

(403) 多変量解析 (PCA) による鋼矢板継手部形状の分類

新日本製鐵株式会社 八幡製鐵所 小園東雄, 〇東中 宏
永添清一, 岡本詔洋

1. 目的

仮設用鋼材の中でも、土留用に使用される鋼矢板は、熱間圧延形鋼の代表的品種の一つである。その断面形状、特に継手部のそれは多数の代用特性値（例：孔巾、球巾 etc）からなり、施工性（打込み作業の容易さ）と水密性の2者相反する特性が要求されている。複合された幾何学的特性値の集合でありながら、日常管理上は測定可能な主要部寸法で代用されている継手形状の特性をマクロに評価する方法を追求し、最終用途に合致した形状とその製造条件との関係を見出すために、統計的手法、PCA (Principal Component Analysis: 主成分分析) により、まずはその形状の定量的分類を試みるものである。

2. 理論

P 個の特性値をもつ製品 $\mathbf{x}' = [x_1, x_2, \dots, x_p]$ (たとえば, x_1 : 孔巾, x_2 : 球巾) の1つの総合特性値 z_1 を想定し, P 次元のものをより少ない次元でマクロに分類する方法を考える。まず二次元の例で簡単に説明する。図1に示す2つの特性値の次元を減少させる方法は, \mathbf{x}_a の z_1 方向正射影の分散を最大にするように \mathbf{r} を求めることにより与えられる。

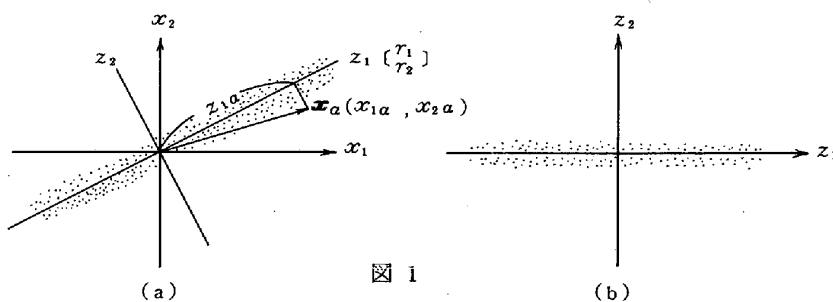


図 1

P 次元の場合も同様に, P 個の特性値をもつ製品 $\mathbf{x}' = [x_1, x_2, \dots, x_p]$ の総合特性値, z_1 方向正射影 $z_{1a} = \mathbf{r}' \mathbf{x}_a = r_1 x_{1a} + r_2 x_{2a} + \dots + r_p x_{pa}$ を考え, 方向余弦の性格 $\mathbf{r}' \mathbf{r} = 1$ をふまえ z_1 の分散を求めると $E(z_1^2) = E(\mathbf{r}' \mathbf{x})^2 = E(\mathbf{r}' \mathbf{x} \mathbf{x}' \mathbf{r}) = \mathbf{r}' \mathbf{S} \mathbf{r}$ ($\mathbf{S} = \mathbf{x} \mathbf{x}'$) となる。これを $\mathbf{r}' \mathbf{r} = 1$ の条件下で最大ならしめるために, Lagrange の未定乗数 λ を用い

$$\mathbf{r}' \mathbf{S} \mathbf{r} - \lambda (\mathbf{r}' \mathbf{r} - 1) = \phi \quad \text{とおき, 更に} \quad \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} = 2 \mathbf{S} \mathbf{r} - 2 \lambda \mathbf{r} = 0 \quad \text{とおけば}$$

$$(\mathbf{S} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{r} = 0, \quad \mathbf{r} = 0 \quad \text{という無意味な解以外の解をもつためには,}$$

$$|\mathbf{S} - \lambda \mathbf{I}| = 0 \quad (\mathbf{I}: \text{単位行列}) \quad \text{数学的には行列 } \mathbf{S} \text{ の固有値を求める問題に帰着される。}$$

3. 結果並びに考察

図2に示す6ヶ処の寸法の左右差について上記の方法で分類し、目視によるそれと対比したものが図3である。実作業時に現われる左右差のパターンを定量的によく表現し得ている。

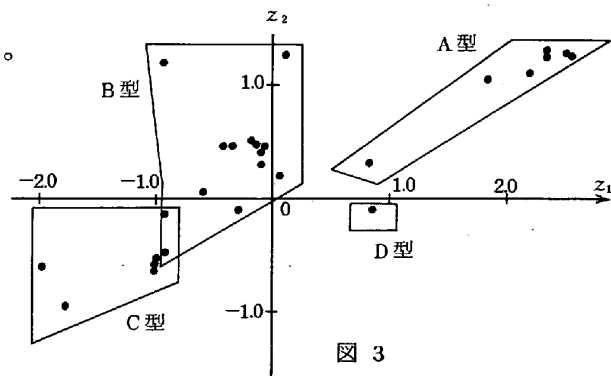


図 3

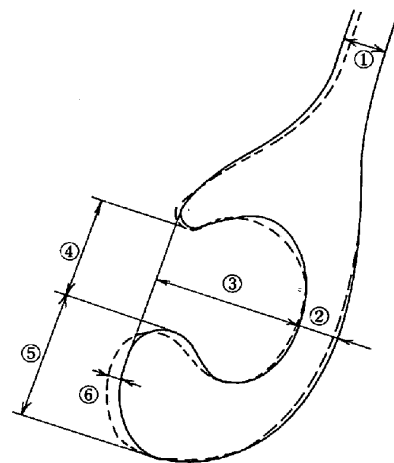


図 2

参考文献

伊藤孝一 「多変量解析の理論」 (培風館)