

論 文

UDC 621.746.047 : 621.746.019 : 620.192.46 : 620.192.3 : 539.37

連続鋳造スラブのバルジングによる内部割れに関する
弾塑性応力解析*

反 町 健 一**・江 見 俊 彦***

Elastoplastic Stress Analysis of Bulging as a Major Cause of
Internal Cracks in Continuously Cast Slabs

Ken-ichi SORIMACHI and Toshihiko EMI

Synopsis:

A theoretical calculation has been made of bulging as a major cause of internal cracks arising in the secondary cooling zone in strand cast slabs. Temperature distribution in the solidifying shell has preliminarily been determined from a heat transfer model, then an elastoplastic stress analysis of the shell has been made in terms of the finite element method.

A quantitative evaluation of the influence on bulging has been carried out of the withdrawal rate, spray water flux, pitch between rolls and disorder in the alignment of rolls, leading to an effective means to prevent bulging under high withdrawing rate condition. Factors influencing the critical bulging strain beyond which internal cracks develop are also discussed.

1. 結 言

連続鋳造技術は、鋳込鋼種の高級化を計ると同時に、生産性の向上をめざして進歩しつつある。この過程で、高級鋼の品質を劣化させる連続鋳造スラブの内部割れは鋳造機のロール間隔が広すぎたり、ロール配列に不整があると著しく増えることがわかり、適正な間隔の選択、配列の整備、の重要性が強調された。また、低速引抜時には適正なロール間隔の鋳造機で、生産性を上げるために引抜速度を増すと、内部割れ発生率が増加したり、割れ自体も大きくなりやすく、これを防ぐには二次冷却水量を増すのが有効なことも周知の事実となっている¹⁾²⁾。

連続鋳造スラブの内部割れは、引抜方向に直角または平行なスラブ断面のサルファープリント上に、柱状デンドライトブロック間の濃厚偏析として、スラブ表面に対しほぼ垂直な線状に表われる。スラブ表面に平行な断面のサルファープリントには、引抜方向に直角な、波状の横縞として表われる。割れの長さは数 mm ならずのものから数 10 mm に及ぶものがあり、スラブ表面下約 80 mm ないしスラブ厚中心にまで分布している²⁾。

実際の連続鋳造機でおこる内部割れの成因については

井上、小舞ら²⁾³⁾や、大橋、藤井ら¹⁾⁴⁾をはじめとするいくつかの貴重な研究がある。これらの仕事からもわかるように、内部割れが生成するためには、

(1) まずスラブ表面に平行な引張応力が凝固殻に加わり歪が生じ(引張歪)

(2) 歪がある限界値を越えると、柱状デンドライトブロック間の固液共存層に沿って、時には完全固相部にも達する裂目ができ(割れ)

(3) ついでこの裂目を溶質濃化溶鋼が、濡れ拡がり、あるいは静圧差により埋める(溶鋼充填)

という過程が必要だと推測される。スラブを引抜いている時、同一部位に(1)~(3)が反覆して起これば、内部割れが成長することになる。それぞれの過程に寄与する因子を、(1)~(3)の順に列挙すると、まず引張歪の起源として

(1)-1 溶鋼静圧によるロール間での凝固殻のバルジング

(1)-2 ロールユニット間、あるいはロール間の配列不整による凝固殻の曲げ変形

(1)-3 湾曲、曲げ型連続鋳造機における矯正歪

(1)-4 ピンチロールによる圧下

* 昭和 52 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 51 年 10 月 22 日受付 (Received Oct. 22, 1976)

** 川崎製鉄(株)技術研究所 (現在 千葉製鉄所製鋼部) (Research Laboratories, Kawasaki Steel Corp.)

*** 川崎製鉄(株)技術研究所 理博 (Research Laboratories, Kawasaki Steel Corp., 1 Kawasaki-cho Chiba 280)

(1)-5 凝固殻の表面側と溶鋼側の温度差による熱歪が考えられる。

デンドライトブロック間の固液共存層の強度は小さいので、上述の割れに到る歪が生じるか否かは、固液共存層を裏張りしている完全凝固層の剛性と強度に左右される。この両者は、

(2)-1 引抜速度と2次冷却比水量で決まる完全凝固層の厚さ、および温度

(2)-2 溶質元素、特に C, P, S などの結晶粒界偏析

(2)-3 粒界偏析に影響する凝固組織の等軸晶比率によつて主に支配される。溶鋼充填の難易と、充填されるべき溶鋼中の不純溶質元素の濃化を決める因子は、割れを左右する上述の因子と一部交絡するが、

(3)-1 デンドライト枝の間隔に影響する冷却速度 [(2)-1 と重複する]

(3)-2 不純溶質元素あるいは平衡分配係数の小さい C, P, S などの元素の濃度 [(2)-2 と重複]

(3)-3 溶鋼過熱度で決まる等軸晶比率 [(2)-3 と重複]

が考えられる。

実際の連続铸造機での内部割れには、機種、整備状況、鑄込鋼種、鑄込方法（スラブ寸法、引抜速度、2次冷却比水量など）の差に応じて、要因(1)-1~(3)-3が種々の組合せで異つた比率で寄与している。したがつて、内部割れの全体像は、主要要因個々の寄与を種々の条件下で定量的に明らかにしてはじめて捉えられよう。内部割れに及ぼす個々の要因の影響は、従来の研究で調べられてはいるが、いずれも定性的にしか求められていない。

本報では、弾塑性応力解析によつて、内部割れの主因の一つである2次冷却帯でのロール間およびロール配列不整によるバルジング [(1)-1, (1)-2] に及ぼすロール間隔とメニスカスからの距離の影響を、引抜速度と比水量 [(2)-1] の関数として定量的に計算した。さらに引抜速度が大きい場合のバルジング防止法を、定量的に考察した。

2. 計算方法

2-1 温度計算

凝固殻の厚さ方向の温度分布を、有限差分法により、厚さ方向に5mmのメッシュで計算した。計算の詳細は既に別途報告されているとおりなので省略する。

2-2 応力計算

弾塑性応力計算を、2次元平面応力条件で、三角形要素を用いた有限要素法⁹⁾によつて行なつた。降伏条件には Von Mises の式を使つた。塑性状態は、歪増分理論⁷⁾で取扱つた。したがつて全体の剛性マトリックスは、各増分ごとに新しく計算し修正している。プログラムには塑性での応力緩和過程を判別して、もし除荷が行なわれた場合には、該要素の塑性剛性マトリックスを弾性剛性マトリックスに直して再計算を行なうサブルーチンが含まれている。

凝固殻のヤング率、加工硬化率、弾性歪限界はいずれも温度の関数として組込まれている。W. T. LANKFORD⁸⁾は連続铸造機における歪速度が $5 \times 10^{-4} \sim 7 \times 10^{-3} / \text{sec}$ であると報告している。このような低歪速度、低歪領域におけるオーステナイト域の応力-歪曲線は、P. J. WRAY⁹⁾によつて最近測定されている。上記の温度関数は、WRAY の報告値にもとづき、鑄片の歪速度を $1 \times 10^{-3} / \text{sec}$ と仮定して得たものである。温度関数の計算値の実測値との差は、 $800 \sim 1450^\circ\text{C}$ 、歪 1% 以下の範囲では、 $\pm 10\%$ 以下であつた¹⁰⁾。

応力計算に用いた要素の分割例を Fig. 1 に示す。凝固殻の厚さ方向には温度分布を有し、引抜方向には温度が一様と考えた。外部荷重としては溶鋼静圧によつて生じるものを考えた。境界条件は、対称性を考慮して、B~G点、I~N点においてはX方向自由、Y方向固定とし、A点、H点ではX方向、Y方向とも固定とした。初期条件は応力完全緩和状態とした。

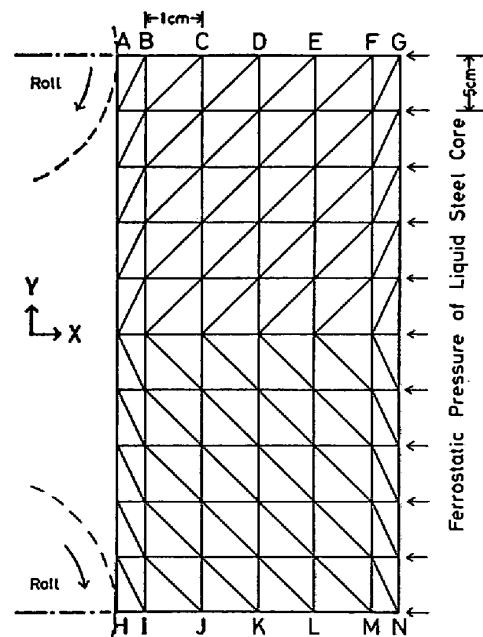


Fig. 1. Mesh used in the finite element model for elastoplastic calculation of deformation of a solidifying shell.

3. 計算結果

緒言で触れたように、内部割れは、固相線直下の温度領域で、凝固殻に対してスラブ表面に平行に生じた引張歪が、ある限界値を超えた時に起こる、と考えられる。

固相線に近い値を示す脆性遷移温度^{11)~13)}以上では、凝固殻の強度は急激に低下する。この遷移温度は研究者によつて異なつた値が報告されており、ごく最近の測定としては著者ら¹⁴⁾のものがある。しかし、2次冷却帯におけるバルジングを計算する場合には、凝固前面の固液共存層を裏張りしている、スラブ表面に近い凝固殻の低温部分が主として歪を決める。したがつて、固相線近傍

における強度測定値間の差はあまり計算に影響しないことを確めている。応力計算に用いた凝固厚さ方向の温度分布の計算結果を、一括して Fig. 2~4 に示す。

さて、バルジングによる固相線直下の要素の引抜方向の歪の分布を Fig. 5 に示す。引張歪が最大になるのはロール近傍であり、この位置で内部割れが発生するものと考えられる。計算で得た上記要素 (Fig. 5 で黒く塗潰した部分) の歪(以後バルジング歪と呼ぶ)、および、ロール間でのスラブ表面の最大バルジング量、に及ぼす操業因子の影響を以下に述べる。

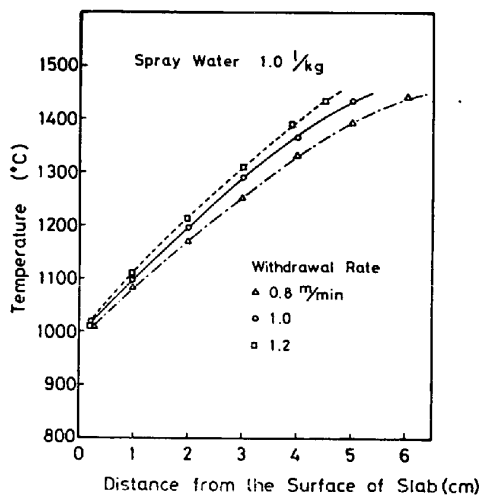


Fig. 2. Throughthickness distribution of temperature in the solidifying shell sprayed with a small water flux (position 7.1m from the meniscus).

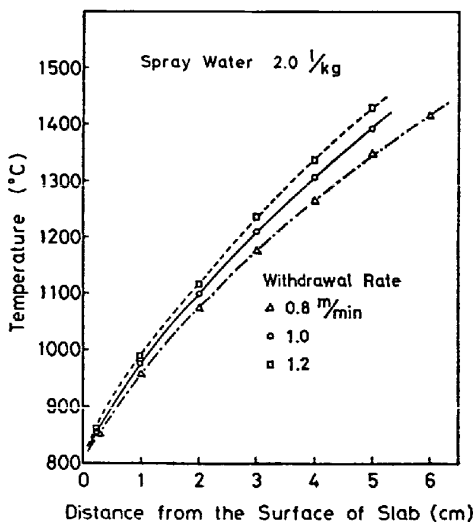


Fig. 3. Throughthickness distribution of temperature in the solidifying shell sprayed with a large water flux (position 7.1m from the meniscus).

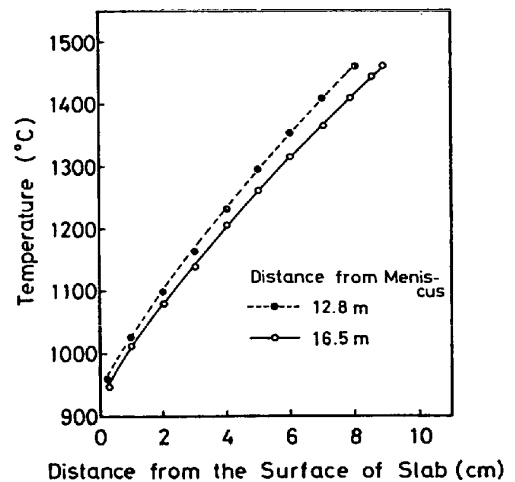


Fig. 4. Throughthickness distribution of temperature in the solidifying shell at different distances from the meniscus (withdrawal rate 1.0m/min, spray water flux 1.0 l/kg).

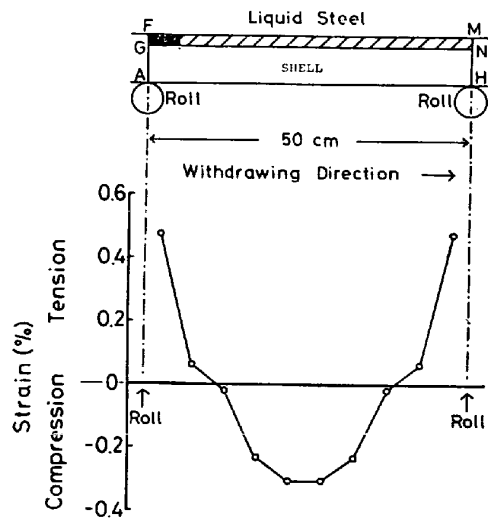


Fig. 5. Bulging strain in the solidifying shell at solid/liquid boundary over a roll span in the secondary cooling zone (withdrawal rate 1.0m/min, spray water flux 1.0 l/kg, position 7.1m from the meniscus).

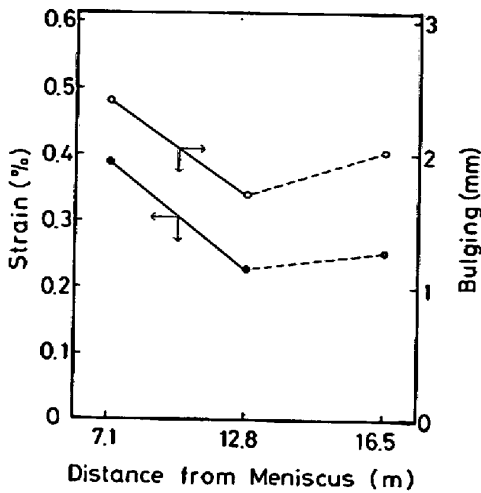


Fig. 6. Bulging strain in the solidifying shell as a function of distance from the meniscus (withdrawal rate 1.0m/min, spray water flux 1.0 l/kg, roll pitch 50cm).

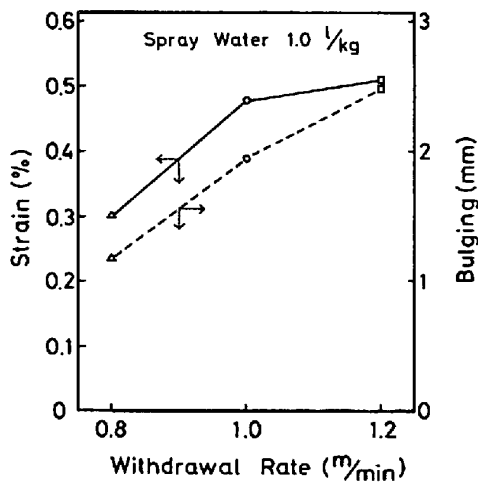


Fig. 7. Bulging strain in the solidifying shell as a function of withdrawal rate (roll pitch 50cm, position 7.1m from the meniscus).

3-1 メニスカスからの距離とバルジングの関係

2次冷却比水量 1.0 l/kg, ロール間隔 50cm, 引抜速度 1.0 および 1.2m/min の場合のバルジングに及ぼすメニスカスからの距離の影響を Fig. 6 に示した。

2次冷却帯上部であるメニスカスから7mの位置で最もバルジングが著しく、ついで2次冷却帯下部のプールエンド近傍に相当する、メニスカスから16.5mの位置で大きい。機種、操業条件で異なるが、我々の実機における経験では、内部割れが発生するのはメニスカスから約7mの位置である。したがって、以降の解析は7mの位置で行なった。

3-2 引抜速度、2次冷却比水量とバルジングの関係

2次冷却比水量 1.0 l/kg, ロール間隔 50cm の時、

メニスカスから7.1mの位置におけるバルジング歪とバルジング量に及ぼす引抜速度の影響を Fig. 7 に示す。メニスカスから1.25m以後の2次冷却比水量を 2.0 l/kg に倍増した場合の結果を Fig. 8 に示す。これらを2次冷却比水量で整理して Fig. 9 にまとめた。

本報の温度計算では、2次冷却比水量が倍になれば、熱伝達係数は 1.46 倍になる¹⁰⁾。したがって、引抜速度が 1.0m/min の時、7.1m 位置での凝固殻厚さおよびスラブ表面温度は、2次冷却比水量が 1.0 l/kg の場合 5.4cm および 990°C, 2.0 l/kg の場合 5.75cm および 810°Cとなる。

Fig. 7, 8 より、引抜速度が増すにつれ、バルジングが大きくなること、特に、0.8 から 1.0m/min の間での

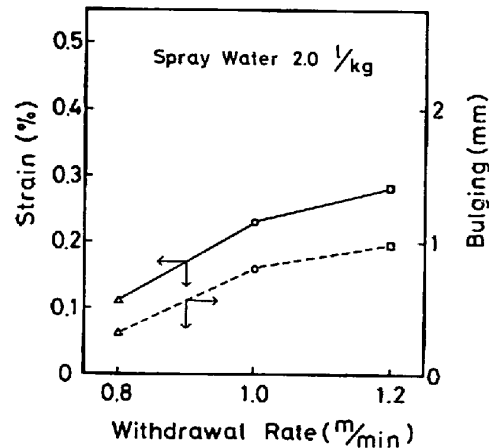


Fig. 8. Bulging strain in the solidifying shell as a function of withdrawal rate (roll pitch 50cm, position 7.1m from the meniscus).

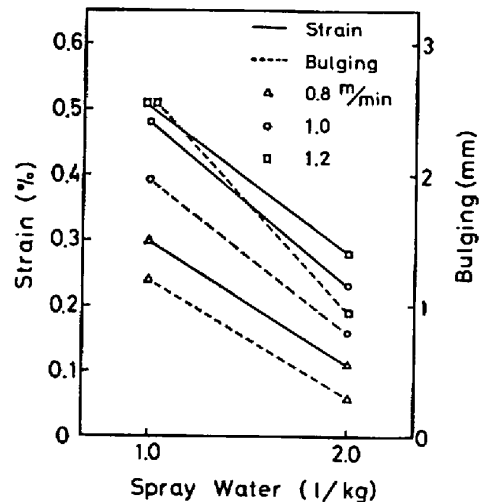


Fig. 9. Bulging strain in the solidifying shell as a function of spray water flux in the secondary cooling zone (roll pitch 50cm, position 7.1m from the meniscus).

変化の方が1.0から1.2m/minの間でのそれよりも大きいこと、が指摘される。後者の傾向は、Fig. 2, 3において、引抜速度が0.8から1.0m/minに変化した時の凝固殻内の温度分布の高温側へのずれ幅が、1.0から1.2m/minへの変化のそれよりも大きいことと関連している。

Fig. 9より、2次冷却比水量を倍増するとバルジングはほぼ半減することがわかる。引抜速度を1.2m/minと上げて、比水量を2.0 l/kgとすれば1.0m/minで1.0 l/kgの場合とほぼ同じバルジングに抑えうることがわかった。

3.3 ロール間隔とバルジングの関係

ロール間隔がバルジングに大きく影響することは、従来の弾性梁近似による計算からも周知の事実であった。

今回の、引抜速度1.0m/min, 2次冷却比水量1.0 l/kg, 7.1m位置、での計算によれば、Fig. 10に示すように、ロール間隔が50cmを越えるとバルジングは著しくなるが、35cm以下では非常に小さいことが判明した。

3.4 ロール配列不整とバルジングの関係

前項で述べたように、正常に整備配列されているロールの場合は、間隔が35cmでもバルジングは十分小さい。しかし、ロール配列に不整があると状況が異なってくる。たとえば、ロールが1本配列から外れると、ロール間隔の2倍のスパンでバルジングが起こる。これを自由バルジングと呼ぶ。自由バルジングによる歪とロール間隔の関係をFig. 11に破線で示した。一方、配列から

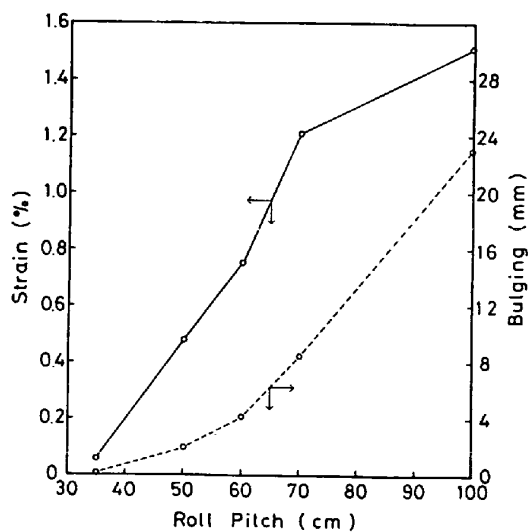


Fig. 10. Bulging strain in the solidifying shell as a function of pitch between rolls in the secondary cooling zone (withdrawal rate 1.0m/min, spray water flux 1.0 l/kg, position 7.1m from the meniscus).

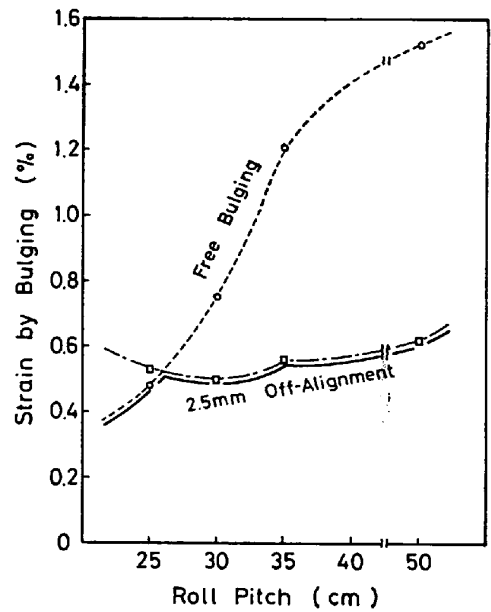


Fig. 11. Bulging strain in the solidifying shell under varying conditions of disorder in roll alignment in the secondary cooling zone (withdrawal rate 1.0m/min, spray water flux 1.0 l/kg, position 7.1m from the meniscus).

の外れを2.5mmと仮定し、バルジング量が2.5mmとなるような節点指定変位を与えた場合の、バルジング歪とロール間隔との関係を、Fig. 11に一点鎖線で示した。

Fig. 11から、ロール間隔が小さい時には指定変位による歪が増大し、一方、ロール間隔が大きくなると溶鋼静圧起因のバルジングによる歪が増大する。もし、自由バルジングが、配列不整分を上回る時は、実際のバルジングは不整ロール位置で抑えられることになる。したがって、実際のバルジング歪とロール間隔の関係は、Fig. 11の実線で示されると思われる。

このように、ロール配列不整が内部割れの原因となることは、実際の操業で時折経験されることである。

4. 考 察

ロール間バルジングの計算方法としては、凝固殻を温度一様な弾性梁とした式²⁾や、クリープを考慮した式¹⁵⁾が従来提出され、第零近似としてバルジングの実測値を半定量的に説明し、実測値におよぼす操業変数、装置定数の影響を定性的に明かにする上で貢献した。しかしこれらの式は、それぞれ、凝固殻の平均温度に対応する材料強度特性を使つたり、物理的意味のはつきりしない、調節可能なヤング率を使つたり、精度のよくない不備な遷移クリープ特性値を使う欠点があつた。凝固殻厚さ方向に温度分布を考えた計算には、R. G. BLOSSEY¹⁶⁾と

K. A. FEKETE¹⁷⁾の報告がある。しかし、BLOSSEY は問題を温度分布を有する弾性梁として解いたため、バルジングがロール間隔 100 cm, メニスカスからの距離 15 m においてさえ、2.5 mm にしかならなかつた。一方、FEKETE は問題を温度分布を有する弾塑性梁として扱い、微分方程式の解析解により、ロール間隔 28 cm, メニスカスからの距離 4 m において、0.04 mm のバルジングを得た。これらに比べ、本報で用いた有限要素法の歪増分理論にもとづく弾塑性解法は、非線型の応力解法として最近注目されており、境界条件の処理なども容易に取扱える利点がある。

今回の解析では、2次元の平面問題として処理しているが、実際のバルジングはロールとスラブ短辺で押えられた、4辺固定の平板問題である(しかし、FEKETEの結果によれば、(スラブ幅)/(ロール間隔)が2.1の時に、2次元平面問題と平板問題との計算値の差は2.5%程度に留まっている。今回のように、上記の比が3.0以上の場合にはほぼ2次元平面問題として取扱つても、あまり大きな誤差は生じないものと考えられる。

次に、1000°C以上の高温域では、クリープに起因するバルジングも考えられる。普通鋼について的高温クリープの測定値は非常に乏しいが、P. FELTHAMの定常クリープ測定値¹⁸⁾を用いて、この寄与を概算してみた。3節の計算結果から、スラブ表面層の引張応力は約80 kg/cm²とわかっている。今考えている位置で、やや苛酷に1104°C, 80 kg/cm²で20 sec クリープした時の歪を求めると、0.02%が得られた。この値は、3節に示した歪の計算値に較べて1桁低く、定常クリープによるバルジングは無視してもよいと考えられる。遷移クリープによるバルジングの計算はデータ不足で定量的に実行しにくい。井上ら²⁾によればそれほど大きくはなさそうである。

今回計算で求めたバルジング量を、実機での測定値と直接比較するのは、現状では困難である。実際のバルジング現象はロールの整備状態と密接に関わっており、バルジング実測値1~2 mmが報告されてはいても¹⁹⁾、バルジング位置におけるバルジング量とロールギャップのその場測定が難しいためである。

内部割れの限界歪は、緒言で述べた(2)-1~(3)-3の因子によつて影響されるため、必ずしも明確にはされていない。著者らの1人の連続鋳造ビレットの内部割れ解析結果⁹⁾では0.2%を得ている。佐藤ら²⁰⁾の実験では0.2%、山崎ら²¹⁾は0.2~0.5%、松坂ら²²⁾は0.15~0.5%の値を報告している。以上の値は歪速度が 1×10^{-3} /secの時のもので、歪速度が小さくなると限界歪は大き

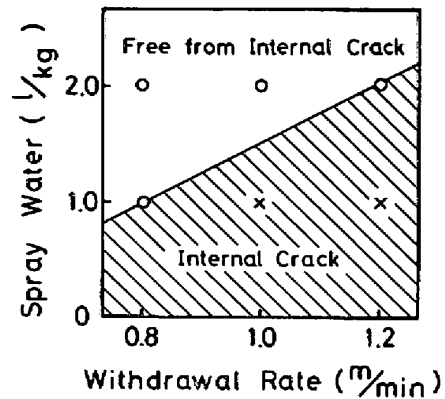


Fig. 12. Criteria of casting conditions to prevent the occurrence of internal cracks in the solidifying shell in the secondary cooling zone.

くなる。しかし、最近の実験では、限界歪が1%を越える例²³⁾²⁴⁾もあり、また、限界歪の歪速度依存性も測定方法により異なってくるので²⁵⁾、簡単には論じられない。さらに、計算では要素内の歪が平均化された形で解が得られていることを考えると、計算結果と、実験から求められた上記の限界歪を照合しても、あまり正確な比較にはならない。より多くの計算と実機実験を行ない、資料を蓄積する必要がある。

最近行なつた連続鋳造機内でスラブを停止しそのまま凝固させた実験の測定結果²⁶⁾にもとづき、我々が計算した例によると、歪が0.83%の時には内部割れが起こっていることを確認した。また、我々の操業経験によれば2次冷却比水量が1.0 l/kgの時、引抜速度が0.8 m/minまでは内部割れは起こらないが、1.0 m/minになると内部割れが急増している。これらの知見を参照して、内部割れを起こす限界歪の本計算による値を推定すると、0.3~0.4%と考えられる。これに基づいて計算した内部割れの起こらない操業範囲は、Fig. 12のように示される。

5. 結 言

スラブを連続鋳造するさい、内部割れの主要原因の一つとなつている、2次冷却帯におけるロール間での凝固殻のバルジングを、有限要素法を用い、歪増分理論にもとづく弾塑性応力計算により、定量的に解析した。得られた主な結果を要約すると、

1. バルジングは、凝固殻が薄くかつ高温である2次冷却帯上部で最も著しく、次いで溶鋼静圧が最大となる冷却帯下部プールエンド附近が大きい。
2. 2次冷却比水量を一定として引抜速度を増すと、バルジング傾向は低速域において急に、やや高速域では

緩やかに強まる。一方、引抜速度を一定として比水量を倍増すると、バルジングは約 1/2~1/3 に減る。

3. 上記 2 次冷却帯上部(メナスカスから 7 m 下方)では、ロール間隔が 50 cm を越えなければひどいバルジングは起こらない。35 cm 間隔でのバルジングは非常に小さい。しかし、ロール配列に不整があると、相当なバルジングが起こり、その程度はロール間隔と不整度によって複雑に変化する。

また、内部割れが生成する過程として、引張歪→割れ発生→溶鋼充填、の 3 段階を考え、各段階の進行に及ぼす因子を検討した。次いで、実機における内部割れの観察経験と上述の計算結果を照合し、限界歪を推定した。これを指標として、高速引抜時でも内部割れの生成しない操業条件を定量的に決めた。

Appendix

有限要素法では、連続体を有限個の要素に分割し、各要素内の熱的、機械的性質は一様である、と仮定する。また、要素と要素は節点で接合され、要素内の応力は相隣る要素に節点を通じて伝達されると考える。この場合要素内の任意の点の変位ベクトル $\{f\}$ は、節点変位ベクトル $\{\delta\}^e$ により(1)式のように表せる。

$$\{f\} = [N] \{\delta\}^e \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $[N]$ は変位関数を示す行列で、一般に座標の関数である。要素内歪 $\{\varepsilon\}$ は節点変位を用い(2)式で示される。

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \{f\} = [B] \{\delta\}^e \dots\dots\dots (2)$$

ここで $[B]$ は変位-歪行列である。

要素内応力 $\{\sigma\}$ は、歪-応力行列 $[D]$ を用いて(3)式で表せる。すなわち、初期歪を $\{\varepsilon_0\}$ とすれば

$$\{\sigma\} = [D] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) \dots\dots\dots (3)$$

要素の各節点における外部荷重と内部荷重の平衡を考えると、(4)式が得られる：

$$\{F\}^e = (\int [B]^T [D] [B] dV) \{\delta\}^e - \int [B]^T [D] \{\varepsilon_0\} dV = \{K\}^e \{\delta\}^e - \{F\}^e_{e_0} \dots\dots (4)$$

ここで、

- $\{F\}^e$: 要素の節点に働く外部荷重ベクトル
- $\{F\}^e_{e_0}$: 初期歪 ε_0 による節点での荷重ベクトル
- $[K]^e$: 要素の剛性マトリックス

である。

系全体の平衡状態は、これら要素の集合として取扱う

ことが可能であり、(5)式で示される：

$$\{F\} = [K] \{\delta\} - \{F\}_{e_0} \dots\dots\dots (5)$$

上式中、

- $\{F\}$: 系全体の外部荷重ベクトル
- $\{F\}_{e_0}$: 系全体の初期歪荷重ベクトル
- $\{\delta\}$: 系全体の節点変位ベクトル
- $[K]$: 系全体の剛性マトリックス

(5)式を解いて $\{\delta\}$ を求め、各要素の節点変位ベクトル $\{\delta\}^e$ に分解し、これを(2)、(3)式に代入すれば、各要素の歪、応力値を計算できる。

さて、弾性状態の平面応力を考えると、 $[D]$ は(6)式で書き表される。

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

塑性状態でも、応力増分ベクトル $\{d\sigma\}$ は Prandtl-Reuss 式によれば次のように表せる⁶⁾。

$$\{d\sigma\} = E [D]^P \{d\varepsilon\} \dots\dots\dots (7)$$

したがって、増分的に計算すれば、塑性域でも弾性範囲におけると同様に取扱える。ただし、塑性域では $[D]^P$ がその時の応力の関数となるので、各増分ごとに $[D]^P$ と $[K]$ とを計算する必要がある。

文 献

- 1) 藤井博務, 大橋徹郎, 織田昌彦, 広本 健: 鉄と鋼, 61(1975), S 469
- 2) 井上俊朗, 小舞忠信, 森 紘一, 加藤 郁, 秋田靖博: *ibid.*, 62(1976), A 119
- 3) 井上俊朗, 小舞忠信, 新美英俊, 齊藤豊一, 秋田靖博: *ibid.*, 60(1974), A 103
- 4) 藤井博務, 大橋徹郎, 広本 健, 織田昌彦: *ibid.*, 61(1975), S 56
- 5) 松野淳一, 中戸 参, 大井 浩: 鉄と鋼, 60(1974), p. 1023
- 6) O. C. ZIENKIEWICZ and Y. K. CHEUNG: "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics", (1967), [McGraw Hill, New York]
- 7) Y. YAMADA, N. YOSHIMURA, and S. SAKURAI: *Int. J. Mech. Sci.*, 10(1968), p. 343
- 8) W. T. LANKFORD, Jr.: *Met. Trans.*, 3(1972), p. 1331
- 9) P. J. WRAY: *ibid.*, 6A(1975), p. 1189
- 10) K. SORIMACHI and J. K. BRIMACOMBE: unpublished
- 11) C. J. ADAMS: NOH-BOS Conf. Proc., Pittsburgh, 54(1971), p. 290
- 12) A. FUCHS: ESTEL Ber. Forsch. u. Entwicklung unserer Werke, (1975) 3, p. 127
- 13) 藤井博務, 織田昌彦, 大橋徹郎, 広本 健: 鉄と鋼, 62(1976), S 93
- 14) K. KINOSHITA, G. KASAI and T. EMI: "Proc.

- Sheffield Int. Conf. on Solidification and Casting", (1977) in press.
- 15) 浅野 鋭一, 広本 健, 大橋徹郎, 松永 久:
鉄と鋼, 60(1974), A87
 - 16) R. G. BLOSSEY: NOH-BOS Conf. Proc., Toronto, 58(1975), p. 141
 - 17) K. A. FEKETE: Radex Rundschau, (1974), p. 135
 - 18) P. FELTHAM: Proc. Phys. Soc., 66(1953), p. 865 (London)
 - 19) 古茂田敬一: 第27/28回西山記念技術講座, (1974), p. 213 [日本鉄鋼協会, 東京]
 - 20) 佐藤秀樹, 北川 融, 村上勝彦, 川和高穂: 鉄と鋼, 61(1975), S471
 - 21) 山崎大蔵, 角井 洵, 長沼 静, 山田義和: 学振第19委第3分科会凝固現象協議会, 19委-9863 (1975, 9月)
 - 22) 松坂 矯, 桐原誠信, 吉岡孝利, 渡辺 潔, 木村智明: 鉄と鋼, 60(1974), S454
 - 23) 新山英輔: 第10回凝固部会資料 (1975, 4月) [日本鉄鋼協会]
 - 24) 宮村 紘, 越智昭彦, 金丸和雄, 金子信義: 鉄と鋼, 62(1976), S482
 - 25) 藤井博務, 大橋徹郎, 広本 健: ibid., 62 (1976), S484
 - 26) 上田典弘, 森脇三郎, 垣生典弘, 北岡英就, 反町健一, 江見俊彦: 未発表