

論 文

UDC 621.746.047 : 669.063 : 537.85 : 620.184.4

連続鋳造における電磁誘導流れの理論解析と模型実験

浅井 滋生*・西尾 信幸*²・鞭 巖*

Theoretical Analysis of Electromagnetically Driven Flows in Continuous Casting and Model Experiment

Shigeo ASAI, Nobuyuki NISHIO, and Iwao MUCHI

Synopsis:

In order to decrease center segregation together with center porosity, electromagnetic stirring has been applied to continuous casting of billets, blooms and slabs. As well known, however, the violent agitation in the pool is powerful to prevent center segregation, but promotes the formation of white band.

To tackle this problem, the laminar and turbulent electromagnetically driven flows in the pool are theoretically analyzed. Especially focusing on the effect of the electromagnetically driven reverse-turn flows on the structure, the solidification experiments are conducted by use of the Sn-10% Pb alloy.

Theoretical equation of the maximum velocity appearing at every half period for the reverse-turn flow is given as follows:

$$v_{\max} = k_2(\sigma\omega/\mu)^{1/4} \cdot \sqrt{x_0/\rho} \cdot B(1 - e^{-1/2f\theta}), \quad \theta = k_3\sqrt{x_0\rho}/\{\sigma\omega/\mu\}^{1/4}B$$

where, B : magnetic current density, k_2, k_3 : constants, x_0 : half thickness of slab, μ : magnetic permeability, ρ : density, σ : electric conductivity, f : cycle of reverse-turn flow.

1. 緒 言

鋼の連続鋳造においては、鋳片中心偏析や軸心部のポロシティを抑制するため、電磁気力による未凝固溶鋼の攪拌を行い、凝固組織の等軸晶化が図られるようになってきた^{1)~5)}。しかし、強い攪拌はホワイトバンドの形成を助長する傾向があるため、電磁攪拌ではホワイトバンドの生成を抑制し、かつ、中心偏析を低減させることが望まれる。そのため、未凝固溶鋼の流動状態や凝固前面に作用するせん断応力などの流体力学的要因を種々の電磁攪拌条件に対して予知して、凝固現象に及ぼす攪拌条件の影響を明らかにする必要がある。従来、連鋳電磁攪拌の流動解析では膨大な数値計算^{6)~8)}が必要であつたため、操業条件と凝固組織との間の関係を明らかにするのに、流動解析を有効に利用できなかった。

本研究では、溶鋼の流動状態を層流と乱流に分け、前者の場合については、各種連鋳機を対象に、電磁流体力学に基づいて、流速分布および凝固前面のせん断応力の理論解析を行う。また、後者の場合については、ある時間間隔で流動の方向を変える反転流に着目して、反転流

の近以解法を行う。さらに、低融点合金を用いて、電磁攪拌の模型実験を行い、凝固組織に及ぼす反転サイクルの効果を明らかにする。

2. 理論解析

電磁気力によって流動する系の理論解析では、電磁場の Maxwell の式と流れの場の Navier-Stokes の式を連立して解く必要がある。電磁流体力学近以を行うと、Maxwell の式は次のように表される⁹⁾。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu(\partial \mathbf{H} / \partial t) \dots\dots\dots (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \dots\dots\dots (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mu \mathbf{V} \times \mathbf{H}) \dots\dots\dots (4)$$

(1)~(4)式を解いて電場と磁場の解が得られると、それらを次の(5)式に適用することによって、電磁気力に基づく体積力(ローレンツ力)が求められる。

$$\mathbf{F} = \mu \mathbf{J} \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \dots\dots\dots (5)$$

一方、非圧縮性流体の連続の式は次の(6)式で、また、運動の方程式は次の(7)式で表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

昭和 55 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 55 年 5 月 15 日受付 (Received May 15, 1980)

* 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464)

*² 名古屋大学工学部(現: 中部三重ナショナル家電販売) (Faculty of Engineering, Nagoya University, Now Chubu Mie National Home Electric Appliance Sales Company)

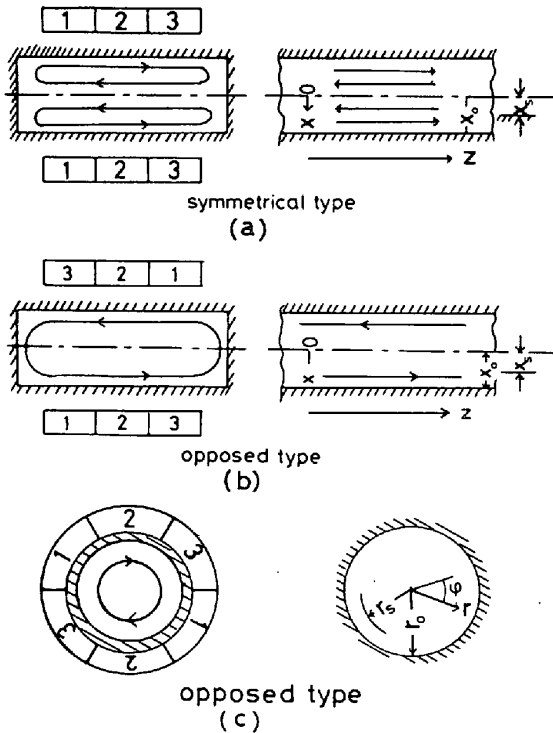


Fig. 1. Schematic view of modeling for slab, bloom and billet type continuous casters.

$$\rho \{ \partial \mathbf{V} / \partial t + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \} = -\nabla \cdot \mathbf{P} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (7)$$

2.1 層流領域

電磁氣的攪拌力が弱い場合、あるいは、印加される磁束は大きい、凝固殻に阻止されて、溶鋼に十分攪拌力が伝わらないような場合には、溶鋼の流れは層流となる。また、凝固末期で、未凝固溶鋼がマッシー・ゾーンを形成している場合には、流れは固・液共存の混相流となり、見掛けの粘性係数が増加し、層流状態になるものと考えられる。ここでは、層流を対象にして、種々の電磁攪拌方式における解析的表現の誘導を試みる。

2.1.1 水平方向攪拌

水平方向攪拌はスラブ型連铸機に適用される場合が多い。長辺方向の両面に設置されるスタラーの配置の相違により、対称型 (symmetrical type) と対向型 (opposed type) に分類される¹⁰⁾。

A) 対称型

解析的取り扱いを容易にするため、Fig. 1 (a) に示すように、長辺方向 (Z 方向) に十分長く、铸片断面内の一次元的流れであるとみなす (実際には、铸片は長辺方向では有限であるため、铸込み方向への流れもみられる)。したがって、(6) 式の連続の式は、次のように書ける。

$$\partial v / \partial z = 0 \quad (8)$$

また、(7) 式から、運動方程式の x 成分および z 成分は

それぞれ (9) 式および (10) 式のようになる。

$$-\partial P / \partial x + f_x(x) = 0 \quad (9)$$

$$\rho v (\partial v / \partial z) = -\partial P / \partial z + \partial (\mu_f \partial v / \partial x) / \partial x + f_z(x) \quad (10)$$

(8) 式から、(10) 式の左辺は零となることがわかる。一方、(9) 式と (10) 式から、 $\partial P / \partial z \equiv L$ (定数) とすることができるので*、結局、(10) 式は次のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_f \frac{\partial v}{\partial x} \right) + f_z - L = 0 \quad (11)$$

対称型の場合、流れに関する境界条件は次のようになる。

$$x = x_s \text{ で } v = 0 \quad (12)$$

$$x = 0 \text{ で } \partial v / \partial x = 0 \quad (13)$$

(12) 式は、任意の凝固前面で流れは静止していることを意味し、(13) 式は流れの対称性を示す。(1) ~ (4) 式に基づいて、移動磁場による体積力 f_z が次の (14) 式⁹⁾ のように求められる。

$$f_z = \frac{\mu^2 H_0^2 \omega \sigma k}{2 \sqrt{k^4 + (\omega \sigma \mu)^2}} \cdot \frac{\cosh 2\beta_r x - \cos 2\beta_i x}{\cosh 2\beta_r x_0 + \cos 2\beta_i x_0} \quad (14)$$

ここで、 β_r と β_i は $\beta^2 = k^2 + j\mu\sigma\omega$ で表される β の実数部と虚数部であり、それぞれ、(15)、(16) 式で表される。

$$\beta_r = k \sqrt{1 + \sqrt{1 + (\omega\mu\sigma/k)^2}} / \sqrt{2} \quad (15)$$

$$\beta_i = \omega\mu\sigma / \{ \sqrt{2} k \sqrt{1 + \sqrt{1 + (\omega\mu\sigma/k)^2}} \} \quad (16)$$

短辺方向 (x 方向) 断面の平均流速は零となることから次の制約条件が導かれる。

$$\int_0^{x_0} v(x) dx = 0 \quad (17)$$

(14) 式の f_z を (11) 式に代入した式を、境界条件 (12)、(13) 式と制約条件 (17) 式のもとで解くと、流速分布と凝固前面のせん断応力が次のように得られる (Appendix 参照)。

$$V \equiv v \cdot \left(\frac{\mu_f}{\mu H_0^2 x_s} \right) = \frac{-Q x_s}{\mu H_0^2} \left[\frac{1}{\gamma_r^2} (\cosh \gamma_r \xi - \cosh \gamma_r) + \frac{1}{\gamma_i^2} (\cos \gamma_i \xi - \cos \gamma_i) + \frac{3}{2} \left\{ \frac{\sinh \gamma_r}{\gamma_r^2} + \frac{\sin \gamma_i}{\gamma_i^2} - \frac{\cosh \gamma_r}{\gamma_r^2} - \frac{\cos \gamma_i}{\gamma_i^2} \right\} (\xi^2 - 1) \right] \quad (18)$$

$$\pi_1 \equiv -\mu_f \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=x_s} / \mu H_0^2 = \frac{Q x_s}{\mu H_0^2} \left[\frac{\sinh \gamma_r}{\gamma_r} \left(1 + \frac{3}{\gamma_r^2} \right) - \frac{\sin \gamma_i}{\gamma_i} \left(1 - \frac{3}{\gamma_i^2} \right) \right]$$

* (9) 式を z で偏微分すると $\partial^2 P / \partial x \partial z = 0$ となるが、これを x に関して積分すると、 $\partial P / \partial z = g(z)$ となり、 $\partial P / \partial z$ は z のみの関数であることがわかる。一方、(10) 式は $\partial P / \partial z$ が x のみの関数であることを示している。したがって、 $\partial P / \partial z$ は定数となる。

$$-\frac{3 \cosh \gamma_r}{\gamma_r^2} - \frac{3 \cos \gamma_i}{\gamma_i^2} \dots\dots\dots (19)$$

ただし、 $Qx_s/\mu H_0^2 = \pi_2 \pi_3 / [2\sqrt{1+\pi_2^2} \{ \cosh(\gamma_r/\lambda) + \cos(\gamma_i/\lambda) \}]$, $\gamma_r = \pi_3 \sqrt{1+\sqrt{1+\pi_2^2}} \cdot \sqrt{2}$, $\gamma_i = \pi_2 \pi_3 \sqrt{2} / \sqrt{1+\sqrt{1+\pi_2^2}}$, $\lambda = x_s/x_0$, $\pi_2 = \mu \sigma \omega / k^2$, $\pi_3 = kx_s$, $\xi = x/x_s$

B) 対向型

対称型の場合と同様にして、Fig. 1(b) に示すようにモデル化して取り扱う。対向型の運動方程式は(20)式で表され、境界条件は(21)式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_f \frac{\partial v}{\partial x} \right) + f_z - L = 0 \quad (x > 0) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_f \frac{\partial v}{\partial x} \right) - f_z - L = 0 \quad (x < 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

$$\left. \begin{aligned} x = 0 \text{ で } v = 0 \\ x = \pm x_s \text{ で } v = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

(17)式に相当する制約条件は(22)式となる。

$$\int_{-x_0}^{x_0} v dx = 0 \dots\dots\dots (22)$$

(21), (22)式の条件に基づいて、(20)式を解くと、流速分布と凝固前面のせん断応力として次式が得られる。

$$V = \frac{-Qx_s}{\mu H_0^2} \cdot \frac{|\xi|}{\xi} \left[\frac{1}{\gamma_r^2} (\cosh \gamma_r \xi - \cosh \gamma_r \cdot |\xi| + |\xi| - 1) + \frac{1}{\gamma_i^2} (\cos \gamma_i \xi - \cos \gamma_i \cdot |\xi| + |\xi| - 1) \right] \dots\dots\dots (23)$$

$$\pi_1 = \frac{Qx_s}{\mu H_0^2} \left(\frac{\sinh \gamma_r}{\gamma_r} - \frac{\sin \gamma_i}{\gamma_i} + \frac{1 - \cosh \gamma_r}{\gamma_r^2} + \frac{1 - \cos \gamma_i}{\gamma_i^2} \right) \dots\dots\dots (24)$$

2.1.2 垂直方向攪拌

垂直方向への攪拌型式はブルームやスラブの連鋳機に採用されており¹⁰⁾、その解析手法は水平方向への攪拌型式のものと類似しているが、垂直方向には鋳込が行われているため、(17)式の制約条件は次のように変更される。

$$\int_0^{x_s} v dx = x_s v_c \dots\dots\dots (25)$$

垂直方向攪拌方式も対称型と対向型に分類されるが¹⁰⁾、ここでは対称型の解析を取り扱う。境界条件は次式 $x = x_s$ で $v = v_c$, $x = 0$ で $\partial v / \partial x = 0$(26), (27) で与えられる。あらためて、 $L = \partial P / \partial z - \rho g$ とおくと、基礎式は(11)式と同じになる。(18), (19)式の解で、 V を $V \equiv (v - v_c) \cdot (\mu_f / \mu H_0^2 x_s)$ のように定義しなおすと、(18), (19)式はそのまま解として採用できることになる。

2.1.3 回転磁界による攪拌

回転磁界による攪拌はブルームやビレットの連鋳機に

採用されている¹⁰⁾。円柱ビレットの対向型攪拌の解析は、K. H. Tacke ら⁸⁾ によつて行われた。彼らは、電磁誘導によつて生ずる体積力を理論的に導出し、それを乱流のモデル¹¹⁾に組み込んで数値計算して流速分布を求めた。

Fig. 1の(c)に示した座標系に従うと、(7)式の運動方程式は次のように表される。

$$-(1/r^2) \partial (r^2 \tau_{r\phi}) / \partial r + f_\phi = 0 \dots\dots\dots (28)$$

ここで、 f_ϕ は Maxwell の式を解いて、次のように求められている⁸⁾。

$$f_\phi = \frac{\mu^2 H_0^2 \omega \sigma r_0}{2p} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{Sbe_p(S\sqrt{Rm})}{Sbe_p(\sqrt{Rm})} \dots\dots\dots (29)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、 } Sbe_p(x) &= ber_p^2(x) + bei_p^2(x) \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(p+m)!(p+2m)!m!} (1/2x)^{4m+2p} \\ S &\equiv r/r_0 \end{aligned}$$

(29)式を(28)式に代入して積分すると $\tau_{r\phi}$ が求められる⁸⁾。したがつて、凝固前面 $S = S_s$ におけるせん断応力は次式で示されることになる。

$$\pi_1 = \frac{Rm}{2p} \cdot \frac{G_p(S_s\sqrt{Rm})}{Sbe_p(\sqrt{Rm})} \dots\dots\dots (30)$$

ただし、

$$G_p(x) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(p+m)!(p+2m+1)!m!} \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)^{4m+2p}, Rm \equiv \omega \sigma \mu r_0^2$$

さらに、層流を仮定すると、(31)式の関係を用いて流速分布は(32)式のように求められる。

$$\tau_{r\phi} = -\mu_f r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\phi}{r} \right) \dots\dots\dots (31)$$

$$V = \frac{\sqrt{Rm}}{2p \cdot Sbe_p(\sqrt{Rm})} \cdot \{ H_p(S_s\sqrt{Rm}) (S/S_s) - H_p(S\sqrt{Rm}) \} \dots\dots\dots (32)$$

ただし、

$$H_p(x) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(p+m)!(p+2m+1)!m!(4m+2p)} \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)^{4m+2p+1}, S \equiv r/r_0, S_s \equiv r_s/r_0$$

2.2 乱流領域

凝固の比較的早い時期における強力な攪拌では、慣性項あるいは乱流粘性項が支配的になる。そのような場合、層流の場合とは違つて流速を解析的に求めることができなくなり、従来、乱流モデル¹¹⁾による数値解析が行われてきた^{6)~8)}。これらの数値解析は定常の乱流流動を解析したもので、後述のように、連鋳電磁攪拌におい

て、重要と考えられる非定常の乱流流動については、従来、行われていない。さらに、操業条件と凝固組織との関係を明らかにするには、数値解よりも、近以解であっても解析的表現が望まれる。

ここでは、加速流動あるいは反転流動に着目して近以解析によつて、流速 v の時間関数形を求める。

乱流に関する Boussinesq と Prandtl の仮説に従うと、(7)式において、乱流粘性項 $(\nabla \cdot \tau)$ は $(\rho v^2/r_0)$ に比例することとなる。また、慣性項 $\{\rho(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V}\}$ も $(\rho v^2/r_0)$ に比例する。そこで、(7)式を近似的に (33) 式のように表す。

$$\rho (dv/dt) + k_1 \rho v^2/r_0 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{B} \quad (33)$$

(33)式を $t=0$ で $v=0$ の条件下で解くと、(34)式が得られる。

$$v = \sqrt{J B r_0 / k_1 \rho} (1 - e^{-t/\theta}) / (1 + e^{-t/\theta}) \quad (34)$$

ただし、 $\theta \equiv \sqrt{\rho r_0 / 4 k_1 J B}$ である。

一方、移動磁界方式に基づいた攪拌の場合には、 $\mathbf{J} \cdot \mathbf{B}$ のオーダーは Maxwell の電磁気の方程式から次のように誘導される。すなわち、 \mathbf{E} の値のオーダーを $O\{\mathbf{E}\}$ と表すことにすれば、(1)式より、 $O\{\mathbf{E}\} = \omega B \delta$ となるので、(1)式と(4)式の関係から、 $O\{\mathbf{J}\} = \sigma \omega B \delta$ となる。したがつて、(1)式の外力項 $(\mathbf{J} \times \mathbf{B})$ のオーダーは次式で見積ることができる。

$$O\{\mathbf{J} \times \mathbf{B}\} = \sigma \omega B^2 \delta \quad (35)$$

ここで、 δ は電磁気に関する代表長さであり、交流電流のスキン厚さに比例するものと考えることができる。

$$O\{\delta\} = \sqrt{2/\mu \omega \sigma} \quad (36)$$

(36)式を(35)式に代入すると、次式が得られる。

$$O\{\mathbf{J} \times \mathbf{B}\} = \sqrt{2\sigma \omega / \mu} B^2 \quad (37)$$

(34)式の分母は、 $t=0$ から $t=\infty$ まで変化しても、2 から 1 へ変化するだけで、これはさほど大きな変化ではないので、1 と置き、(37)式の関係を用いて(34)式を整理すると、(38)式が得られる。

$$v = k_2 (\sigma \omega / \mu)^{1/4} \cdot \sqrt{r_0 / \rho} \cdot B \cdot (1 - e^{-t/\theta}) \quad (38)$$

ただし、 $\theta \equiv k_3 \sqrt{r_0 \rho} / \{(\sigma \omega / \mu)^{1/4} B\}$ である。

(38)式は静止流体が電磁気力によつて、時定数 θ の一次遅れ系で始動することを示している。(38)式の関数形は角井ら¹²⁾によつて提出された(39)式の実験式に類似している。(38)式では周波数の効果も加味されている。

$$v = k \cdot B \cdot r_0 \sqrt{\sigma / \mu_f \rho} (1 - e^{-t/\theta}) \quad (39)$$

ここで、 $\theta = 2\rho / \sigma B^2$

また、佐々木ら⁵⁾は次式を提出している。

$$v = k \sqrt{\sigma / \rho} I \quad (40)$$

後述のように、 $I \propto B$ であるので、(38)~(40)式は、と

もに、 v が I と $\rho^{-1/2}$ に比例することを示している。しかしながら、(38)式では、 v が $\sigma^{1/4}$ に比例するが、(39)、(40)式では、 v が $\sigma^{1/2}$ に比例している。また、(39)式には μ_f があるが、(38)、(40)式には μ_f がない。理論的には、乱流支配域においては、乱流粘性係数が μ_f を大幅に上まわり、 μ_f の効果は通常現れない。(38)式中の B は固液界面における値であり、鋳片表面の値 B_0 と次式で関係づけられる⁹⁾。

$$B = B_0 \cosh \beta x / \cosh \beta x_0 \quad (41)$$

ただし、 $\beta \equiv \sqrt{k^2 + j\mu\sigma\omega}$ である。

$|\beta|$ が比較的大きい場合には、(41)式は次式で近以できる。

$$B = B_0 \exp(-l_s \beta_r) \cdot \cos l_s \beta_i \quad (42)$$

ここで、 β_r と β_i はそれぞれ、(15)、(16)式で表された β の実数部と虚数部である。また、 B_0 とコイル電流 I の関係は、(43)式で表せる。

$$B_0 = k_4 (N/l_p) I \quad (43)$$

したがつて、(38)、(42)、(43)式から、流速はコイル電流 I に比例することになる。これは乱流の、あるいは、慣性項が支配的な流れの特性である。層流の場合には、(18)式からわかるように、流速 v は H_0^2 に比例する。 $B_0 = \mu H_0$ の関係から、 v は B_0^2 に比例し、(43)式から、 v が I^2 に比例することがわかる。

Fig. 2 は、佐々木ら⁵⁾の回転磁界方式による流速 v の実測結果をコイル電流 I に対して図示しなおしたものである。同図から、コイル電流を増して流速が大きくなった領域(乱流)では、 $v \propto I$ の関係が、また、低流速領域(層流)ではほぼ $v \propto I^2$ の傾向があることが推察さ

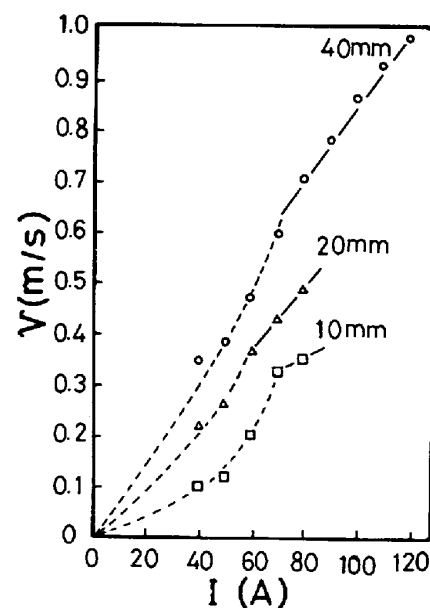


Fig. 2. Relations between the fluid flow velocity and coil current.

れる。このことは、上述の理論結果と符合することになる。

3. 実験

3.1 実験方法

溶融金属に直流磁束と交流電流を直接印加する場合、交流電流の周期が溶融金属の機械的緩和時間 ($t = \rho l^2 / 2\pi\mu\tau$) より短いと、融体は電磁気力の変化に追従できなくなつて運動をしないが、逆に、周期が機械的緩和時間より長いと、融体は反転運動するようになる。本研究では、電磁気力に基づいた反転流が結晶の微細化に及ぼす効果を明らかにするため、凝固中の低融点合金に直流磁束と低周波の交流電流を同時に印加する実験を行った。

実験装置の概略図を Fig. 3 に示す。500°C に加熱した 500g の Sn-10%Pb 合金を矩形つぼ (80×50×20

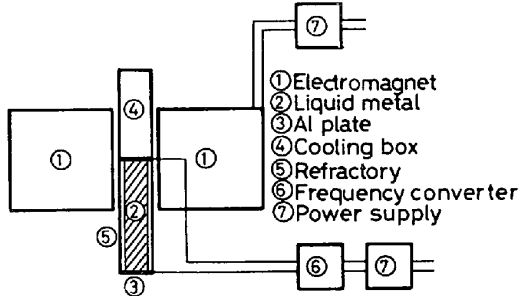
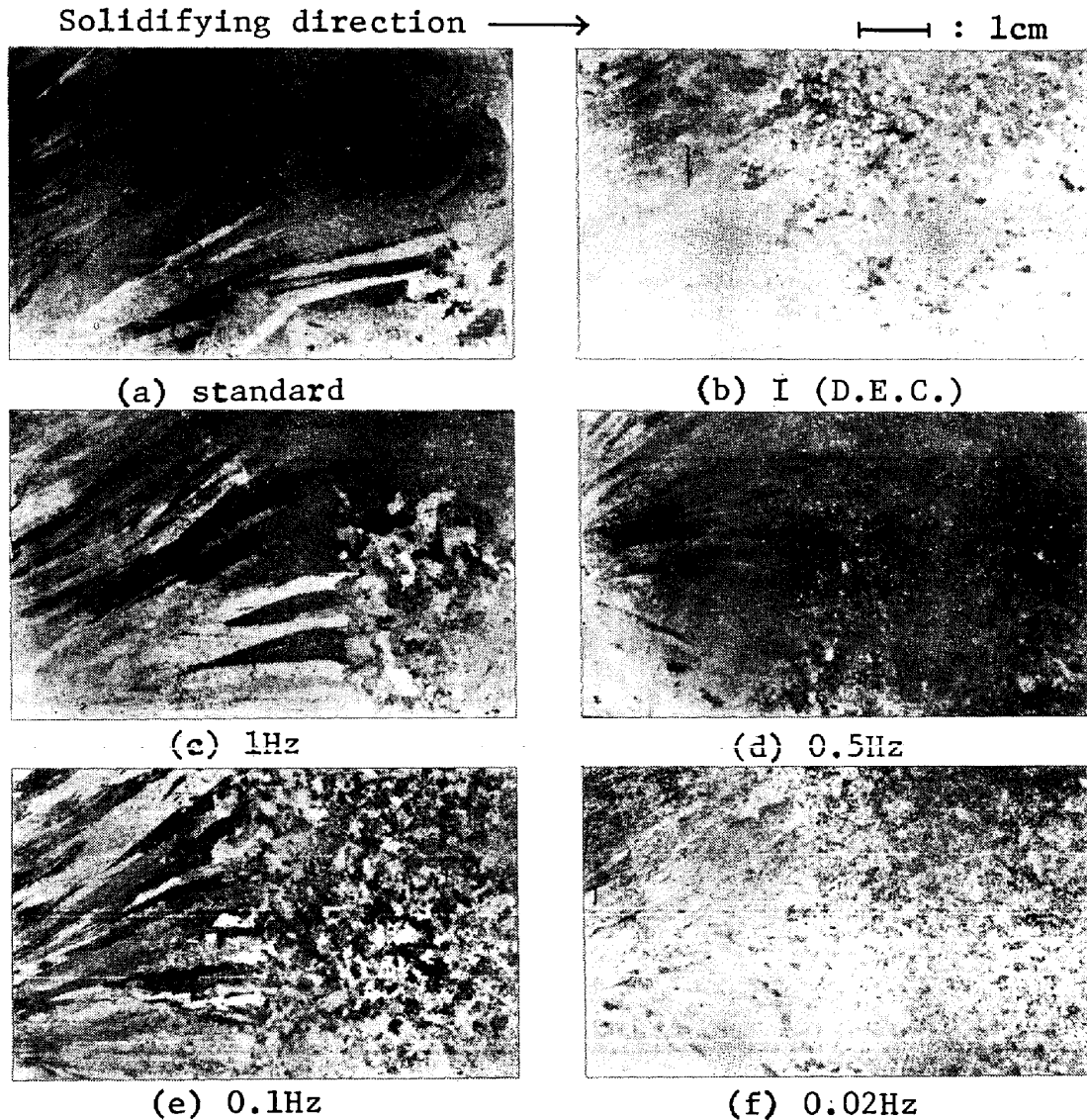


Fig. 3. Schematic view of experimental apparatus.



I=10A, B=0.25T. R=20mm/min

I(D.E.C.): Direct Electric Current

Photo. 1. Effect of frequency of imposed electric current on macrostructure.

mm) に 鑄 込 み, る つ ぼ の 短 辺 側 に 冷 却 槽 を 取 り 付 け て, 水 平 方 向 に 一 方 向 凝 固 さ せ た. 凝 固 中, 磁 束 は 凝 固 方 向 と 直 交 す る よ う に, ま た, 交 流 電 流 は 凝 固 方 向 に 印 加 し て, 溶 湯 中 に 凝 固 方 向 と 直 交 す る 鉛 直 方 向 の 体 積 力 を 誘 発 さ せ る よ う に し た. な お, 印 加 し た 交 流 電 流 は, 商 用 交 流 を 直 流 に 変 換 し た 後, 矩 形 波 交 流 周 波 数 変 換 器 に よ り, 所 定 の 周 波 数 (可 変 幅 1/50~35Hz) に 変 換 し た 矩 形 波 交 流 で あ る. な お, 以 下 に 示 す Photo. 1~3

は 中 央 縦 断 面 (80×50 mm) の マ ク ロ 組 織 で あ る.

3.2 実験結果

Photo. 1 は 磁 極 中 心 部 に お け る 磁 束 密 度 0.25 T (テ ス ラ) で, 10 A (電 流 密 度 0.8 A/cm²) の 通 電 を 行 っ た 際 の マ ク ロ 組 織 で あ る. (a) の 組 織 は 標 準 試 料 で, 磁 束 も 電 流 も 印 加 し な い 場 合 で あ り, 柱 状 晶 が よ く 発 達 し て い る. (b) の 組 織 は 直 流 電 流 と 直 流 磁 束 を 印 加 し た 場 合 で, 微 細 な 等 軸 晶 組 織 が 大 き く 広 が っ て い る. (c), (d), (e), (f) は 直 流 磁 束 と そ れ ぞ れ, 1 Hz, 0.5 Hz, 0.1 Hz, 0.02 Hz の 交 流 を 印 加 し た 場 合 の 組 織 で あ る. 1 Hz で は (a) の 標 準 試 料 と ほ と ん ど 同 じ も の が, (d), (e), (f) と 周 波 数 を 低 下 さ せ る こ と に 伴 い 等 軸 晶 領 域 が 広 が り, 0.1 Hz の (e) の 場 合 に は, 直 流 電 流 (0 Hz に 相 当) を 印 加 し た も の と ほ と ん ど 同 じ 程 度 に 微 細 化 し て い る. Fig. 4 に は, 等 軸 晶 率 と 周 波 数 の 関 係 を 示 す. 周 波 数 を 除 く, 他 の 実 験 条 件 を 同 一 に し た 場 合, 等 軸 晶 率 は 周 波 数 の 減 少 に 伴 っ て 増 加 し, し だ い に 飽 和 す る パ タ ー ン を 示 す こ と が わ か る. Fig. 4 に 示 し た 数 値 そ の も の は, 磁 極 に 対 す る 試 料 の 相 対 位 置 に よ っ て 変 わ り 得 る が, Fig. 4 に 示 さ れ た パ タ ー ン は 変 わ ら な い も の と 考 え ら れ る.

Photo. 2 は, 周 波 数 は 0.5 Hz と 一 定 に し て, 印 加 電

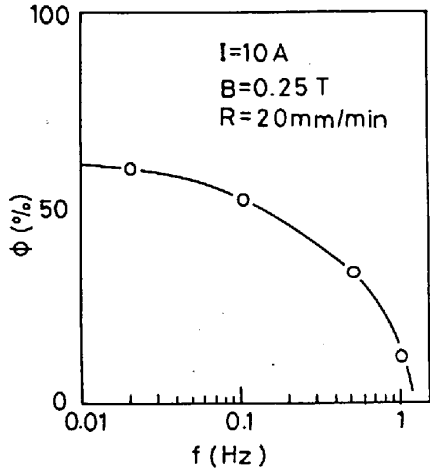


Fig. 4. Effect of frequency of imposed electric current on the ratio of equi-axed crystal zone.

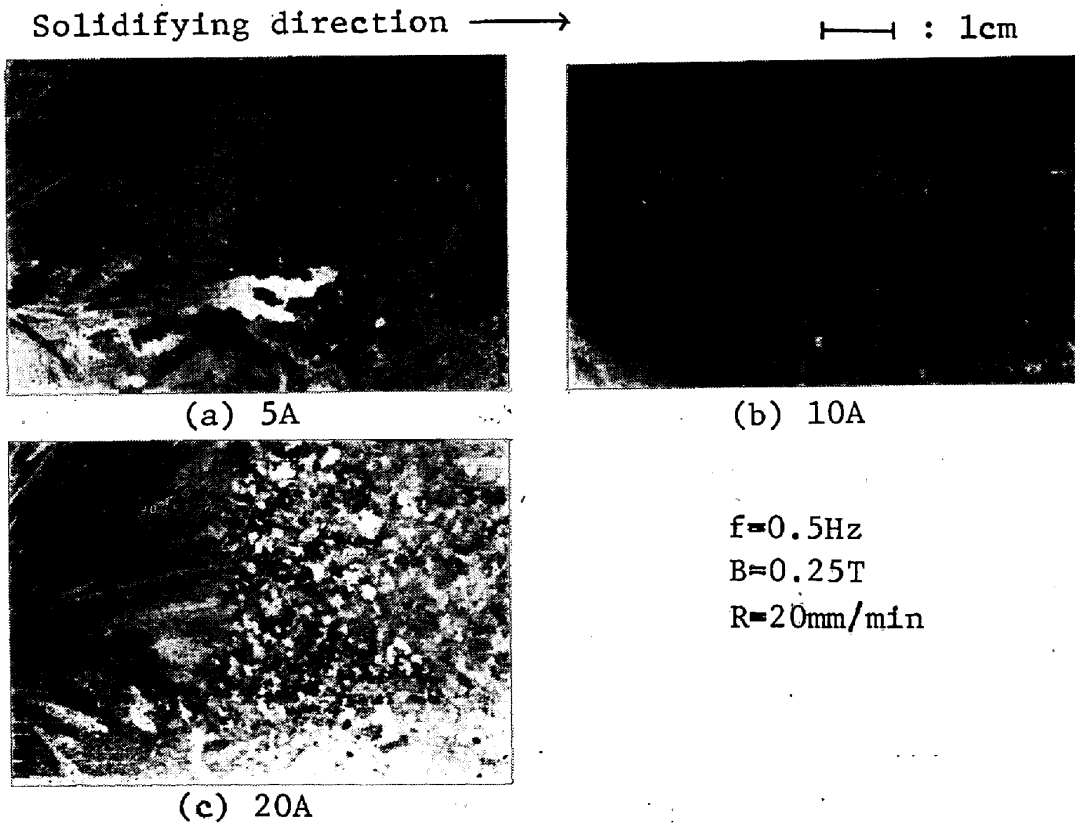


Photo. 2. Effect of imposed electric current on macrostructure.

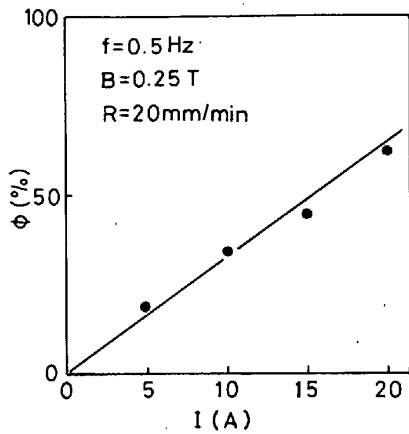


Fig. 5. Effect of imposed electric current on the ratio of equi-axed zone.

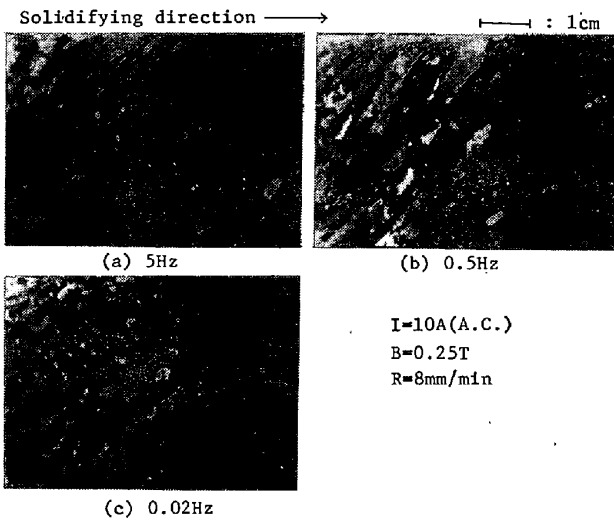


Photo. 3. Effect of frequency of imposed electric current on macrostructure.

流を 5 A, 10 A, 20 A と変えた場合のマクロ組織を示す。Fig. 5 には、試料断面において等軸晶が占有する面積率として定義した等軸晶率 ϕ と印加電流の関係を示す。印加電流を増すと、等軸晶率が増加することがわかる。

冷却槽と反対側のるつぼの短辺側をニクロム線で加熱し、200°C に保ち、試料溶湯内部の温度勾配 (G) を大きくし、かつ、凝固速度 (R) を遅くしたうえで、周波数を変える一連の実験を行った。その結果を Photo. 3 に示したが、 G を大きく、 R を小さくすると、凝固組織は(c)の 0.02 Hz に至つてはじめて(a)や(b)のものとは異なつた微細化組織になることがわかる。すなわち、Photo. 1 の場合と比べて凝固組織に変化の現れは始める周波数は低周波側に移行していることになる。このことは、(G/R)あるいは ($G/R^{1/2}$) の値が大きくなると、柱状晶は等軸晶に遷移しにくくなるという報告と一致することになる¹³⁾¹⁴⁾。

4. 解析結果の考察

4.1 層流領域

水平方向攪拌と垂直方向攪拌では、鋳込み速度が電磁誘導による融体速度に比べて小さく、鋳込み流れの効果が無視できる場合には、その取り扱いは同じになる。実際の連続電磁攪拌条件では、ほぼこの条件が満足されると考えられるので、ここでは、水平方向と垂直方向を特に区別しないで取り扱う。

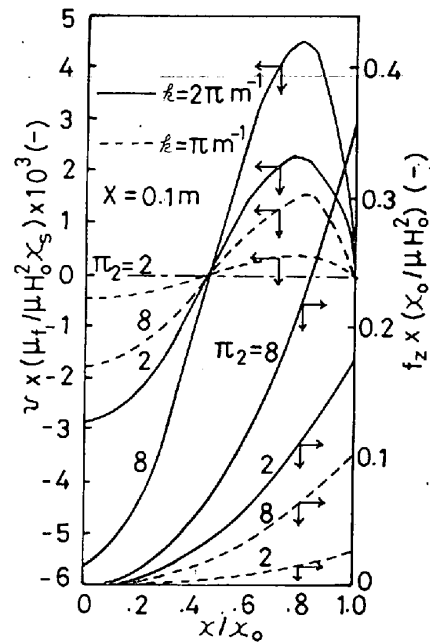


Fig. 6. profiles of induced body force and velocities in the symmetrical type stirring.

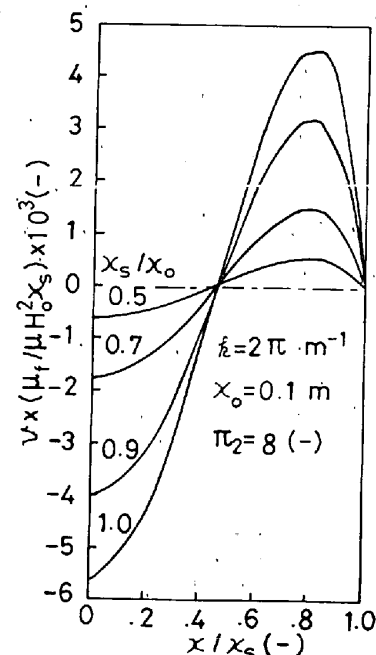


Fig. 7. Velocity distribution of symmetrical type stirring at several different times.

Fig. 6 には、電磁気力によつて溶鋼中に誘発される体積力（ローレンツ力）と流速分布を示す。体積力は表面から中心に向かつて、急激に減衰し、周波数（ π_2 ）と伝播定数（ k ）が大きいほど、体積力の値は大きくなつてゐる。体積力に対応して、流速分布も同じ傾向を示す。ここに示した流速分布は対称型攪拌の場合であるため、中心部と外周部とでは流れの方向が逆転している。

Fig. 7 には、対称型攪拌の場合の流速分布が凝固の経過に伴つて変化していく様子を示す。凝固が始まつていない状態（ $X_s/X_0=1$ ）から、スラグの厚み方向に半分凝固した状態（ $X_s/X_0=0.5$ ）では、著しい流速の減衰がみられる。これは、Fig. 5 で示したように、体積力が中心部には十分浸透できないことと、凝固の進行に伴つて流動部の領域が狭くなつたことによる。

電磁攪拌による凝固組織の等軸晶化には、凝固前面におけるせん断応力の寄与も考えられるので¹⁵⁾、Fig. 8 には、対称型攪拌における凝固の経過に伴うせん断応力の推移を示した。凝固前面せん断応力は凝固の経過に伴つて急速に減衰することがわかる。また、Fig. 8 には伝播定数（ k ）の効果も示したが、 k が大きいほど、せん断応力も大きくなつてゐる。

4.2 乱流領域

角井ら¹²⁾の実験データに基づいて、本研究で得られた(38)式の比例定数 k_2 と k_3 を求めると、水銀の場合 $k_2=5.3$ 、 $k_3=1100$ で、溶鋼の場合 $k_2=1.8$ 、 $k_3=380$ となる。水銀と溶鋼で比例定数に差が認められるのは、水銀の場合は凝固を伴わないが、溶鋼の場合には凝固を伴い、固液界面での流動抵抗が影響したためと推察され

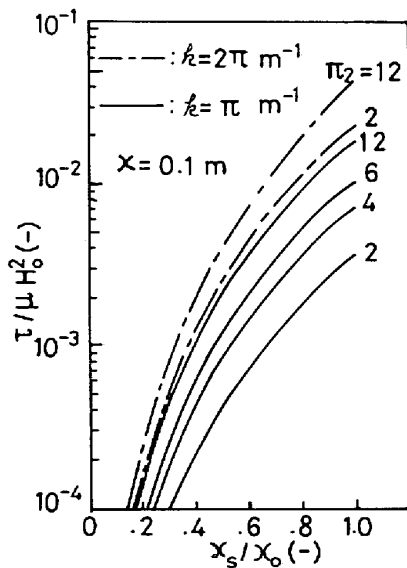


Fig. 8. Transitional variations of stress on the solidification front in symmetrical type stirring.

る。

連铸の電磁攪拌では、ホワイトバンドの生成を抑制し、かつ中心偏析を低減させる方法の一つとして、反転流が採用される場合がある。その場合、溶鋼は定常振動することになる。振動の半周期にわたつての流速変化は近似的に(38)式で表すことができる。したがつて、サイクル数 f の反転流を採用した場合、半周期ごとに現れる最大流速 v_{max} は(38)式から次のように表される。

$$v_{max} = k_2(\sigma\omega/\mu)^{1/4} \cdot \sqrt{r_0/\rho} \cdot B \cdot (1 - e^{-1/2f\theta}) \dots\dots\dots (44)$$

先に得られた k_2 と k_3 の値を採用し、 v_{max} をパラメータにして、(44)式の関係を図示すると Fig. 9 となる。凝固前面で同一の v_{max} を得ようとすれば、攪拌力の大きい（ B の値が大きい）場合には、 f を大きくする必要があり、攪拌力の小さい（ B の値の小さい）場合には、 f を小さくする必要があることになる。一方、本研究における凝固実験の結果を Fig. 10 に示す。Fig. 10 では、凝固条件は一定にして、等軸晶率 50% 以上と 50

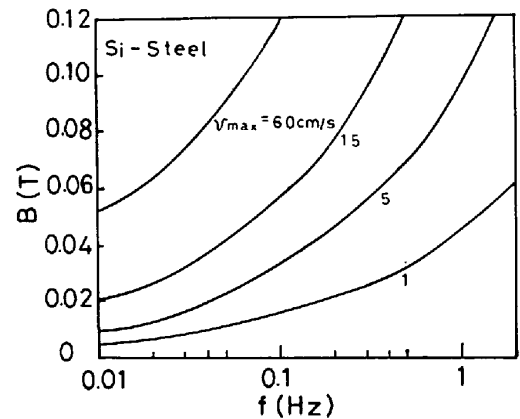


Fig. 9. Effect of frequency of reverse-turn flow on the maximum fluid flow at solidification front.

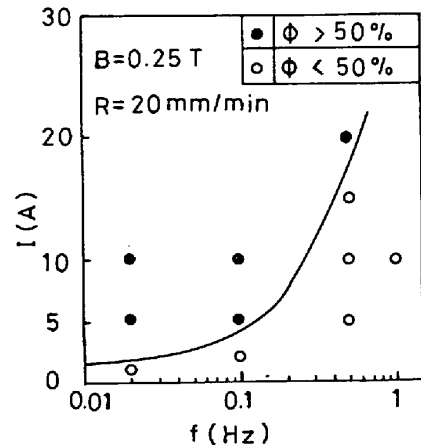


Fig. 10. Effect of frequency of reverse-turn flow on the ratio of equi-axed crystal zone.

%以下に分けて表示した。この図から、同じ等軸晶率（この場合 50%）を得るためには、強い攪拌（ I が大きい攪拌）では f を大きくし、弱い攪拌（ I が小さい攪拌）では f を小さくする必要のあることがわかる。

低融点合金の実験の結果から直ちに実操業の結果を類推することはできないが、理論解析に基づいた Fig. 9 と本実験結果の Fig. 10 から、反転流によつて凝固組織の等軸晶化を図る場合には、半周期ごとに現れる最大流速と等軸晶率の間に強い相関が存在することが推察される。

さらに、連鋳の電磁攪拌に反転流を採用する効用として次の 2 点が推察される。(i) 反転流は樹間内濃化液を周期的に逆流させることになり、樹間からの濃化液の排出を抑制し、ホワイトバンドの生成を押える。(ii) 反転流は攪拌帯の外への流動の波及距離を短くする効果があるため、攪拌帯に入るまでデンドライトは十分成長できる。なお、攪拌方向と直交する方向（ここでは Z 方向とする）への流動の波及を、無限大の融体中で調和振動する平板付近の流動 (Stokes の第 2 問題)¹⁶⁾ とみなすと、波及流速 v' は次式で表される。

$$v'(z, t) = ve^{-\eta z} \cos(2\pi ft - \eta y) \dots\dots\dots (45)$$

ただし、 $\eta \equiv \sqrt{2f/\nu}$ である。(45) 式は、反転サイクル数 f の増加に伴つて、反転流の波及距離が指数関数的に短くなることを示す。

Photo. 1 と Photo. 3 の結果の比較から、電磁攪拌によつて、等軸晶化を有効に行うためには、 (G/R) あるいは $(G/R^{1/2})$ の値が小さいことが望まれる。ところが、そのような条件の領域は凝固末期に相当するため、凝固殻が成長していて、電磁気力が未凝固液に伝達されにくくなっている。したがつて、連鋳の電磁攪拌においては、攪拌帯の最適設置位置が存在し、それがきわめて重要な因子になるものと考えられる。

5. 結 言

連鋳電磁攪拌に伴う流動を層流と乱流に分けて、それぞれの場合について、未凝固溶鋼の流れの理論解析を行った。一方、反転流を伴つた凝固における等軸晶化について、低融点合金を用いた模型実験を行い、連鋳電磁攪拌に反転流を採用する有用性について論じた。理論解析と模型実験より次の結果を得た。

(i) 層流の場合、流速分布と凝固前面せん断応力を与える理論式を連鋳機の種類と攪拌方式に応じ、電磁流体力学に基づいて導出した ((18), (19), (23), (24), (30), (32) 式)。

(ii) 乱流の場合、代表流速を装置条件と操作条件に

関係づける理論式を提出した。

$$v = k_2(\sigma\omega/\mu)^{1/4} \cdot \sqrt{r_0/\rho} \cdot B \cdot (1 - e^{-t/\theta})$$

ただし、 $\theta \equiv k_3 \sqrt{r_0/\rho} / \{(\sigma\omega/\mu)^{1/4} B\}$

(iii) 連鋳電磁攪拌に反転流を採用する場合、半周期ごとに現れる最大流速と等軸晶率の間に強い相関があることを推論した。

記 号

B, B : 磁束密度	(T)
B_0 : 鋳型表面における磁束の強さ	(T)
$bei_p(x), ber_p(x)$: p 次ケルビン関数	(-)
E : 電界の強さ	(V/m)
F, f_x, f_z, f_φ : 体積力	(N/m ³)
f : 反転流の反転サイクル	(1/s)
G : 温度勾配	(°K/m)
g : 重力加速度	(m/s ²)
H, H : 磁界の強さ	(AT/m)
H_0 : 鋳型表面における磁界の強さ	(AT/m)
I : 電流	(A)
J : 電流密度	(A/m ²)
j : 虚数	(-)
k : 伝播定数	(1/m)
k_1, k_2, k_3, k_4 : 比例定数	(-)
l : 代表長さ, 固定子内径	(m)
N : 巻線の数	(-)
P : 圧力	(Pa)
p : ポール対数	(-)
R : 凝固速度	(m/s)
r_0 : プルームの半径	(m)
t : 機械的緩和時間, 経過時間	(s)
V, v : 流速	(m/s)
V : 無次元流速	(-)
v_c : 鋳込み速度	(m/s)
v_{max} : 半サイクルごとに現れる最大流速	(m/s)
v' : 反転流に伴う波及流速	(m/s)
x : 鋳片の中心からの距離	(m)
x_s : 鋳片の中心から凝固前面までの距離	(m)
x_0 : 鋳片の厚さの半分	(m)
z : z 方向距離	(m)
δ : 電磁気に関する代表長さ	(m)
θ : 時定数	(s)
μ : 透磁率	(H/m)
μ_f : 粘性係数	(Pa·s)
π_1 : 無次元せん断応力 ((19) 式に示す.)	(-)
π_2 : 無次元周波数 ((19) 式に示す.)	(-)
ρ : 密度	(kg/m ³)
σ : 電気伝導率	(1/Ωm)
$\tau, \tau_{r\varphi}$: せん断応力	(Pa)
ϕ : 等軸晶占有率	(-)
ω : 角周波数	(rad/s)

Appendix

(18), (19) 式の誘導

(14) 式を次のように表す。

$$f_z = Q \cdot (\cosh 2\beta_r x - \cos 2\beta_i x) \dots\dots\dots (A)$$

ここで、

$$Q \equiv \frac{\mu^2 H_0^2 \omega \sigma k}{2 \sqrt{k^4 + (\omega \sigma \mu)^2}} \cdot \frac{1}{\cosh 2\beta_r x_0 + \cos 2\beta_i x_0} \dots\dots\dots (B)$$

(A) 式を(11)式に代入して積分を行うと次式が得られる。

$$\mu_f \frac{\partial v}{\partial x} + Q \left\{ \left(\frac{1}{2\beta_r} \right) \sinh 2\beta_r x - \left(\frac{1}{2\beta_i} \right) \sin 2\beta_i x \right\} - Lx + C_1 = 0 \dots\dots\dots (C)$$

境界条件の(13)式から, $C_1 = 0$ となる。

(C) 式をさらに積分すると, (D) 式が得られる。

$$\mu_f v + Q \left\{ \left(\frac{1}{2\beta_r} \right)^2 \cosh 2\beta_r x + \left(\frac{1}{2\beta_i} \right)^2 \cos 2\beta_i x \right\} - \frac{L}{2} x^2 + C_2 = 0 \dots\dots\dots (D)$$

境界条件の(12)式から, C_2 が次のように求められる。

$$C_2 = -Q \left\{ \left(\frac{1}{2\beta_r} \right)^2 \cosh 2\beta_r x_s + \left(\frac{1}{2\beta_i} \right)^2 \cos 2\beta_i x_s \right\} + \frac{L}{2} x_s^2 \dots\dots\dots (E)$$

一方, (17) 式に(D) 式を代入すると

$$\int_0^{x_0} v(x) dx = \int_0^{x_s} v(x) dx = \int_0^{x_s} \left[-\frac{1}{\mu_f} \left\{ Q \left\{ \left(\frac{1}{2\beta_r} \right)^2 \cosh 2\beta_r x + \left(\frac{1}{2\beta_i} \right)^2 \cos 2\beta_i x \right\} + \frac{L}{2} x^2 + C_2 \right\} \right] dx = \frac{1}{\mu_f} \left[-Q \left\{ \left(\frac{1}{2\beta_r} \right)^3 \sinh 2\beta_r x_s + \left(\frac{1}{2\beta_i} \right)^3 \sin 2\beta_i x_s \right\} + \frac{L}{6} x_s^3 - C_2 x_s \right] \dots\dots\dots (F)$$

となる。(F) 式に(E) 式を代入して整理すると, L が次のように求められる。

$$L = -3Q \left\{ \left(\frac{1}{2\beta_r x_s} \right)^3 \sinh 2\beta_r x_s + \left(\frac{1}{2\beta_i x_s} \right)^3 \sin 2\beta_i x_s - \left(\frac{1}{2\beta_i x_s} \right)^2 \cosh 2\beta_r x_s - \left(\frac{1}{2\beta_i x_s} \right)^2 \cos 2\beta_i x_s \right\} \dots\dots\dots (G)$$

(D) 式に(E) 式と(G) 式を代入して, L と C_2 を消去すると(H) 式が得られる。

$$v = -\frac{Q x_s^2}{\mu_f} \left\{ \left(\frac{1}{\gamma_r} \right)^2 (\cosh \gamma_r \xi - \cosh \gamma_r) + \left(\frac{1}{\gamma_i} \right)^2 (\cos \gamma_i \xi - \cos \gamma_i) \right\} - \frac{3Q x_s^2}{2\mu_f} \left\{ \left(\frac{1}{\gamma_r} \right)^3 \sinh \gamma_r + \left(\frac{1}{\gamma_i} \right)^3 \sin \gamma_i - \left(\frac{1}{\gamma_r} \right)^2 \cosh \gamma_r - \left(\frac{1}{\gamma_i} \right)^2 \cos \gamma_i \right\} \times (\xi^2 - 1) \dots\dots\dots (H)$$

(H) 式を無次元化すると(18) 式が得られる。

次に(C) 式に(G) 式を代入すると, (I) 式が得られる。

$$-\mu_f \frac{\partial v}{\partial x} = -Q x_s \left[\frac{\sinh \gamma_r}{\gamma_r} \left(1 + \frac{3}{\gamma_r^2} \right) - \frac{\sin \gamma_i}{\gamma_i} \left(1 - \frac{3}{\gamma_i^2} \right) - 3 \frac{\cosh \gamma_r}{\gamma_r^2} - 3 \frac{\cos \gamma_i}{\gamma_i^2} \right] \dots\dots\dots (I)$$

(I) 式を無次元化すると(19) 式が得られる。

文 献

- 1) W. PAPPMEIER and B. TARMANN: J. Metals, (1966), p. 1109
- 2) F. C. LANGENBERG and G. PESTEL: J. Metals, (1961), p. 859
- 3) 竹内英磨, 池原康允, 柳井隆司, 松村省吾: 鉄と鋼, 63 (1977), p. 1287
- 4) 岩田 斉, 山田勝彦, 藤田照夫, 林 享三: 鉄と鋼, 61 (1975), p. 2972
- 5) 佐々木寛太郎, 杉谷泰夫, 小林純夫, 石村 進: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 60
- 6) J. SZEKELY and S. ASAI: Trans. ISIJ, 15 (1975) 5, p. 270
- 7) J. SZEKELY and S. ASAI: Trans. ISIJ, 15 (1975) 5, p. 276
- 8) K. H. TACKE and K. SCHWERDTFEGER: Stahl u. Eisen, 99 (1979), p. 7
- 9) W. F. HUGHES and F. J. YOUNG: The Electromagnetodynamics of Fluid, (1966), p. 140 [John Wiley & Sons. Inc.]
- 10) H. S. MARR: Iron and Steel International, (1979), p. 29
- 11) D. B. SPALDING: VDI-Forschungsh 38, 549 (1972), p. 5
- 12) 角井 洵, 古河洋文, 川田則幸, 秋田秀喜, 藤川安生, 佐々木邦政: 三菱重工技報, 16(1979), p. 308
- 13) R. ELLIOTT: The British Foundryman, Sep. (1964), p. 398
- 14) T. S. PLASKETT and W. C. WINEGARD: Trans. ASM, 51 (1959), p. 223
- 15) 杉谷泰夫, 小林純夫, 石村 進, 岡崎 卓, 安元邦夫: 製鋼第19委員会第3分科会, 凝固現象協議会資料, 19委-10154, 凝固-252 (1979, 2)
- 16) H. SCHLICHTING: Boundary Layer Theory, (1960), p. 76 [Pergamon Press]