

(43) 高温プレートに衝突する軸対称流れ

—数値計算によるシミュレーション—

東京大学 工学部

○ 佐久田 博司

吉 沢 昭宣

1. 緒言 冶金反応のシミュレータとして開発したプログラムを、伝熱の方程式を組みこむことにより、さらに適用性の高いものに改良し、それを、実際の現象に適用し、流れ現象の、反応への寄与を予測し、定量を試みた。

流れ支配下の、伝熱、拡散を伴う反応という複合現象を、制御困難なパラメータを多くもつと思われ、るモデル実験による解明するという方法に対して、計算機によるシミュレーションという解析方法を考え、その着想の下に、以下の計算を行った。

2. 基礎方程式 解くべき連立方程式系は、Newton流体中の、(1)連続の式、(2)Navier-Stokes式、(3)拡散の方程式、(4)伝熱の方程式である。(1)-(4)を、非圧縮性の仮定の下に、無次元化し、軸対称の円筒座標系で、Potential forceとして、z成分のみの重力を考え、書き直すと、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} &= 0 & (1) \quad u: r \text{ comp. of fluid vel.} \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial uv}{\partial z} &= -\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) & (2-r) \quad v: z \text{ comp.} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial ruv}{\partial r} + \frac{\partial vv}{\partial z} &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{r} \left[ r \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] & (2-z) \quad c: \text{conc. of solution} \\ \frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial r} + v \frac{\partial c}{\partial z} &= -\frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Sc}} \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial c}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right] & (3) \quad T: \text{temperature} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} &= -\frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] & (4) \quad \text{Re: Reynolds num.} \\ & & & \text{Sc: Schmidt num.} \\ & & & \text{Pr: Prandtl num.} \\ & & & D: \text{reference length} \\ & & & \Delta C: C_s - C_0 \end{aligned}$$

伝熱、拡散による、Free convection の効果を考慮して、(2-z) の右辺に、Boussinesq 近似を用い、次の二項を付加する。(5-1) は、拡散、(5-2) は伝熱に帰因する項である。

$$\begin{aligned} T_c &= \left[ \frac{\partial c}{\partial z} (C_s - C_0) \frac{gD}{\rho_0 \nu^2} \right] C^* = \left[ B_c \frac{\Delta C}{\text{Fr}} \right] C^* & (5-1) \quad B_c: (\partial \rho / \partial c) / \rho_0 \text{ etc.,} \\ T_T &= \left[ \frac{\partial T}{\partial z} (T_m - T_0) \frac{gD}{\rho_0 \nu^2} \right] T^* = \left[ B_T \frac{\Delta T}{\text{Fr}} \right] T^* & (5-2) \quad \text{Fr: Froude num.} \\ & & & V: \text{average vel.} \\ & & & C^*: \text{dimensionless conc.} \end{aligned}$$

3. 計算方式 数値計算は、差分法により行う。速度場は、SMAC法に準拠し、伝熱、拡散は、そこで得られた速度場により、前進型で計算する。繰り返しの手続きは、ある時間ステップ毎に行われる。フローチャートを、FIG. 2 に示す。

4. 境界条件及び計算結果 境界条件の概略を Fig.1 に示す。模式的に考えれば、流れは、上方より流入し、反応の後下方に流出する。反応は、温度依存であり、器底に位置する高温プレートからの伝熱が系を支配する。流れは、任意のRe数をもち、流入口でPoiseuille flow である。管壁、プレート表面での境界条件は、流れ、容質濃度及び温度は、Dirichlet型で、出口境界では、Neumann型である。

使用した計算機は、東大大型センタ HITAC 8700/8800 である。計算結果の詳細、及び考察、或は、実際の現象との比較検討は、当日発表する。

- (1) 前92回大会 S436 (2) Amsden & Harlow, The SMAC METHOD LA-4370
- (3) Hirt, Heuristic stability for Finite-Difference Equation(1970)

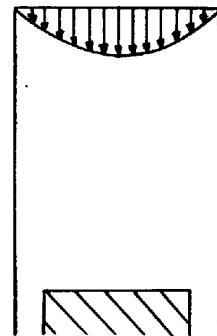


FIG. 1

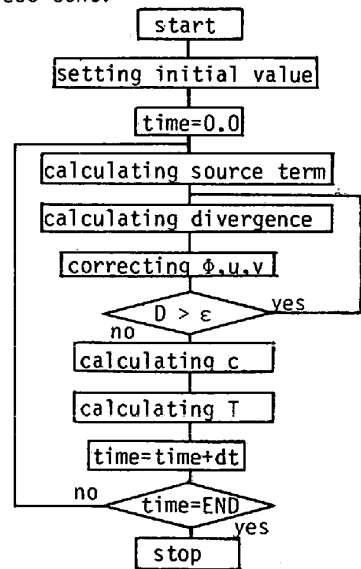


FIG. 2