



UDC 621.771.23.01

平圧延における非定常変形の有限要素解析

森 謙一郎*・小坂田 宏造*²

Finite Element Analysis of Nonsteady State Deformation in Flat Rolling

Ken-ichiro MORI and Kozo OSAKADA

1. ま え が き

分塊圧延や熱間圧延のような大断面の平圧延において、スラブ先後端の非定常変形は、材料の歩留りを向上するうえで特に問題になる。板厚方向への圧下による圧延において生じる先後端の形状不良には、厚さ方向に不均一を生じるオーバーラップ、幅方向に生じる舌状のクランプ形状、先後端での大きな幅広がりなどがある。オーバーラップの形状は板厚によつて変化し、板厚が大きいと凹形状を示し、板厚が小さいと反対に凸の傾向を示すといわれている¹⁾。これは板厚が大きいと、板厚方向の中央部は余り変形せず、ロール接触部だけがよく変形して飛び出すため、先後端が凹形状になるものである²⁾。舌状のクランプ形状および先後端での大きな幅広がり、は、先後端で拘束が小さいために生じ、熱間圧延のクランプおよび厚板圧延の平面形状制御において問題となっている。

近年スラブの連続鋳造化率が増加するに伴い、幅方向に大圧下をかけるエッジング圧延が注目されるようになってきた。また、分塊圧延においても、幅圧延は古くから行われている。エッジング圧延では、ロール直下で板厚が局部的に増加し、板の中央部では厚さがほとんど変化しないいわゆるドッグボーンを生じる。先後端では変形の自由度が大きく、圧延方向にも変形を生じてドッグボーンが小さくなり、幅方向に圧延長さが不均一となるフィッシュテールを生じる³⁾。このフィッシュテールは、厚さ圧下における板厚が大きい場合のオーバーラップと同様の変形である。また、先端では幅落ち込みが見られる⁴⁾⁵⁾。幅落ち込みは、幅圧延後のドッグボーンが消去される水平圧延でさらに助長される^{4)~9)}。

先後端の非定常変形に関する研究は、従来実験的に行

われてきたが、計算によつてこれらを予測することができれば、時間およびコストの低減になると考えられる。ところが、こうした先後端の形状不良は、非定常三次元問題であるので、薄板圧延に用いられている二次元定常解析用のスラブ法を適用することはできない。

有限要素法は形状が刻々と変化する非定常変形の解析に適しており、平面ひずみおよび軸対称の塑性加工の変形過程の解析に用いられているので、非定常圧延解析に対しても有力視されている。しかし、有限要素法を圧延加工に応用することは必ずしも容易ではない。圧延加工では、摩擦によつて材料が引き込まれるが、この境界条件を有限要素法で取り扱うことが難しく、比較的簡単な平面ひずみ定常問題についても解析に成功した例はまだ少ない。また、有限要素法は単純な平面問題に対しても、非常に大掛かりな計算を必要とし、現在のところ大規模な三次元問題を解析するためには、計算機の容量などの点で問題が多い。

有限要素法による圧延解析を実用化するためのステップとしては、まず二次元定常圧延の解析により圧延の有限要素法解析の可能性を調べ、次に二次元非定常問題の解析により非定常圧延問題についての見通しを得、その後三次元の定常問題や非定常問題に取り組むことが適当であると考えられる。

ここでは、有限要素法による圧延解析の概要について説明するとともに、筆者らが行つた平面ひずみ圧延における先後端の非定常変形の剛塑性有限要素法による計算結果を示し、先端形状不良部に及ぼすロール径、圧下率の影響について述べる。また、最近成功した単純化した三次元解析によるエッジング圧延の計算結果についても触れておく。

昭和 56 年 3 月 9 日受付 (Received Mar. 9, 1981) (依頼解説)

* 京都工芸繊維大学工芸学部 (Faculty of Industrial Arts, Kyoto Institute of Technology, Goshokaido-cho Matsugasaki Sakyo-ku Kyoto 606)

*² 神戸大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Kobe University)

2. 圧延加工の有限要素法

2.1 塑性加工解析用有限要素法の概要

塑性加工解析の有限要素法を大別すると、弾塑性変形に関する方法と剛塑性変形に関する方法となる。弾塑性有限要素法は弾性解析の有限要素法より発達したもので、市販のプログラムも多く、構造物解析およびスキップス圧延^{10)~12)}のような比較的塑性ひずみの小さい問題では既に確立している方法であり、残留応力、クリープ変形の解析に利用されている。しかし、変形後の応力の値は多数の増分値を加え合わせたものであるため、圧延加工のような大変形問題では非常に厳密な条件で計算を行わなければ誤差が累積しやすい。これは、1回の変形量を大きく取れず計算時間が長くなること、速度が急変するロールとの接触開始部のような特異点の取り扱いが難しいことなどの問題点につながる。

変形量の大きい塑性加工の問題では、ごくわずかの弾性変形を考慮するよりも、それを無視しても比較的短い時間で計算できる方が必要性が大である場合が多い。この要望に答えるために開発されたのが剛塑性有限要素法である。剛塑性有限要素法は、非変形域の応力の算出には特別な取り扱いを必要とするが、応力が増分形でなく、その時々絶対値として求まるため、1回の変形量を大きく取れる。また、ロール入口の角部の特異点や変形抵抗のひずみ速度依存性のある材料の取り扱いが簡単であるなどの特徴がある。各種有限要素法の比較としては、円柱の端面拘束圧縮がある¹³⁾。

弾塑性有限要素法による圧延加工の解析は、定常変形についてよく研究されている¹⁰⁾が、一般的な条件での計算が可能になったとはいえない。非定常変形の解析例として、RAO ら¹⁴⁾が微小変形理論に基づく弾塑性有限要素法によつて、ロールとスラブがすべらない状態での平面ひずみ圧延を変形初期から解析したものと、KEY ら¹⁵⁾が大変形を考慮した弾塑性有限要素法で同様な解析を行つたものが挙げられる。非定常圧延の解析では先後端の形状が重要であるが、この二つの論文ではふれられていない。

剛塑性有限要素法については、ZIENKIEWICZ ら¹⁶⁾が粘塑性体を仮定した定常圧延の解析をしているが、実用的な結果とはいえない。筆者らは、平面ひずみ定常圧延¹⁷⁾および非定常圧延¹⁸⁾の解析を行つて、剛塑性有限要素法による圧延解析の可能性を示した。また、三次元定常問題を単純化して解析する方法として、厚さ方向には均一に変形すると仮定して厚板圧延の幅広がりを求める方法¹⁹⁾やエッジング圧延における不均一変形の近似方法²⁰⁾²¹⁾などを手がけた。

2.2 剛塑性有限要素法

剛塑性有限要素法には、塑性変形と摩擦仕事によるエネルギー消散率の最小化手法および応力の算出手法などの

異なる数種類の方法が提案されている。小林ら²²⁾はラグランジュの未定乗数法によつてエネルギー消散率の最小化を計り、そのラグランジュ乗数が静水圧応力であるとして応力を算出している。ALEXANDER ら²³⁾はペナルティ法によつて体積一定の条件を考慮し、応力の境界面から釣り合い式を積分する方法によつて応力を求めている。また、上下界の最適化を線形計画法によつて行い、ひずみは上界法から、応力は下界法から計算する方法も提案されている²⁴⁾。最近、筆者ら²⁵⁾²⁶⁾は圧縮性材料の塑性力学を応用した方法を提案し、以下にそれを用いた圧延解析の説明をする。

剛塑性有限要素法は、基本的には剛塑性体である素材が塑性変形する際のエネルギー消散率を最小にすることによつて解を得る方法であり、上界法を有限要素法に応用したものであるといえる。この方法は節点力の釣り合いと等価であることが示され、そうした方向からの研究も行われ始めた²⁷⁾。素材を多くの要素に分割すると、全エネルギー消散率 \dot{W} は、要素ごとの消散率の和で表される。

$$\dot{W} = \sum_{i=1}^{m_1} (\bar{\sigma} \dot{\epsilon} V)_i + \sum_{i=1}^{m_2} (\tau_f A \Delta v)_i - \sum_{i=1}^{m_3} (Fv)_i \quad \dots (1)$$

ここで、 τ_f は摩擦せん断応力、 Δv は相対すべり速度、 F は表面力、 v は表面力の作用している面の速度である。式(1)の右辺第1項目は塑性変形エネルギー消散率、第2項目はロールと素材の摩擦損失エネルギー消散率、第3項目は張力などの表面力のなす仕事率である。熱間圧延においてはひずみ速度依存性を示すが、その場合には第1項目の形を少し変えるだけで簡単に取扱いえる²⁸⁾。

素材にわずかの圧縮性があるとして、次のような降伏条件を導入する。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2) \} + \sigma_m^2} \quad \dots (2)$$

ここで、 g は小さな値 (1/100~1/10000 程度) であり、通常の加工条件ではこの降伏条件はMisesのものとはほぼ同じ値を示す。圧縮性を考慮したために生じる利点としては、次の二点があげられる。

1) エネルギー消散率の最小化が簡単である：圧縮性材料における相当ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は、次のように表される。

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{9} \{ (\dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon}_y)^2 + (\dot{\epsilon}_y - \dot{\epsilon}_z)^2 + (\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_x)^2 + \frac{3}{2} (\dot{\gamma}_{xy}^2 + \dot{\gamma}_{yz}^2 + \dot{\gamma}_{zx}^2) \} + \frac{1}{g} \dot{\epsilon}_v^2} \quad \dots (3)$$

ここで、 $1/g$ は大きな値であるので、 \dot{W} が最小になるには、 $\dot{\epsilon}_v$ が 0 に近づかなければならなくなり、体積一定の条件はほぼ満足される。このように圧縮性を導入すると、体積一定の条件による制約がなくなつて、エネルギー消散率の最小化が簡単になる。

2) 応力が特別な処理をすることなしに算出できる：非圧縮性材料では、ひずみ速度だけでは応力は簡単には求まらないのに対し、圧縮性材料では体積変化があるため、応力は次のようにひずみ速度から一義的に決定される。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \bar{\sigma} \left\{ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_x + \left(\frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \dot{\epsilon}_v \right\} / \dot{\epsilon} \\ \sigma_y &= \bar{\sigma} \left\{ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_y + \left(\frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \dot{\epsilon}_v \right\} / \dot{\epsilon} \\ \sigma_z &= \bar{\sigma} \left\{ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_z + \left(\frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \dot{\epsilon}_v \right\} / \dot{\epsilon} \dots\dots\dots (4) \\ \tau_{xy} &= \bar{\sigma} \dot{\gamma}_{xy} / 3\dot{\epsilon} \\ \tau_{yz} &= \bar{\sigma} \dot{\gamma}_{yz} / 3\dot{\epsilon} \\ \tau_{zx} &= \bar{\sigma} \dot{\gamma}_{zx} / 3\dot{\epsilon} \end{aligned}$$

これは一種の擬弾性変形と考えられる。

2.3 節点速度の初期値の決定

剛塑性有限要素法では、エネルギー消散率は節点速度の関数で表され、節点速度を適当に変化させることによりエネルギー消散率を最小値に収束させる。エネルギー消散率の最小化には、エネルギー消散率を節点速度で偏微分し、得られた非線形連立方程式をニュートン法などによって解く方法が、多く用いられている。ニュートン法では節点速度の初期値を必要とするが、圧延加工では正解に近い節点速度の初期値を求めることが難しく、剛塑性有限要素法による圧延加工の最も大きな問題点となっている。

そこで、エネルギー消散率に似た次のような関数²⁶⁾を考え、それを最小にすることによって節点速度の初期値を求める。

$$G = \sqrt{\sum_{i=1}^{m_1} \{(\bar{\sigma} \dot{\epsilon} V)^2\}_i + \sum_{i=1}^{m_2} \{(\tau_i A \dot{\Delta} v)^2\}_i \pm \sum_{i=1}^{m_3} \{(Fv)^2\}_i}$$

GとWは関数の形が似ているため、それぞれを最小にする速度場は近い値を持つと考えられる。関数Gはεを二乗しているため、節点速度で偏微分すると線形連立方程式が得られ、最小値は容易に得られる。Gの最小化による方法は、素材の形状だけでなく、摩擦および張力の影響も考慮することができる。この方法によつて、平面ひずみ条件下での定常¹⁷⁾および非定常圧延¹⁸⁾、幅広がり考慮した圧延¹⁹⁾、エッジング圧延²⁰⁾²¹⁾などを解析したが、いずれの場合もエネルギー消散率の最小値への収束性はよかった。

3. 非定常圧延の計算結果

3.1 変形初期の非定常平面ひずみ圧延

非定常圧延の解析の初期段階として、板幅方向に材料が変形しない平面ひずみ圧延を取り上げ、スラブ先後端の非定常変形の計算結果を示す。非定常圧延では Fig. 1 のように変形を少しずつ進ませてシミュレーションを行う。ロールと素材の摩擦状態を示すものとして、ここでは現場でよく用いられている摩擦係数を用いるが、摩擦せん断係数、相対すべり率などの摩擦法則も用いることができる。

Fig. 1 は、ロール直径 D=120 mm、圧下率 r=40%、摩擦係数 μ=0.5、加工硬化指数 n=0.085 の場合における格子の変形の計算結果である。板厚方向の線分は、先端部では二重の凸形であるが、定常変形部では凹形になつており、Photo. 1 に示すプラスチックの実験結果と同様な傾向を示している。また、ロールと接触している表面付近の要素は、きびしいせん断変形を受けている。

Fig. 2 は、圧下率が異なる場合の圧延後の先端形状の計算結果である。加工条件は D=80 mm で、他の条件

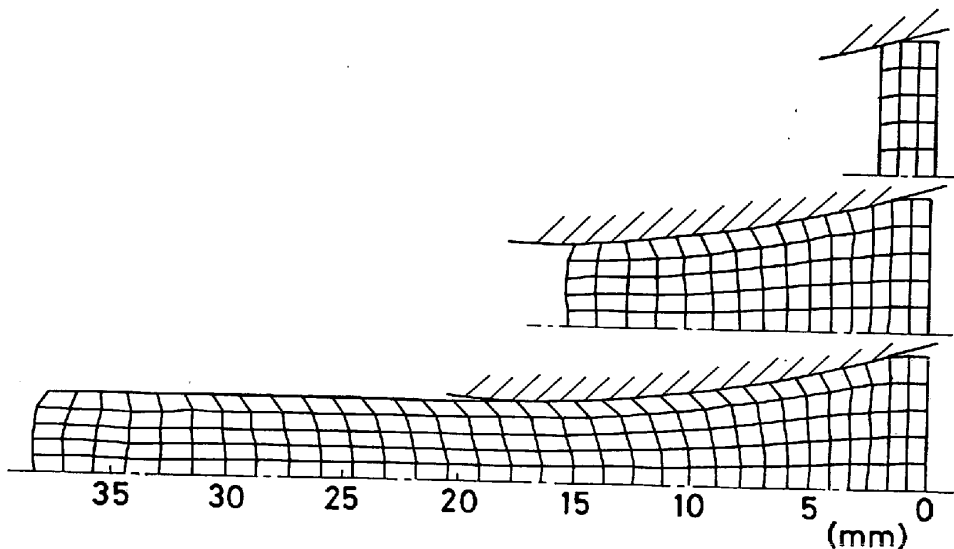


Fig. 1. Calculated distortion of grid pattern in plane-strain rolling. (D=120 mm, r=40%, μ=0.5, n=0.085)

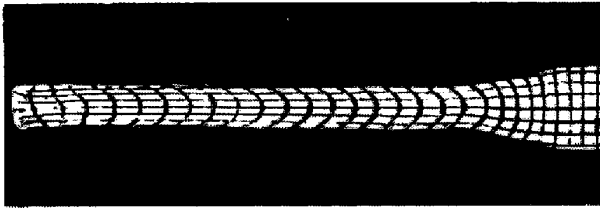
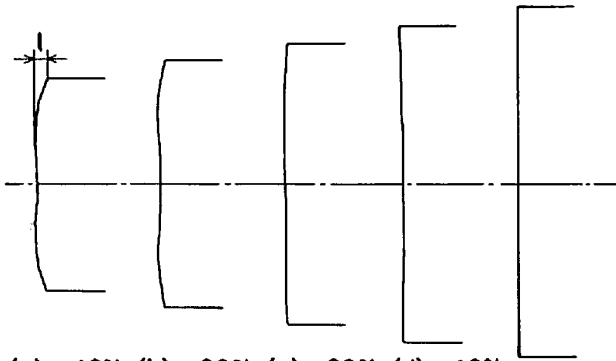


Photo. 1. Distortion of grid pattern experimentally obtained for plasticine. ($D=120\text{ mm}$, $r=46\%$)



(a) $r=40\%$ (b) $r=30\%$ (c) $r=20\%$ (d) $r=10\%$ (e) Initial

Fig. 2. Calculated shapes of front end after plane-strain rolling at various reductions in thickness. ($D=80\text{ mm}$, $\mu=0.5$, $n=0.085$)

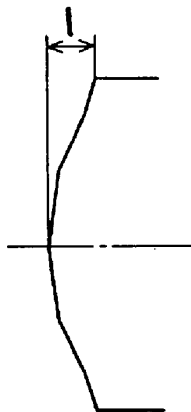


Fig. 3. Calculated shape of front end after plane-strain rolling for a slab with a workhardening exponent 0.3. ($D=80\text{ mm}$, $r=40\%$, $\mu=0.25$)

は Fig. 1 と同じである。圧延前は平面であつた先端が、圧延後は二重バルジ変形を示している。この形状は、ロール直径や板厚、圧下率、加工硬化特性などによつて変化する。

圧延加工では材料によつて加工硬化指数が異なり、そのために変形形状が変わることが知られている。先の計算では加工硬化指数を 0.085 としたが、これを 0.3 にすると、Fig. 3 に示すように、先端の圧延後の形状は、一重バルジ変形になる。

ロール直径および圧下率が先端形状に及ぼす影響を調べるため、それらを変化させた結果を Fig. 4 に示す。先端形状不良部の大きさの計算値は、圧下率およびロー

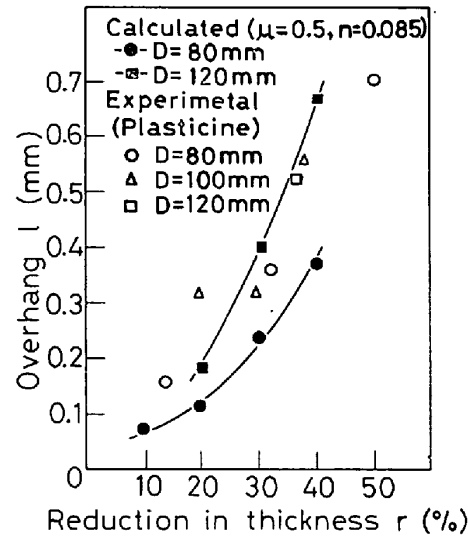


Fig. 4. Effects of reduction in thickness and roll diameter on overhang in plane-strain rolling.

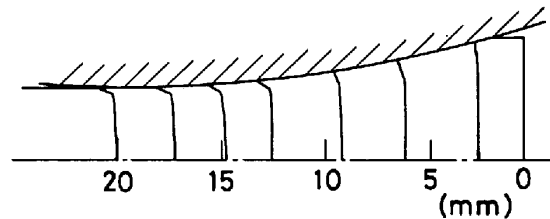


Fig. 5. Calculated shape of tail end in plane-strain rolling. ($D=150\text{ mm}$, $r=41\%$, $\mu=0.25$, $n=0.05$)

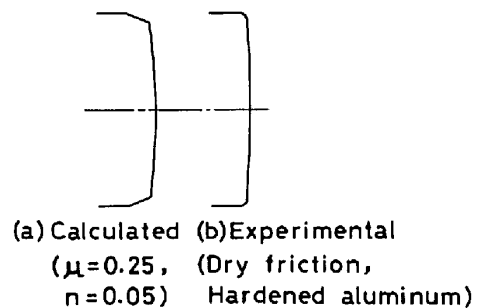


Fig. 6. Comparison between calculated and experimental shapes of tail end after rolling. ($D=150\text{ mm}$, $r=41\%$)

ル径が大きくなると増加するが、実験ではロール径の影響は余り顕著でなかった。

以上、形状・格子の変形について報告したが、荷重・トルク・面圧は、先端がロール間隙を出るとほぼ一定値を示し、定常変形となる。

3.2 変形後期の非定常平面ひずみ圧延

先端と同じような方法で後端における計算を行える。Fig. 5 に、ロール直径 $D=150\text{ mm}$ 、圧下率 $r=41\%$ 、摩擦係数 $\mu=0.25$ 、加工硬化指数 $n=0.05$ の場合の変形の進行に伴う計算による後端の形状の変化を示す。ロール表面付近だけが折れ曲がり、凸形状になつている。

Fig. 6 に、アルミニウムの実験による圧延後の後端の

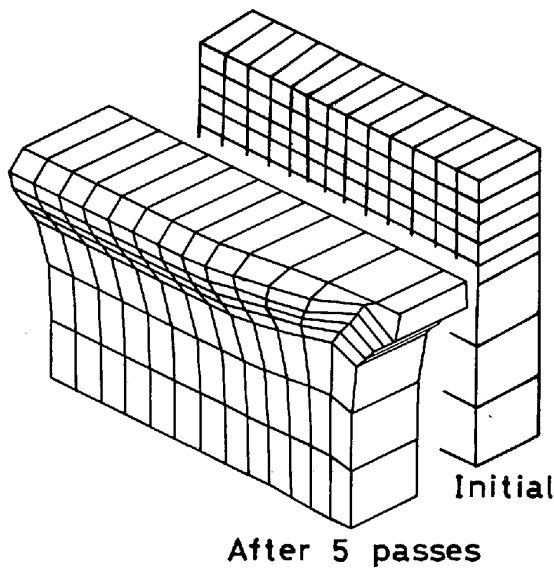


Fig. 7. Shape of front end after edge rolling calculated with simplified three dimensional elements. ($D=270$ mm, $\mu=0.45$, rigid-perfectly plastic)

形状を計算結果と比較して示す。中央部はほぼ平坦であり、ロール表面付近で急激に折れ曲がっている。

3.3 非定常エッジング圧延

エッジング圧延では、スラブを幅方向に圧下するが、それによつてドッグボーンを生じ、スラブの変形が三次元になる。それらを通常の三次元要素で解析すると、非常に長い計算時間を必要とし、現実的ではないので、厚さ方向に一つしか分割されていない擬三次元要素²⁰⁾²¹⁾を用いて解析を行う。

Fig. 7 は圧延後の先端形状の計算結果である。ロール径は 270 mm、摩擦係数は 0.45、素材は加工硬化しないものとして、1 段当たりの圧下量を 3.6% で 5 段まで圧延した時の形状を示している。先端はフィッシュテールを示し、ドッグボーンが小さくなっている。

4. あとがき

ここでは、非定常圧延の解析法として、剛塑性有限要素法について説明し、スラブ先後端の非定常圧延の二、三の計算結果を示した。非定常圧延の解析はまだ始まったばかりであり、今後三次元圧延解析の方向に進むものと思われる。

三次元圧延のような多くの計算時間を必要とする問題の解決法には、変形量の小さいと考えられる部分を、粗く要素分割をするといった技術的な方法の他に、要素自体の改良が考えられる。塑性加工の解析には、構造物解析のための要素を使用するのではなく、加工法に応じた要素の開発が必要であろう。

熱間加工における材料の特性の一つに、ひずみ速度依存性が大きいことが挙げられるが、こうした問題は構成式が確立されると簡単に取り入れることができる。摩擦

特性についてもデータは十分であるとは言えず、計算における境界条件や材料特性の総合的な把握が重要となる。

熱間加工では、熱的な問題も見逃すことはできない。圧延前の温度不均一、圧延中におけるロールとの接触による冷却、塑性変形による発熱などが変形後の形状に影響を与えることは明らかである。剛塑性有限要素法は、温度解析と組み合わせることもでき²⁹⁾、温度と変形との連成問題の解析も可能となろう。

最後に、計算データの整理をお願い致しました京都大学大学院生 小田龍晴君、川崎製鉄 二階堂英幸氏、文献を提供していただきました日本鋼管 有泉 孝氏・三原 豊氏に謝意を表します。

文 献

- 1) 川村浩一, 福田次男, 馬場 稔: 鉄と鋼, 64 (1978) S 280
- 2) 五弓勇雄, 斎藤好弘: 第 9 回西山記念技術講座テキスト, 日本鉄鋼協会編 (1967) p. 17
- 3) 長田修次, 神山藤雅, 河原田実, 中島浩衛, 柳本左門: 昭和 52 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1977) p. 125
- 4) 井端治広, 小久保一郎, 平野 坦: 第 28 回塑性加工連合講演会講演論文集 (1977) p. 101
- 5) 井端治広, 上田長正, 小久保一郎, 平野 坦: 昭和 54 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1979) p. 461
- 6) 荒木省一, 長田修次, 中島浩衛, 神山藤雅, 吉田一: 昭和 54 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1979) p. 493
- 7) 岡戸 克, 有泉 孝: 昭和 54 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1979) p. 497
- 8) 武井弘光, 岡戸 克, 藪内捷文, 有泉 孝, 山崎喜政: 昭和 54 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1979) p. 501
- 9) 浜渦修一, 石井和徳, 河原田実: 第 31 回塑性加工連合講演会講演論文集 (1980) p. 435
- 10) 玉野敏隆, 柳本左門: 機論, 41 (1975) 344, p. 1130
- 11) 三好俊郎, 小出誠二, 市原 直, 新谷定彦: 昭和 51 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1976) p. 327
- 12) 三好俊郎, 小出誠二, 栗山幸久, 新谷定彦: 第 27 回塑性加工春季講演会講演論文集 (1976) p. 275
- 13) H. KUDO and S. MATSUBARA: Proc. IUTAM Symposium on Metal Forming Plasticity, Tutzing (1978), p. 378
- 14) S. S. RAO and A. KUMAR: Int. J. Mach. Tool Des. Res., 17 (1977), p. 159
- 15) S. W. KEY and R. D. KRIEG: Comp. Meths. in Appl. Mechs. and Eng., 17/18 (1979), p. 597
- 16) O. C. ZIENKIEWICZ, P. C. JAIN, and E.

- ONATE: *Int. J. of Solids and Struct.*, 14 (1978), p. 15
- 17) S. SHIMA, K. MORI, T. ODA, and K. OSAKADA: *Proc. 4th Int. Conf. on Prod. Eng.*, (1980), p. 82
- 18) 小田龍晴, 森謙一郎, 島 進, 小坂田宏造: 昭和 55 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1980) p. 211
- 19) 森謙一郎, 油谷好浩, 島 進, 小坂田宏造: 昭和 55 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1980) p. 215
- 20) 森謙一郎, 小坂田宏造: 第 31 回塑性加工連合講演会講演論文集 (1980) p. 439
- 21) 二階堂英幸, 石原 甫, 横井正美, 林 宏之, 小坂田宏造, 森謙一郎: 昭和 56 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1981) p. 167
- 22) 小林史郎, C. H. LEE, S. N. SHAH: 塑性と加工, 14 (1973) 153, p. 770
- 23) J. W. H. PRICE and J. M. ALEXANDER: *Int. J. Mech. Sci.*, 21 (1979), p. 417
- 24) 北原義之, 小坂田宏造, 藤井 進, 鳴瀧良之助: 機論, 44 (1978) 385, p. 3268
- 25) 森謙一郎, 島 進, 小坂田宏造: 機論, 45 (1979) 396, p. 965
- 26) 森謙一郎, 島 進, 小坂田宏造: 塑性と加工, 21 (1980) 234, p. 593
- 27) 中野淳介, 小坂田宏造: 昭和 55 年度塑性加工春季講演会講演論文集 (1980) p. 359
- 28) Y. TOMITA and R. SOWERBY: *Int. J. Mech. Sci.*, 20 (1978), p. 361
- 29) 麻田祐一, 森謙一郎, 吉川勝幸, 小坂田宏造: 塑性と加工, 22 (1981) 244, p. 488