

論 文

UDC 621.746.047 : 621.746.393.047 : 536.421 : 536.2 : 539.37

連鑄鑄型内凝固殻の熱弾塑性応力解析について*

木下 勝雄**・江見 俊彦***・笠井 学****

Thermal Elasto-plastic Stress Analysis of Solidifying Shell
in Continuous Casting Mold

Katsuo KINOSHITA, Toshihiko EMI, and Manabu KASAI

Synopsis:

Temperature- and Stress-field in solidifying shell, and air gap formation in continuous casting mold have been numerically investigated by using a mathematical model to find conditions for strand-casting defect-free slabs. The model is based on a two dimensional non-steady state heat transfer analysis connected with a two dimensional thermal elasto-plastic stress analysis, and is capable of including the interaction between the temperature- and the stress-field. The model also involves operating variables, such as slab size, withdrawal rate, casting temperature, rate of water cooling in mold, mold taper, and, in particular, characteristics of mold flux.

Calculated variation of heat flux along the mold height agrees well with experimental one. Also, calculated shell profile, which exhibits retarded solidification owing to the formation of air gap near the corner of the shell, closely resembles experimental one.

The model developed in the present work has enabled us to get comprehensive information on the mode of solidification in continuous casting mold under varying casting conditions without making elaborating experiments. The model has been utilized as a potential simulator to determine optimum casting conditions for strand casting a variety of steels at high withdrawal rate.

1. 緒 言

連続鑄造機の新設および操業技術の進歩により、我国の粗鋼生産量に占める連続鑄造鑄片量の比率は急速に上昇し、資源、エネルギー、労力の節減と環境改善に寄与している。

現在も、鑄片表面無手入れ、加熱炉への温片装入を前提とした異種、異寸の鑄片の高効率連鑄技術の発展により、この比率は着実に上昇しつつある。すなわち、高速連続連鑄鑄造（以下多連鑄と略称）を行うと同時に、ダミーバーを入れ換えずに異鋼種が多連鑄および幅変更を行い稼動時間率を上げている。しかし、異鋼種多連鑄や幅変更のような非常操業を高速鑄造時に実施すると、鑄型テーパ、溶鋼温度、鑄造速度、ひいては鑄片温度などの鑄造条件がかなり変動するため、鑄片の面縦割れを助長したり、ブレークアウトを誘発することがある。面縦割れは、鑄片/鑄型間に存在するスラグストリーク、凝固殻の抗張力、熱応力および静鉄圧による応力などが

複雑に関係して発生する。ブレークアウトは凝固殻表面に局所的に生じるホットスポットあるいはホットスポットと鑄型の焼付点を起点とする凝固殻の破れによつて生じる。いずれもパウダーキャスト時の鑄型内フラックス膜を介しての溶鋼の凝固状態と密接に関係している。しかし、鑄型内凝固に関して得られる知見は凝固殻厚さおよび鑄型内熱流束などに限られ、凝固殻内温度、凝固殻内応力、歪あるいは変位、鑄片/鑄型間のギャップ形成などがわからないため、ブレークアウトや縦割れと操業要因との関係を系統的に把握するに至っていない。

連鑄鑄型内凝固時の力学的知見を得るために、近年、凝固殻の応力解析が行われるようになってきた。RICHMOND ら¹⁾は、鋼塊の初期凝固に際し、矩形鑄型内の凝固殻に一次元の非線形粘弾性モデルを適用し、凝固殻内の応力モードが圧縮から引張に移る時刻を求め、エアギャップ形成時刻とした。冷却速度が臨界値より小さければエアギャップは形成されず、臨界値以上では、冷却速

* 昭和 54 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 54 年 5 月 4 日受付 (Received May 4, 1979)

** 川崎製鉄(株)技術研究所 (Research Laboratories, Kawasaki Steel Corp., 1 Kawasaki-cho Chiba 260)

*** 川崎製鉄(株)技術研究所 理博 (Research Laboratories, Kawasaki Steel Corp.)

**** 日本ユニパック(株) (現: 日立ビジネス(株)) (Nippon Univac Kaisha Ltd.)

度が大きくなるにつれエアギャップの形成が早くなることを示した。しかし、彼らのモデルではエアギャップが形成されれば応力の厳密解が得られず、結局、凝固殻内の引張応力は求められていない。OETERS ら²⁾は、横断面内で単位長さの鋳片と鋳型のスライスについて考え、凝固殻と鋳型を両端固定梁として取扱い、温度分布から生ずるたわみ量、静鉄圧によるたわみ量などからエアギャップを求めた。彼らの求めたエアギャップの形成時期および大きさは鋼塊では実測値と一致したが、連铸スラブでは一致せず、エアギャップは負の値が得られた。松野ら³⁾は、凝固殻を半径の大きな円筒の一部とみなし、塑性歪をクリープの形で取入れ、厚肉円筒における平面歪問題として解析し、凝固殻内応力を求めた。彼らの結果は鋳造条件が凝固殻内応力に及ぼす影響を明らかにするものではあるが連铸スラブの広面中央部での知見を提供するにとどまり、コーナー部については論じてない。スラブの連続鋳造において、ブレイクアウトや割れに関して重要なコーナー近傍のエアギャップや凝固殻の温度応力の知見が以上3件の研究では検討されていない。

GRILL ら⁴⁾は、実測して得られた鋳型内熱流束に基づく伝熱解析と、弾塑性応力解析を組合せて、鋳型内凝固殻の温度、応力分布とエアギャップを計算した。彼らは連铸作業時にエアギャップができるとホットスポットが生じひいてはブレイクアウトにつながると推論し、さらに鋳造条件がエアギャップの形成に及ぼす影響を明らかにした。彼らは、1) 鋼は 1340°C 以下においてのみ強度を持つ、2) スラブの変形量の計算は、計算条件ごとに任意の時間間隔で行い、時間さざみごとの応力解析に先立ち、応力、歪とも完全緩和とする、3) 平面応力問題とする、と仮定した。1) は、筆者ら⁵⁾の実験および既存の高温強度のデータ⁶⁾から考えて鋼の強度の臨界温度が低すぎる。2) は、同一条件の計算に対し、計算する時間間隔を変えれば異なつた結果が得られると予想されるので一般性が無い。3) は、平面歪問題として扱うほうがより妥当性がある⁷⁾。彼らがスラブ連铸機の鋳型内凝固に際し、コーナー部でのエアギャップ形成とホットスポットの発生を理論的に明らかにした意義は大きい。その値の正しさおよび鋳造条件との関係については必ずしも明らかにされていないと考えられる。

そこで、本報はスラブ連铸機の鋳型内凝固時に発生する凝固殻内の温度、応力分布および鋳片と鋳型間のエアギャップなどを求め、ブレイクアウトや割れに及ぼす鋳造条件の影響を明らかにする解析方法の開発を試みた。その際、多くの鋳造条件の影響、特に鋳型内凝固に際して重要なモールドフラックス特性の影響が解析結果に反

映されるように配慮するとともに、GRILL らの仮定に含まれる問題点を改め、コーナー近傍における正しい知見を得るように行った。

2. 解析方法

2.1 理論式の導出

2.1.1 解析モデル

パウダーキャストによる定常鋳込時の連铸鋳型内凝固状況を模式的に Fig. 1 に示す。溶鋼頭熱と凝固の潜熱は、凝固殻→フラックス膜→エアギャップ→銅板を經由して冷却水に伝達される。凝固殻の応力解析を行うためには凝固殻に固定した座標で行わなければならない。今 Fig. 1 の AA 横断面において鋳造方向に単位長さを有するスライスがメニスカス近傍から鋳型出口に引抜かれる場合、このスライスに固定した座標系を採用すると、凝固殻は伝熱に関して、したがって応力に関しても非定常状態にあるから二次元非定常問題として扱う。伝熱および応力モデルの対称性から $1/4$ 断面を解析範囲とした。まずメニスカスにおける初期条件と境界条件を定めて伝熱解析を開始し、凝固殻が形成されると、凝固殻について得られた温度を基に鋳型の拘束と静鉄圧による力学的境界条件を入れて応力解析を行った。次いで、所定時間すすめた次のステップに移るに際し、応力解析の結果生じたエアギャップを伝熱解析の境界条件として用いた。こうすれば凝固殻に生じる温度場と応力場の相互干渉をある程度連成して取り入れることができる。

2.1.2 伝熱解析法

Fig. 1 AA 断面内の伝熱解析は、非定常熱伝導方程式に、空間的に有限要素法を適用し、Fig. 2 の分割を用い、要素内温度は一定の仮定のもとに、

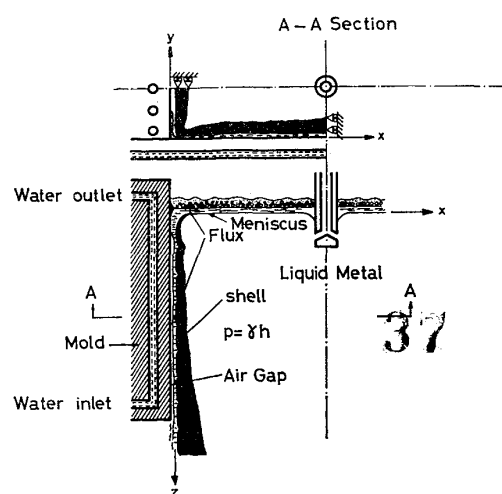


Fig. 1. Schematic view of solidification in strand casting mold.

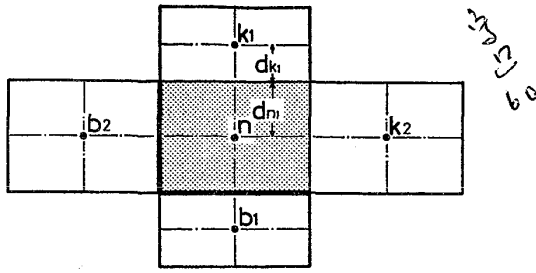


Fig. 2. Mesh division for heat transfer analysis.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \rho C \frac{\Delta H_m}{C} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t} \dots\dots\dots (1)$$

(1)式を熱流の平衡方程式,

$$\rho_n C_n V_n \frac{\partial T_n}{\partial t} = \sum_i U_{n_i, k_i} (T_{k_i} - T_n) + \sum_n U_{n_j, b_j} (T_{b_j} - T_n) - \rho_n C_n T_n \times \frac{\Delta H_m}{C_n} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t} \dots\dots\dots (2)$$

$$U_{n_i, k_i} = \frac{A_{n, k_i}}{\frac{d_{n_i}}{k_{n_i}} + \frac{d_{k_i}}{k_{k_i}}} \dots\dots\dots (3)$$

$$U_{n_j, b_j} = \frac{A_{n, b_j}}{\frac{d_{n_j}}{k_{n_j}} + \frac{1}{h_{n_j, b_j}}} \dots\dots\dots (4)$$

として表わす⁹⁾. 式中の下添字 n は任意に取出した熱伝導体要素, k は n に接触している熱伝導体の要素, b は n に接触している境界の要素をそれぞれ表わす. (2)式は, 時間について差分して解析した⁹⁾.

熱流束を(2)式のように表わせれば, 要素間の伝熱が対流, 輻射, 伝導のいずれによつていても, 常に熱伝達率, h_n, k の形に表現して平衡方程式をつくることができる. 例えば(鑄型/エアギャップ/フラックス膜)*間でエアギャップを貫通する熱流束は, 輻射と伝導を考慮し,

$$q = \frac{k_a}{d_a} (T_f - T_m) + \sigma F_f (T_f^4 - T_m^4) = h_{f, m} (T_f - T_m) \dots\dots\dots (5)$$

したがつて, フラックスと鑄型間の熱伝達率, $h_{f, m}$ は,

$$h_{f, m} = \frac{k_a}{d_a} + \sigma F_f (T_f + T_m) (T_f^2 + T_m^2) \dots (6)$$

と書ける.

* 熱輻射がある要素間の伝熱を, 温度代表点を重心にとり, (6)式を(3), (4)式に適用して求めると著しい誤差を生ずるため, 本法では最も温度変化の激しい鑄片の表面に薄いフラックス膜要素を設けフラックス膜と鑄型間の輻射を考慮して誤差を小さくした.

2.1.3 応力解析法

本解析モデルで用いた仮定や手法は次の通りである.

- a) 熱弾塑性解析
- b) 微小変形理論
- c) 2次元平面歪問題
- d) 構造の非線型性
- e) 歪増分理論
- f) Mises の降伏条件
- g) 等方硬化則と移動硬化則
- h) 有限要素法

応力解析は, 鑄型内凝固殻を弾塑性体と仮定して行つた. 応力緩和や時間依存の粘性変形は, 塑性域での応力-歪関係を求めるに際し実際の場合と同程度の歪速度での実験値を使用することにより近似的に取込んでいる.

本解析モデルは, 解析の全過程(メニスカスから鑄型下端まで)を通じ, 変形前の座標(メニスカス位置での初期座標)で立てた平衡方程式を解き, 各要素についての変位や歪は時間の経過とともに得られる値を積算して求めた. 数%を越えない全歪量の場合には, 微小変形の取扱いで精度のよい解析が可能である⁹⁾.

歪増分理論¹⁰⁾に基づき, 弾性域および塑性域に対し構成方程式が(7)式のように求められる**.

$$\{d\sigma\} = [D^T] \{d\epsilon\} - \left([D^T] \{C_0\} - \frac{[D^0] \left\{ \frac{\partial \kappa}{\partial \sigma} \right\} \frac{\partial \kappa}{\partial T}}{S} \right) dT \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{ここで, } [D^T] = [D^0] - \frac{[D^0] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^0]}{S} \dots\dots\dots (8)$$

$$\{C_0\} = \{\alpha\} + \frac{\partial [D^0]^{-1}}{\partial T} \{\sigma\} \dots\dots\dots (9)$$

$$S = H'_0 + H'_k + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^0] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

(7)~(10)式の導出は巻末の付録に示した.

(9)式の右辺第2項は弾性マトリックスの温度微分項で通常は無視されるが, 温度変化が激しい場合この項は無視できないことが指摘されている¹¹⁾. この項を含むために, 通常の弾塑性解析に対し本法を“熱”弾塑性解析と称する¹¹⁾.

Fig. 1 のスライスは平面歪状態に近く, 平面歪の仮定によれば, (7)式中の弾性マトリックス $[D^0]$ は, 与えられる¹²⁾. また, (7)式中 $\frac{\partial \kappa}{\partial T}$ と $H'_0 + H'_k$ は, 高温引張試験⁹⁾の応力-歪曲線から, 変形温度 T と相当塑性歪 $\bar{\epsilon}_p$ の関数としてあらわした相当応力 $\bar{\sigma}$ を T および $\bar{\epsilon}_p$ で微分して求めた.

次に, 有限要素法¹²⁾を適用して, 要素内の応力-歪関

** 記号 $[]$ は行ベクトル, $\{ \}$ は列ベクトルをあらわす.

$$[D^e] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

係の構成方程式(7)式を用い要素の節点についての力-変位の釣合方程式を組立てる。その際に用いる要素内歪 {ε} および応力 {σ} と節点変位 {u} との関係は、

$$\{\epsilon\} = [B]\{u\} \dots\dots\dots (12)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} = [D][B]\{u\} \dots\dots\dots (13)$$

である。塑性状態での増分形式による釣合方程式は、(7)式を用いて次式のように与えられる。

$$\{dF\} = [K^T]\{du\} - \{dF_T\} - \{dF_K\} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $\{dF\} = \int_V [B]^T \{d\sigma\} dV \dots\dots\dots (15)$

$$[K^T] = \int_V [B]^T [D^T] [B] dV \dots\dots\dots (16)$$

$$\{dF_T\} = \int_V [B]^T [D^T] \{C_0\} dT dV \dots\dots\dots (17)$$

$$\{dF_K\} = \int_V [B]^T \left(-\frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \frac{\partial \kappa}{\partial T}}{S} dT \right) dV \dots\dots\dots (18)$$

各要素について得られる釣合方程式(14)を節点での釣合条件を満足するように構造全体に対して組立て、整理すると、

$$\begin{Bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^T & K_{12}^T \\ K_{21}^T & K_{22}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} du_1 \\ du_2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} dF_{T1} \\ dF_{T2} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} dF_{K1} \\ dF_{K2} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、凝固殻表面に位置し、かつ、フラックス固相を介して鑄型内壁に接触している点を拘束点、それ以外の凝固殻内の全節点を自由点とすると、下添字 1 : 自由点、下添字 2 : 拘束点である。(19)式を解き、自由点がフラックス固相厚よりも鑄型寄りに入り込んでいるときは拘束点扱いし、拘束点の反力 F_2 が負であれば自由点扱いして、拘束点、自由点の間で矛盾がない様な平衡状態を見出すまで同一ステップ内で計算を繰返した。

降伏および除荷の判定は、各要素についての相当塑性歪増分 $d\bar{\epsilon}_p$ の正負にもとづいて行つた。すなわち、弾性域にある要素については、まず計算して求めた応力が降伏限を越える場合、降伏が生じたものとし、その越えた分の不平衡応力は応力再配分して等価節点力に置換し再度計算し直して $d\bar{\epsilon}_p$ を求めた。一方、塑性域にある要素については、まず計算して求めた $d\bar{\epsilon}_p$ が正值ならば、塑性変形が進行しているものとみなし、その時の応力-歪曲線を越えた不平衡応力を応力再配分して新たに塑性域での $d\bar{\epsilon}_p$ を求め、負値ならば除荷が生じたもの

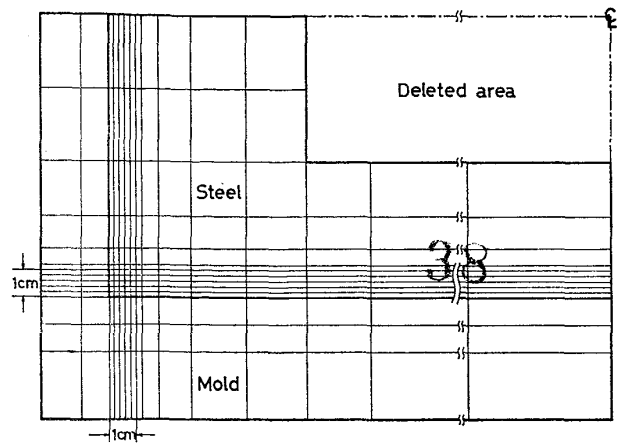


Fig. 3. Mesh division for heat transfer and stress analysis of solidifying shell.

として、弾性域にもどして修正計算を行つた。

2.2 数値解析法

2.2.1 要素分割法

Fig. 3 に有限要素への分割方法を示す。伝熱解析は溶鋼、凝固殻、フラックス、鑄型および冷却水を含む全要素 436 個について行い、計算を効率化するため溶鋼中心部を除外 (deleted area) した。応力解析は凝固殻についてのみ行い、鑄型内壁を拘束面とし、メニスカスからの距離によつて定まる静鉄圧による内圧を力学的境界条件とした。

2.2.2 物性定数

伝熱および応力解析とも構造の非線型性を正確に反映させるため、各種の物性値は既存の報告^{13)~22)}に基づき温度の関数として導入した。用いた物性値を Table 1 に示す。

フラックスの熱伝導率はわずかに Table 1 に示した数値が知られているにすぎない。この数値とフラックス消費量から求められるフラックス平均膜厚を用いて鑄型内熱流束を計算すると、鑄型鋼板内測温から求めた熱流束の実測値より大きくなる。この差は鑄型内壁面とフラックスとの間に形成されたエアギャップ²³⁾および溶融フラックスと鑄型との間で不均一な接触による接触伝熱抵抗⁴⁾によると推定される。

溶鋼と鑄型冷却水間の総括熱伝達率、 H は、

$$\frac{1}{H} = \frac{d_s}{K_s} + \frac{d_f}{K_f} + \frac{1}{h_0} + \frac{d_M}{K_M} + \frac{1}{h_w} \dots\dots\dots (20)$$

で与えられる。すなわち、鑄型とフラックスの間に伝熱抵抗が存在するものと仮定し、それを $1/h_0$ で表わす。

$$q = H(T_{ST} - T_w) \dots\dots\dots (21)$$

q は、鑄型内測温結果²³⁾から、フラックスごとに計算できる。Fig. 4 にフラックス銘柄 A についての長辺幅中

Table 1. Thermal and mechanical properties used for thermal stress analysis.

		[T]=°C
Steel	Latent heat ¹³⁾	$\Delta H_m = 66 \text{ cal/g}$ at $T_{SL} = 1465^\circ\text{C}$
	Density ¹⁴⁾	$\rho = -4 \times 10^{-4} \cdot T + 7.9 \text{ g/cm}^3$
	Specific heat ¹⁵⁾	$C = -4.8 \times 10^{-4} \cdot T + 0.589 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$
	Thermal conductivity ¹⁵⁾	$K = 7.5 \times 10^{-7} \cdot T^2 - 1.29 \times 10^{-4} \cdot T + 0.616 \text{ cal/s} \cdot \text{cm}^\circ\text{C}$
Thermal expansion coefficient ¹⁶⁾		$\alpha = 1.98 \times 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$
Young's modulus ¹⁷⁾		$E = 1.38 \times 10^{-2} \cdot T^2 - 225.6 \cdot T + 3.146 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$
Poisson's ratio ¹⁸⁾		$\nu = 8.23 \times 10^{-5} \cdot T + 0.278$
Mold	Density ¹⁹⁾	$\rho = 8.89 \text{ g/cm}^3$
	Specific heat ¹⁹⁾	$C = 0.09 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$
	Thermal conductivity ¹⁹⁾	$K = -2.3 \times 10^{-4} \cdot T + 0.783 \text{ cal/s cm}^\circ\text{C}$
		$= 1.6 \times 10^{-4} \cdot T + 0.744$
		$= 0.776$
		$= 1.4 \times 10^{-4} \cdot T + 0.720$
M/D Flux	Density ²⁰⁾	$\rho = 2.8 \text{ g/cm}^3$
	Specific heat ²¹⁾	$C = 2.78 \times 10^{-8} \cdot T^2 - 1.39 \times 10^{-5} \cdot T + 0.231 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$
	Thermal conductivity ¹⁴⁾	$K = 0.00556 \text{ cal/s cm}$
	Maximum thickness ²¹⁾	$d_{max} = 0.016 \text{ cm}$
	Solid thickness ²¹⁾	$d_s = 2.8 \times 10^{-8} \cdot T^2 - 8.64 \times 10^{-5} \cdot T + 0.0784 \text{ cm}$
Water	Heat transfer coefficient ²²⁾	$h_w = -3.77 \times 10^{-5} \cdot T^2 + 1.6 \times 10^{-2} \cdot T + 0.70 \text{ cal/s cm}^2^\circ\text{C}$

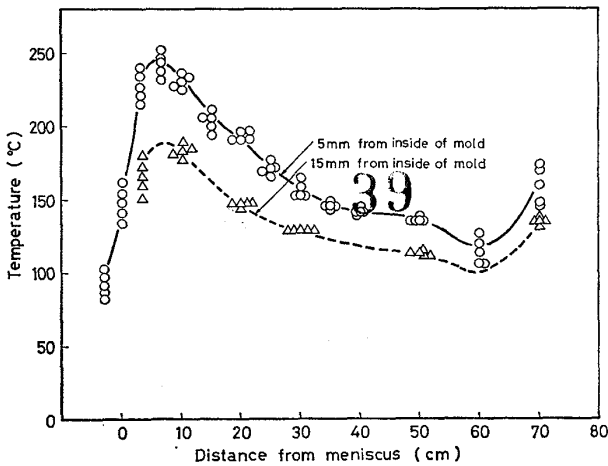


Fig. 4. Temperature distribution in continuous casting mold.

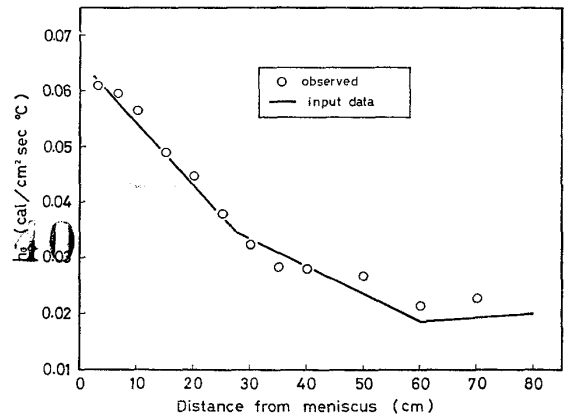


Fig. 5. Variation of heat transfer coefficient between mold flux and mold.

央での測温結果を示す。また、 T_{ST} 、 T_W も実測できるので、メニスカスからの距離別に(21)式から H を求められる。(20)式において、 d_s は凝固殻厚測定で求められる、 d_f 、 d_M 、 K_S 、 K_f 、 K_M および h_w も知ることができるから、 h_0 がメニスカスからの距離別に求められる。フラックスAについて求めた h_0 の値を Fig.5に示す。

応力解析に際しては、ヤング率、ポアソン比および線膨張率の他に、構成方程式、(7)に含まれる塑性域での歪硬化率 $H'_0 + H'_k$ と、温度降下による硬化率 $\frac{\partial \kappa}{\partial T}$ が必要である。これらは、高温引張試験⁵⁾($\dot{\epsilon} = 1.7 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$)

より得られた50キロ級厚板用鋼の応力-歪曲線を整理して相当応力 $\bar{\sigma}$ を(22)式であらわし、その微分として(23)、(24)式で求めた。

$$\bar{\sigma} = k(T) (\bar{\epsilon}_p + \beta)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (22)$$

$$H'_0 + H'_k = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\epsilon}_p} \dots \dots \dots (23)$$

$$\frac{\partial \kappa}{\partial T} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \dots \dots \dots (24)$$

Fig. 6 に $\bar{\epsilon}_p = 0$ のときの $\bar{\sigma}(T)$ の実験値と(22)式による計算値を比較して示す。GRILL ら⁴⁾は 1340°C で強度が消失すると仮定したが、著者ら⁵⁾の実験からは 1370°C においても強度がありしかも10%以上の塑性

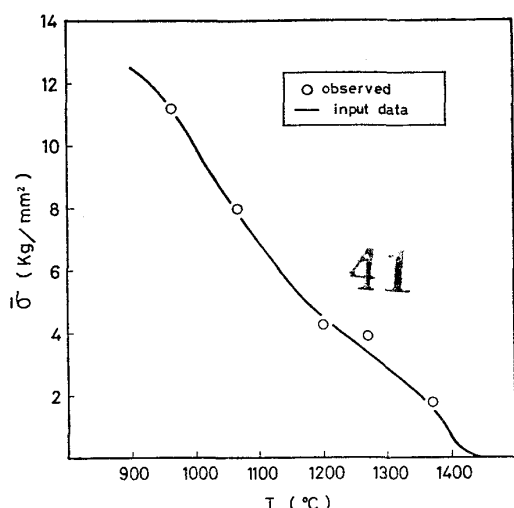


Fig. 6. Temperature dependence of equivalent stress at $\bar{\epsilon}_p=0$.

Heat transfer analysis Stress analysis

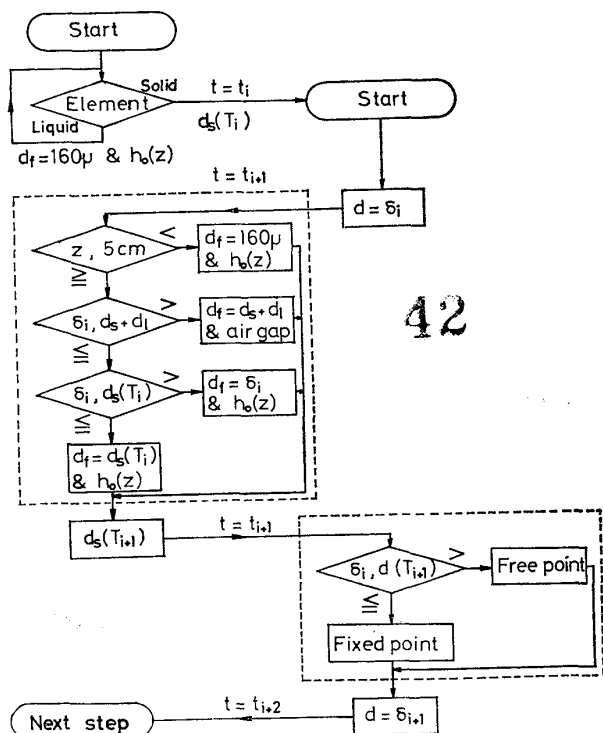


Fig. 7. Flow chart of thermal stress analysis.

変形が生じる。既存の高温強度データ⁶⁾では、大抵の鋼の抗張力消失温度は 1 400°C 以上であり GRILL らの仮定と異なる。

2.2.3 境界条件

Fig. 7 に計算のフローチャートを示す。まず初期条件を定めて伝熱解析を開始し、要素が液体である限り伝熱解析を鋳造方向に沿ってすすめる。要素が固体になると応力解析に移り、鋳片と鋳型のギャップ δ_i を求める。

次いで伝熱解析にもどり、時刻を $\Delta t (=t_{i+1}-t_i)$ すすめるにあたり、解析面がメニスカスから 5 cm 以内の場合、消費量から決まるフラックス平均膜厚 ($d_f=160 \mu$) と鋳型/フラックス間の接触抵抗 $1/h_0$ による伝熱境界条件で解析する。解析面がメニスカスから 5 cm 以上離れると、応力解析から得られた鋳片と鋳型とのギャップ δ_i がフラックスの固相厚 (d_s) と液相厚 (d_l) との和 ($d_s+d_l=d_f=160 \mu$) より大きい場合は、 $d_f=160 \mu$ とエアギャップ ($\delta_i-160 \mu$) が共存する伝熱境界条件で、 δ_i が $d_s+d_l \geq \delta_i \geq d_l$ の場合は、 $d_f=\delta_i$ と $1/h_0$ による境界条件で解析する。かくして、伝熱解析が終わるとフラックス膜の温度 T_{i+1} が決る。再び応力解析に移り、 δ_i が $d_s(T_{i+1})$ より大きい節点は自由点、 δ_i が $d_s(T_{i+1})$ より小さい点は拘束点として構造全体の釣合方程式を解き、解が安定するまで繰返し計算する。その結果、新しく鋳片と鋳型とのギャップ δ_{i+1} が得られ次のステップの伝熱解析にすすみ以下鋳型下端まで繰返し計算を行つた。

2.2.4 時間分割方法

伝熱解析の時間分割は、すべての要素につき (25) 式に

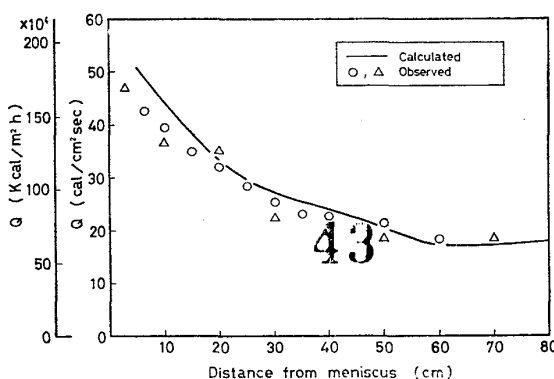


Fig. 8. Comparison of calculated and observed heat fluxes at the center of wide face of mold.

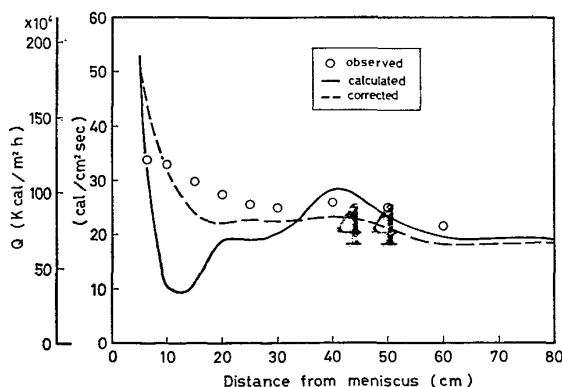


Fig. 9. Comparison of calculated and observed heat fluxes at the center of narrow face of mold.

より τ_n を求め、
$$\tau_n \equiv \frac{\rho_n \cdot C_n \cdot V_n}{Z_n} \dots \dots \dots (25)$$

$$Z_n \equiv \sum_i U_{n_i, k_i} + \sum_j U_{n_j, b_j}$$

ここで、 U_{n_i, k_i} および U_{n_j, b_j} は (3) および (4) 式 τ_n の最小値 $(\tau_n)_{\min}$ を決める一方、すべての要素があらかじめ定めた温度上昇量 $\Delta T (=5^\circ\text{C})$ を越えないような時間増分 Δt をプログラム内で予測し、 $(\tau_n)_{\min}$ と Δt のうちいずれか小さいほうを安定刻みとして採用した。応力解析は予備検算の結果、開始～6s、6～10s および 10s～終了のそれぞれの間で、0.125、0.5 および 1s の時間間隔で行った。

本プログラムは約 20 000 ステップからなり、数値角析は当社千葉製鉄所の Univac 1110 計算機で行ったが、1 解析例当たりの所要時間は CPU で約 2 h である。

3. 解析結果と検討

スラブ寸法 $20 \times 170 \text{ cm}^2$ 、モールド短辺テーパ 1.1 %/m、铸造温度 (モールド内温度) 1530°C 、铸造速度 1 m/min 、モールドフラックス A 使用、の条件で铸造した場合の解析結果を、同一铸造条件で操業中に測定した鋳型内测温結果²³⁾ および FeS トレーサー添加実験²⁴⁾ から求めた凝固厚測定結果と比較した。

3.1 鋳型内熱流束

Fig. 8 および 9 に鋳型の長辺および短辺中央における熱流束の計算値を実測値と比較して示す。計算結果ではスラブの長辺中央部には鋳型の全高さにわたってエアギャップは生じず、鋳片はフラックス膜を介して鋳型と接触する。先に述べたようにフラックスと鋳型との間に接触抵抗 $1/h_0$ を導入したため、計算値と実測値はよく一致する。鋳型内测温は鋳型内面から 5 mm 面と 15 mm 面にそれぞれ熱電対を埋め込んで行った。5 mm 面の温度と冷却水温度から計算した熱流束 (○印) と 5 mm 面の温度と 15 mm 面の温度から計算した熱流束 (△印) とは非常によく一致している。

スラブ短辺中央部での熱流束 (Fig. 9) の計算値は、メニスカスから 4 cm 以上の距離においてエアギャップが形成されるため、急激に減少する。しかし距離の増加に伴う静鉄圧の増加と鋳片の復熱による強度低下でエアギャップが減少するため熱流束も回復する。一方、実測値はメニスカスから 5～40 cm の間でわずかに減少するが、計算値と比較して大きく、計算値と一致しない。メニスカスから 40 cm 以上の鋳型下部では計算値と実測値はよく一致する。鋳型上部において計算値が実測値より小さくなるのは、解析モデルはフラックス膜厚を 160μ に制限したため鋳片と鋳型の間に占めるエアギャッ

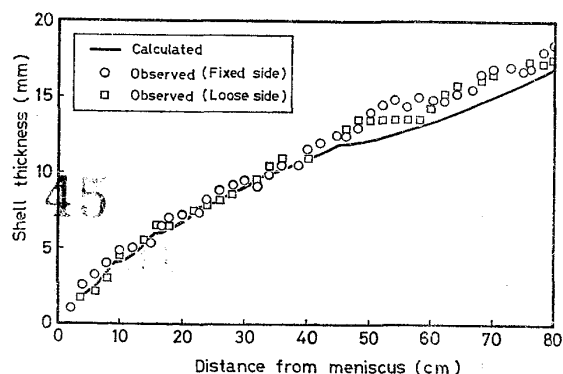


Fig. 10. Comparison of calculated and observed shell thickness at the center of wide face of mold.

プの割合が大きくなることに起因すると考えられる。実機では、局所的なフラックスの過剰流入が生じ、短辺面での熱流束を増加させると推定される。そこで、同一铸造条件でフラックス流入膜厚を 2 mm まで許容した場合の計算結果を Fig. 9 に点線で示したが、この場合は実測値とよく一致する。

3.2 凝固厚

Fig. 10 にスラブ長辺中央での凝固厚の計算値を実測値と比較して示す。垂直鋳型 (Voest 型連鋳機) での実測値は前面および背面の凝固厚がよく一致し、計算値ともまたよく一致する。鋳型の下半分で計算値が実測値より小さくなるのは、計算値が固相線温度に相当する凝固厚を示すのに対し、実測値は固液共存層内の特定の固相率界面を示し、この二相共存域の厚さはメニスカスから下方に行く程厚くなるためである。

Fig. 11 にコーナー近傍から短辺側にかけての凝固厚の計算値を実測値と比較して示す。Fig. 11 には凝固厚と比較するためエアギャップを拡大して併載した。Fig. 9 で述べたようにフラックス膜厚を 160μ としているため、計算値は実測値より小さくなるが、基本的な凝固殻プロファイルは再現されていると推定される。コーナー近傍長短辺上で凝固殻の成長が遅れる様子が計算結果にはつきり現われており実測値ともほぼ一致する。コーナー近傍で凝固殻の成長が遅れるのは、浸漬ノズルからの注入流によつて再溶解するだけでなく、コーナー近傍に発生するエアギャップによる伝熱不良によつても助長されることがわかる。この点は GRILL ら⁴⁾ の結果では認められていない。

3.3 スラブ表面温度、凝固厚およびエアギャップの铸造方向の変化

スラブの長辺および短辺中央で、スラブ表面温度、凝固厚およびギャップそれぞれの変化を Fig. 12 に示す。長辺側のギャップはメニスカス直下から鋳型下端まで一

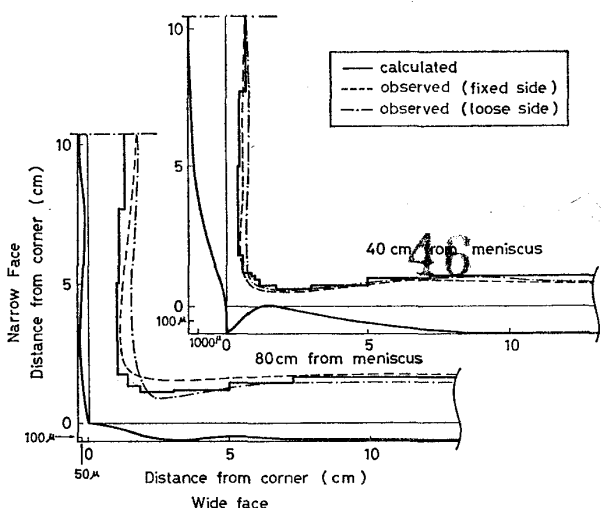


Fig. 11. Comparison of calculated and observed shell profile in the vicinity of narrow face.

定しており、このギャップ幅はフラックスの固相厚に相当する。したがって、スラブの長辺側は、コーナー近傍を除きエアギャップが生じない。

スラブ短辺側のギャップはメニスカスから 4 cm より下方で急激に増加しエアギャップが形成される。エアギャップの形成によりスラブ表面は復熱し、凝固殻の成長が遅れる。エアギャップは、スラブの表面層が全周にわたって凝固を完了した直後に急激に形成されるので、スラブ長辺面の冷却収縮により短辺面が幅の中心に向って引きつけられた結果生じるものと推察される。メニスカスからの距離とともに静鉄圧が増加すると、復熱温度に

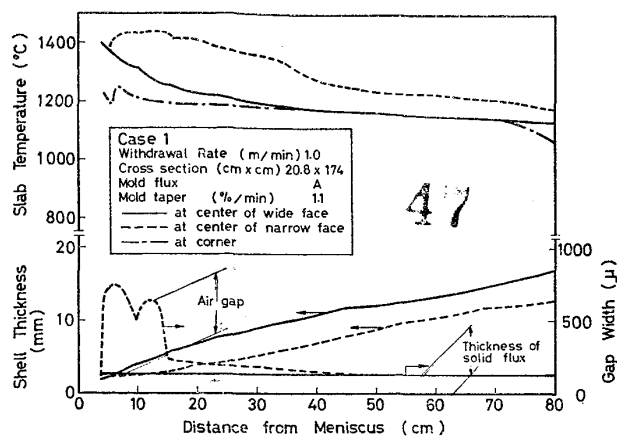


Fig. 12. Variation of surface temperature of slab, shell thickness and air gap along the height of mold.

における鋼の強度が小さいため短辺面はバルジングを生じ、エアギャップは急激に減少し、メニスカスから 20 cm の位置で 70μ になる。20 cm より下方ではさらに減少し、45 cm 以下でエアギャップは消滅する。しかし、鑄型上部のエアギャップで凝固が遅れるため、鑄型下部においても凝固厚は長辺側より薄く、スラブ表面温度は高い。

実機でのフラックスの局所的な過剰流入を想定した、Fig. 9 の点線の計算では、短辺凝固殻の復熱が抑制され、その結果短辺面のバルジングが小さくなり、短辺中央部のギャップが Fig. 12 に示すよりもさらに大きく広い範囲にわたって形成される。

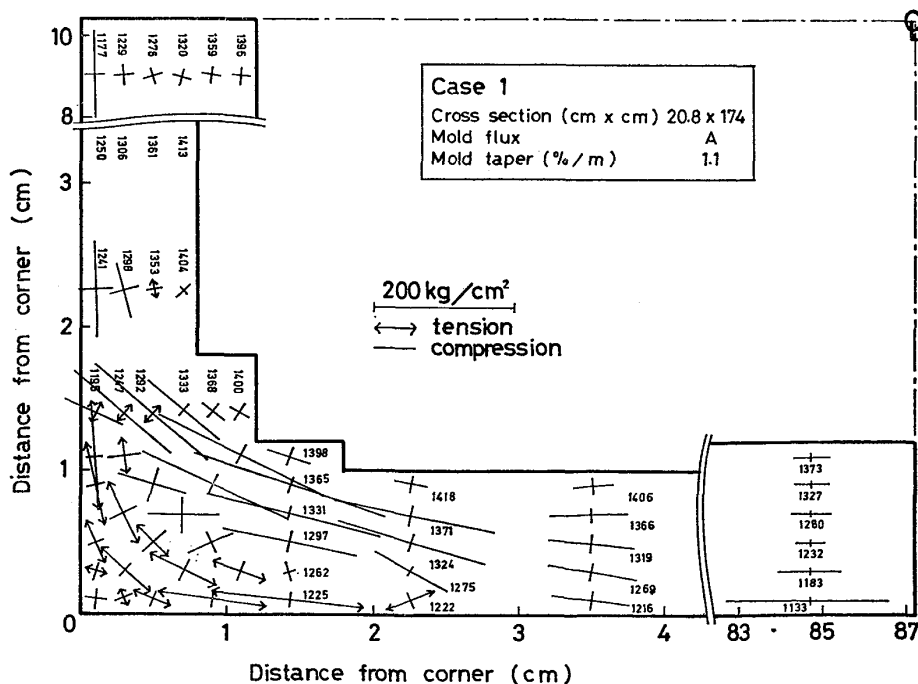


Fig. 13. Temperature and principal stress distribution in the solidifying shell at the lower end of mold.

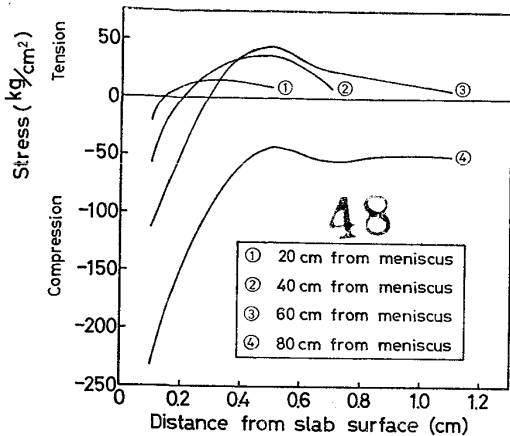


Fig. 14. Stress distribution in the solidifying shell at the center of wide face.

3.4 凝固殻内の温度および応力分布

Fig. 13 に 鑄型下端でのコーナーおよび長短辺中央部凝固殻の温度と主応力分布を示す。コーナーから 2~4 cm の短辺面とコーナーから 2~3 cm の長辺面上でスラブ表面温度が高く、いわゆるホットスポットが形成される。

スラブの長短辺中央部は、スラブ表面に平行な一軸性の応力分布であるが、コーナー近傍は、長辺側での x 軸方向から短辺側での y 軸方向へと漸時変化する応力分布となる。特に、コーナーから 1~2 cm の長短辺上で表層部に大きな引張応力が生じ、実操業上経験するコーナー縦割れの起因として注目される。

Fig. 14 に長辺中央部でのスラブ表面に平行な応力の凝固厚方向の分布を示す。面縦割れの原因となる引張応力は表面から 2~3 mm 離れた内部に発生する。

以上述べたように、本解析結果は実測値と比較しほぼ一致した値が得られた。また、現状では実操業上検知し得ないエアギャップ、凝固殻の温度および応力などについての総合的知見が得られることが判明した。次報²⁵⁾において、本解析によるスラブ連鑄時の安定操業と鑄片の表面品質に及ぼす鑄造条件の影響について述べる。

4. 結 言

スラブ連鑄操業時のブレイクアウトや縦割れに及ぼす鑄造条件の影響を調べるため、鑄型内凝固に関する二次元モデルを提案し、構造解析における手法を適用して鑄型内凝固殻の熱弾塑性応力解析プログラムを開発した。

本プログラムを用い、実機操業に対応した鑄造条件での解析結果を、実操業時の鑄型内测温実験およびレーザー添加実験から得られた知見と比較し、鑄型内熱流束と凝固厚についてはほぼ一致した結果が得られた。本解

析方法によれば、現状では実操業上検知しえないエアギャップ、スラブの変形状、凝固殻内の温度および応力などについての総合的知見を得ることができる。本解析法はスラブ連鑄時の安定操業と鑄片表面品質に及ぼす鑄造条件の影響を調べるための有力なシミュレーターである。

最後に、本プログラムの製作に協力された日本ユニバック株式会社、南たか子氏に感謝致します。

[付録] 弾性および塑性域での構成方程式¹⁰⁾

塑性域での全歪増分は(1)式で与えられる。

$$\{d\epsilon\} = \{d\epsilon^e\} + \{d\epsilon^p\} + \{d\epsilon^T\} + \{d\epsilon^T'\} \dots\dots (1)$$

したがって、構成方程式は(2)式のようになる。

$$\{d\sigma\} = [D^e] (\{d\epsilon\} - \{d\epsilon^p\} - \{d\epsilon^T\} - \{d\epsilon^T'\}) \\ = [D^e] \{d\epsilon\} - [D^e] \{d\epsilon^p\} - \{C\} dT \dots\dots (2)$$

$$\text{ここで、} \{C\} = [D^e] \left(\{\alpha\} + \frac{\partial [D^e]^{-1}}{\partial T} \{\sigma\} \right) \dots\dots (3)$$

塑性ポテンシャルを f とすれば、塑性流れ法則により塑性歪増分は(4)式で与えられる。

$$\{d\epsilon^p\} = \frac{1}{g} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} df \dots\dots (4)$$

(4)式を(2)式に代入して(5)式を得る。

$$\{d\sigma\} = [D^e] \{d\epsilon\} - \frac{1}{g} [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} df - \{C\} dT \dots (5)$$

塑性変形が持続する際に df の変化を与える関係は、移動硬化 (Kinematic hardening) を考慮すると、(6)式で表わせる⁹⁾。

$$df = \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] (\{d\sigma\} - \{d\delta\}) \dots\dots (6)$$

(5)式を(6)式に代入し、降伏条件(7)式と等置して、

$$df = \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_p} d\bar{\epsilon}_p + \frac{\partial \kappa}{\partial T} dT \dots\dots (7)$$

$d\bar{\epsilon}_p$ について解けば、(8)および(9)式を得る。

$$d\bar{\epsilon}_p = \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e] \{d\epsilon\} - \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] \{C\} dT - \frac{\partial \kappa}{\partial T} dT}{(H'_0 + H'_k) + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}} \dots\dots (8)$$

$$\frac{1}{g} df = d\bar{\epsilon}_p, \quad \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] \{d\delta\} = H'_k d\bar{\epsilon}_p, \quad \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_p} = H'_0 \dots\dots (9)$$

(8)式を(5)式の $\frac{1}{g} df$ に代入すれば、塑性変形についての構成方程式(10)式が求められる。

$$\{d\sigma\} = [D^T] \{d\epsilon\} - \left([D^T] \{C_0\} - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \frac{\partial \kappa}{\partial T}}{S} \right) dT \dots\dots (10)$$

$$\text{ここで,} \quad [D^T] = [D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e]}{S} \dots\dots (11)$$

$$\{C_0\} = \{\alpha\} + \frac{\partial [D^e]^{-1}}{\partial T} \{\sigma\} \dots\dots (12)$$

$$S = H'_0 + H'_k + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \dots\dots (13)$$

記号

伝熱解析

A : 要素間界面積	(cm ²)
C : 比熱	(cal/g·°C)
d : 距離	(cm)
f_s : 固相率	(—)
F_f : 形状因子	(—)
h : 熱伝達率	(cal/cm ² ·s·°C)
H : 溶鋼/鑄型冷却水間総括熱伝達率	(cal/cm ² ·s·°C)
h_0 : フラックス鑄型間の接触熱伝達率	(cal/cm ² ·s·°C)
ΔH_m : 凝固潜熱	(cal/g)
k : 熱伝導率	(cal/cm·s·°C)
q : 熱流束	(cal/cm ² ·s)
T : 温度	(°C)
t : 時間	(s)
V : 要素体積	(cm ³)
ρ : 密度	(g/cm ³)
σ : Stefan-Boltzmann 定数	(cal/cm ² ·s·°C ⁴)

応力解析

$[B]$: 変位と歪の間の変換マトリックス	(1/cm)
$[D^T]$: 弾塑性マトリックス	(kg/cm ²)
$[D^e]$: 弾性マトリックス	(kg/cm ²)
E : ヤング率	(kg/cm ²)
f : 塑性ポテンシャル	(kg/cm ²)
g : 塑性流れ法則を定義する比例係数	(cm ² /kg)
T : 温度	(°C)
t : 時間	(s)
$\{\alpha\}$: 線膨張係数	(1/°C)
$\{\delta\}$: 応力空間での降伏曲面の移動量ベクトル	(kg/cm ²)
$\{\epsilon\}$: 全歪	(—)
$\{\epsilon^e\}$: 弾性歪	(—)
$\{\epsilon^p\}$: 塑性歪	(—)
$\bar{\epsilon}_p$: 相当塑性歪	(—)
$\{\epsilon^T\}$: 熱歪	(—)
$\{\epsilon^T\}$: 弾性マトリックスの温度微分項から生ずる歪	(—)
κ : 材料の歪硬化係数	(kg/cm ²)
ν : ポアソン比	(—)
$\{\sigma\}$: 応力	(kg/cm ²)
$\bar{\sigma}$: 相当応力	(kg/cm ²)

文 献

1) O. RICHMOND and R. H. TIEN: J. Mech.

Phys. Solid, 19 (1971) p. 273

- 2) F. OETERS and K. SARDEMAN: Arch. Eisenhüttenw. 45, (1974) 11, p. 737
- 3) 松野淳一, 間野純一, 大井 浩: 鉄と鋼, 61 (1975) 12, S. 515
- 4) A. GRILL, K. SOLIMACHI, and J. K. BRIMACOMBE: Met. Trans., 7B (1976), p. 177
- 5) K. KINOSHITA, G. KASAI, and T. EMI: Sheffield International Conference on Solidification and Casting (Sheffield University, Preprint 2 (18-21 July, 1977 43)
- 6) 江見俊彦: 「鉄鋼便覧」 [丸善] 出版予定
- 7) S. P. TIMOSHENKO and J. N. GOODIER: Theory of Elasticity (1970, New York), p. 15 [McGraw-Hill Co.]
- 8) L. EDWARDS: Computer Program for Transient and Steady-state Temperature Distributions in Multidimensional Systems", Lawrence Radiation Laboratory, UCRL-14754 (Jan., 1970)
- 9) C. E. PUGH, J. M. CORUM, K. C. LIU, and W. L. Greenstreet: "Currently Recommended Constitutive Equations for Inelastic Design Analysis of FFTF Components", Oak Ridge National Laboratory, ORNL-TM-3602, (Sep 1972)
- 10) たとえば, 山田嘉昭: 「塑性, 粘弾性」, 日本鋼構造協会編, (1972), p. 59 [培風館]
- 11) 上田幸雄, 山川武人: 溶接学会誌, 42 (1973) 6, p. 567
- 12) O. C. ZIENKIEWICZ: "The Finite Element Method in Engineering Science", [McGraw-Hill (1971) Pub. Co.]
- 13) 松野淳一, 中戸 参, 大井 浩: 鉄と鋼, 60 (1974) 7, p. 1023
- 14) 「溶鉄, 溶滓の物性値便覧」, 日本鉄鋼協会編, (1972)
- 15) Y. S. TOULOUKIAN: "Thermophysical Properties of Matter" the TPRC Data Series, IFL/Plenum, (1970)
- 16) 反町健一: 私信
- 17) ヴェ・エス・ルテス: 「連続鑄造の理論」, 日ソ通信社, (1974)
- 18) G. G. KONRADI: Zashodskays Pabor 27 (1961) 10, p. 1296
- 19) 中越合金鑄工 K.K.: 技術資料, (1973, 1)
- 20) 中戸参: 私信
- 21) 「鉄鋼熱計算用数値」, 学振, 鉄鋼協会共編 (1966) [日刊工業新聞社]
- 22) 広沢: 住友軽金属技報, 11 (1970) 3
- 23) 中戸 参, 垣生泰弘, 江見俊彦, 木下勝雄, 戸村寿孝, 上田典宏, 今井卓雄: 鉄と鋼, 62 (1976) 11, S506
- 24) 中戸 参, 垣生泰弘: 未発表
- 25) 木下勝雄, 北岡英就, 江見俊彦: 鉄と鋼投稿予定