eq. and that by presented Eq. (14).

を与えるが、二次元型モデルでの結果にすぎず、実際に供するにはさらに精度を向上させる必要があると考えられる。前節までの議論は、二つの二次元応力解析解の和で三次元の熱応力を評価することであつた。従つて a の寸法だけを考慮した KIENOW らの式は、一つの二次元モデルに対する解を与えるので、同じ式を用いて b の寸法についても解を求め、それらの和をとれば、実際の値に近づくと推測される。

そこで寸法 a および b についての(13)式の解を加え合わせさらに拘束の影響を考慮すると $\sigma_z(z)$ は、(14)式となる。

$$\sigma_z(z) = \alpha \cdot E \cdot \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} \cdot \left\{ \frac{\zeta_x \cdot a^2}{16 + 3 \cdot (a/z)^3} + \frac{\zeta_y \cdot b^2}{16 + 3 \cdot (b/z)^3} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

この式により得られる値を、KIENOW らの式(13)および三次元有限要素法による結果と比較すると、Fig. 17 のようになる。ここで計算の一つの条件として、 $a=180$ mm, $b=100$ mm, $c=250$ mm, $\phi=266^\circ\text{C/h}$, $T=800^\circ\text{C}$, $\zeta_x, \zeta_y=1$ を用いた。この図において縦軸は中心軸上での加熱面に垂直方向の応力 σ_z を示し、横軸は加熱面からの距離を示す。同図より(14)式は、KIENOW らの式と比較して三次元解析結果に一層近い解を与えることがわかつた。

2. 結 論

直方体形状の耐火物を片面から急速加熱した場合、加熱面に平行な割れの生じることがあるが、このような熱的スポーリングを引き起こす熱応力の影響につき、耐火物寸法、加熱条件、拘束条件の効果の点より検討し、次の結果を得た。

(1) 十分長い直方体形状の耐火物が片面より加熱された場合に、加熱過程で生じる最大引張応力は、加熱面

に垂直方向に生じ、その発生位置は中心軸上になる傾向を示すことが三次元有限要素法により確認された。

(2) この引張応力 ($\sigma_z(z)$) は、中心軸上において中心軸を通り側面に平行な二種類の面に関する二次元応力解析結果の和として近似できる。

$$\sigma_z(z) \cong \sigma_{x-z, z}^{\text{STRESS}}(z) + \sigma_{y-z, z}^{\text{STRAIN}}(z)$$

(3) 昇温速度 ϕ で加熱温度 T まで加熱した場合の $\sigma_z(z)$ の最大値 σ_z^M は、耐火物の寸法 (a, b)、加熱条件 (昇温速度 ϕ , 加熱面温度 $T=\phi t$)、拘束条件 (ζ_x, ζ_y)、耐火物の物性値 (E, α, κ) を用いて次式により与えられる。

$$\sigma_z^M = \alpha \cdot E \cdot T \cdot \left\{ \zeta_x \cdot H_{\text{STRESS}}(a/\sqrt{\kappa t}) + \zeta_y \cdot H_{\text{STRAIN}}(b/\sqrt{\kappa t}) \right\}$$

(4) KIENOW らの式を拡張することにより、片面加熱を受ける直方体耐火物内の熱応力を一層精度よく求めることのできる次式を得た。

$$\sigma_z(z) = \alpha \cdot E \cdot \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} \cdot \left\{ \frac{\zeta_x \cdot a^2}{16 + 3 \cdot (a/z)^3} + \frac{\zeta_y \cdot b^2}{16 + 3 \cdot (b/z)^3} \right\}$$

おわりに、本研究を実施するにあたり、ご指導と絶大なるご支援を賜つた住友金属工業中央技術研究所所長西岡邦夫博士に深じなる謝意を表します。また実験に際し、熱心な協力を頂いた瀬口学君、森脇正市君に感謝します。

文 献

- 1) D. P. H. HASSELMAN: J. Amer. Ceram. Soc., 52 (1969) 11, p. 600
- 2) D. P. H. HASSELMAN: Amer. Ceram. Soc. Bull., 49 (1970), p. 1033
- 3) D. P. H. HASSELMAN: Bull. Soc. Fran. Cera m., 19 (1977) 11/12, p. 19
- 4) J. NAKAYAMA: Fracture Mechanics of Ceramics, ed. by E. R. BRADT et al., 12 (1973), p. 759 [Plenum Press]
- 5) V. S. KIENOW: Ber. Deut. Keram. Ges., 47 (1970), p. 426
- 6) V. S. KIENOW and S. TRAUSTEL: Toind.-Ztg., 97 (1973) 7, p. 178
- 7) V. V. FIEDLER, P. JESCHKE, and S. KIENOW: Toind.-Ztg., 100 (1976) 5, p. 181
- 8) J. WHITE: Refractories J., (1976) 11/12, p. 10
- 9) J. H. AINWORTH: Am. Ceram. Soc. Bull., 58 (1979) 7, p. 676
- 10) 熊谷正人, 内村良治, 川上辰夫: 窯業協会誌, 87 (1979) 7, p. 32
- 11) O. C. Zienkiewicz 著, 吉識雅夫, 山田嘉昭監訳: マトリックス有限要素法 (1973) [培風館]
- 12) R. L. TAYLOR, P. J. Beresford, and E. L. WILSON: International J. Num. Meth. Engng., 10 (1976), p. 1211
- 13) J. L. BRETEL and R. D. COOK: International J. Num Meth. Engng., 14 (1979), p. 593
- 14) CARSLAW and JAEGAR: Conduction of Heat in Solids, (1959), p. 63 [Oxford University Press]
- 15) 加藤一郎, 森田喜保, 樋上文範: 耐火物, 32 (1981), p. 661