

論 文

UDC 669.141.241.2-404 : 404 : 536.252 : 536.421.4

凝固過程における自然対流について*

宮 沢 憲 一**・ 鞭

巖***

On the Natural Convection in Solidification Process

Kenichi MIYAZAWA and Iwao MUCHI

Synopsis:

Experiments to demonstrate the behaviors of natural convection along the solidification front in the mold were conducted by the use of KCl solution as the solidification system and with the aid of the thymol blue method as the flow visualization technique.

Experimental results show that with the increase in the solidification time, the maximum velocities of natural convection in the upper region of the mold decrease monotonously and the positions at which the maximum velocity in the lower region of the mold appears approach to the solidification front. For the case of eutectic solution it is found that the mean maximum velocity in the upper region of the mold is proportional to the square root of a modified Grashof number.

Furthermore, the approximate estimations with regard to the natural convection along the dendritic interface are presented on the basis of the boundary layer theory. By comparing the observed data of the mean maximum velocities with those calculated curves, the effects of the fluid flow in mushy zone on the velocity in the boundary layer and on its thickness are investigated.

1. 緒 言

実用キルド鋼塊の凝固過程においては、注入操作時に溶鋼の過熱の大部分が除去されるにもかかわらず、溶鋼の温度差に起因する熱対流がほぼ垂直な凝固界面に沿って生ずることが RI などのトレーサーを用いた実測結果^{1)~3)}から認められている。このような凝固界面に沿った自然対流は、固液共存相内における凝固収縮や濃度差などの推進力に起因する樹枝間流れ^{4)~10)}や種々の推進力に起因する強制対流^{11)~13)}とともに、マクロ偏析や凝固組織などに直接影響を及ぼす重要な流れの一つと考えられる。

従来、ほぼ垂直な凝固界面に沿った自然対流の研究において、自然対流による熱伝達などの観点から非鉄金属を用いた凝固系での液相内や固相内の温度分布の実測^{14)~16)}などは行なわれているが、凝固界面近傍における流速の測定に関しては、トレーサー法による実操業での上述の実測^{1)~3)}を除いてほとんど発表されていない現状である。

本研究では、凝固の進行に伴う自然対流の推移や凝固界面に沿った流速の深さ方向での変化などを明らかにするために、凝固系として既に連続鑄造の模型実験¹⁷⁾において採用した KCl 溶液を用いて、凝固界面に沿った自然対流現象の観測を行ない、パルス電圧を印加して発生させたタイムラインの挙動や自然対流の最大流速などを実測した。さらに、境界層理論による自然対流の解析を行ない、固液共存相内の最大流速や境界層厚みに及ぼす効果などについて検討する。

2. 実験方法

実験装置の概略を Fig. 1 に示す。本実験装置の主要な部分は、冷却槽とその側面に一端面を接触させた鑄込み部とから構成されている。冷却槽と鑄込み部の間の壁面は厚さ 1 mm の Al 板を使用した。鑄込み部の両側には、二次元的な自然対流を実現するために、密閉した空間を設けて鑄込み部の厚さ方向における温度勾配を抑制した。操作の手順としては、まず最初に、冷却槽内のエチルアルコールにドライアイス投入して、冷却槽の

* 昭和50年8月20日受付 (Received Aug. 20, 1975)

** 名古屋大学工学部 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

*** 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464)

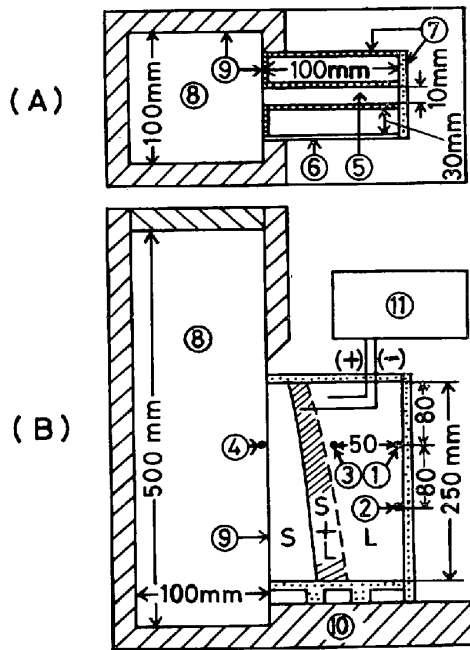


Fig. 1. Schematic representation of the experimental equipment. ((A) plane view and (B) front view) ①~④ Thermocouple, ⑤ KCl solution to be solidified, ⑥ Glass plate, ⑦ Transparent PVC plate, ⑧ Cooling box (coolant: ethyl alcohol and dry ice), ⑨ Al plate, ⑩ Insulator, ⑪ Pulse generator.

温度を一定に保つ。次に、鑄込み部へ所定の濃度の KCl 溶液を注入して、一方向に凝固を行なわせる。なお、熱伝対を使つて冷却槽内の温度を検出し、実験中の冷却槽内の温度をほぼ一定に保つた。

本実験では、低流速の液体の流れを観測する技術として BAKER¹⁸⁾ によつて提案されたチモールブルー法を応用した。すなわち、鑄込み部内に設置した 2 本の銅線 (0.1 mm ϕ) の間にパルス電圧 (2~3V) を印加し、青色のタイムラインを発生させることによつて自然対流の可視化を行なつた。ここで、タイムラインとは、流れと垂直方向の一直線上に存在した流体要素が流れとともに移動した位置を示す線である。この方法は、pH が約 8~9.6 の水溶液に指示薬のチモールブルーを加えて黄変させた液を電気分解すると、陰極付近のイオン濃度が変化して、液自体が青色に変わる現象を利用したものであり、本実験のような凝固過程に伴う流れの可視化に採用されたという報告は見当たらないが、従来、流体力学の分野では、低流速の流れの場で比較的良好に用いられている^{19)~22)}。

また、本実験では、Fig. 1 に示した鑄込み部内の 3 か所 (①~③) の位置に 0.1 mm ϕ の銅コンスタンタン熱

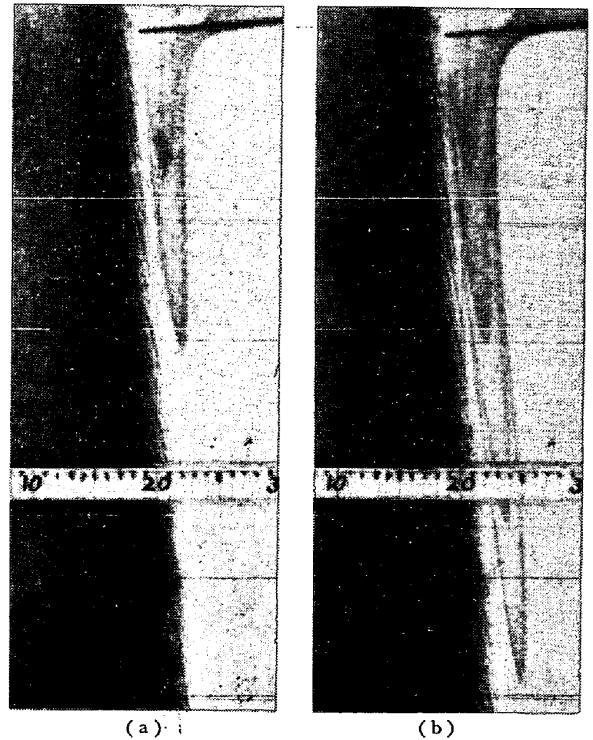


Photo. 1. Natural convections along the solidification front. ($c=1$ mol/l, $\theta=40$ min, $x_p=4$ cm; (a) $\theta'=10$ sec, (b) $\theta'=20$ sec)

電対を設置して、液相内の温度の経時変化も実測した。

3. 実験結果および考察

3.1 凝固界面近傍におけるタイムライン

凝固時間 θ が約 40 min 経過した後、湯面から約 4 cm の位置 ($x_p=4$ cm) においてタイムラインを 5 sec ごとに 4 回発生させた場合の、チモールブルー法によるタイムラインの実験の一例を Photo. 1 に示す。(a), (b) はそれぞれ、第一回目のタイムラインの発生時刻から、10 および 20 sec 後に撮影したものである。これら写真では、左方より固相、共存相、および、液相の 3 種類が存在することがわかる。なお、KCl-H₂O 系の平衡状態図¹⁷⁾に従うと、この共存相内の固相部分は氷のデンドライトであると推定される。また、タイムラインのプロファイルやタイムライン発生位置における速度境界層の厚さはつきり確認される。特に境界層内の最大流速 u_{max} やその位置 y_{max} については、電気分解により発生する微小気泡の影響をほとんど受けず、精度良い測定ができる。

次に、凝固時間 θ の経過に伴う自然対流の推移を明らかにするために、KCl 溶液の濃度 c やタイムライン発生位置 x_p を変えて行なつた一連の実験結果について述べる。この実験では、5 sec おきに 4 回のタイムライ

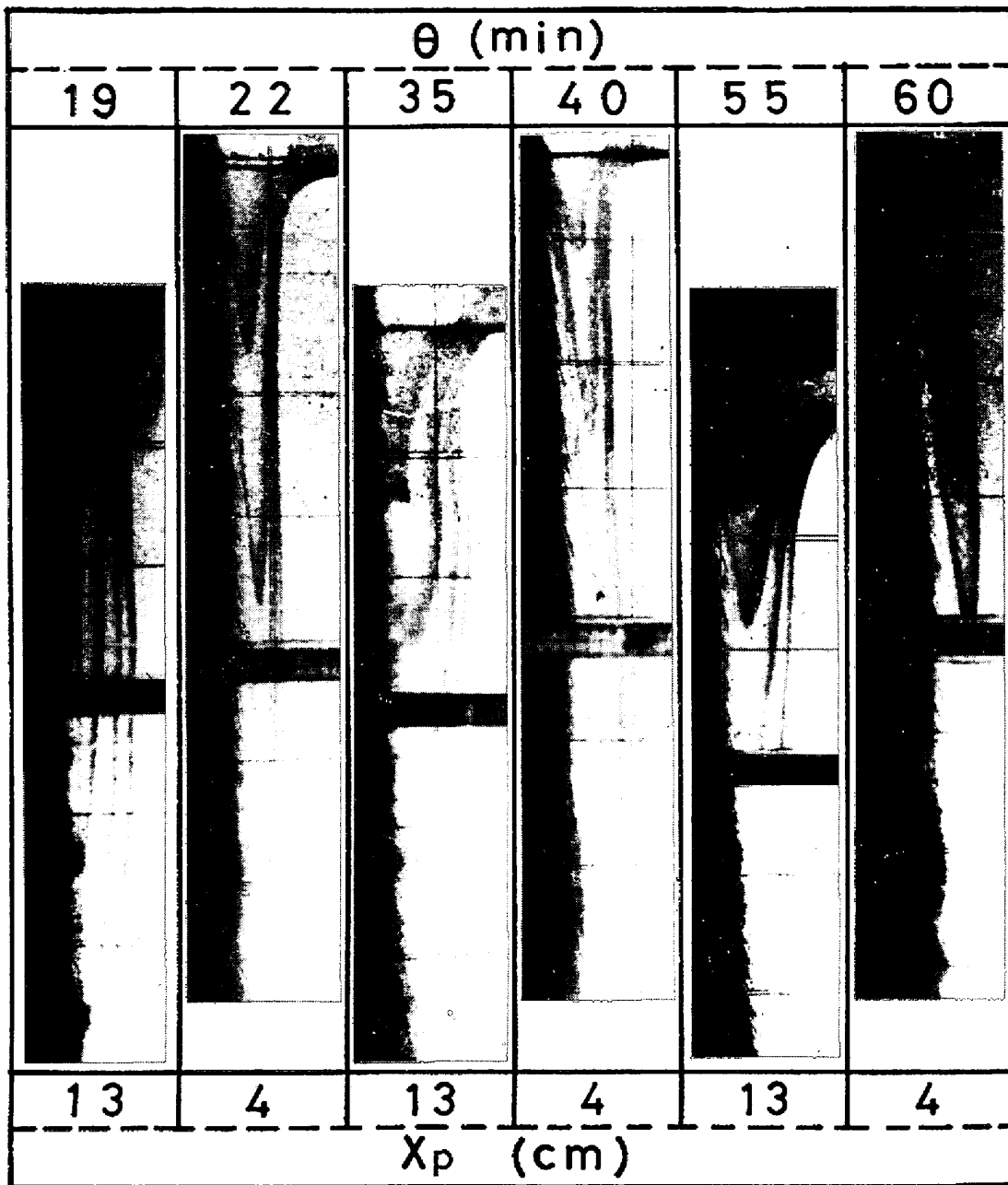


Photo. 2. Natural convections at the various solidification times (θ) and the locations where a pulse was charged (x_p). ($c=1$ mol/l, $\theta'=20$ sec)

ンの発生を行ない、第1回目のタイムラインの発生時刻からそれぞれ、2, 7, 20 sec 経過した時刻に写真撮影(計3回)を行なった。また、注入温度と冷却槽内の温度は、それぞれ、 17°C および -54°C でほぼ一定に保った。

1 mol/l の KCl 溶液を用いた凝固実験における結果を Photo. 2 に示す。Photo. 2 から、 θ の経過に伴って自然対流の速度は減少するが、 γ_{max} や速度境界層の厚み δ は増加すること、および、鑄込み部の上部と下部におけるタイムラインのプロファイルはかなり違っていることがわかる。特に、鑄込み部の下部における γ_{max} が凝

固前面に次第に接近していることは注目すべきことである。

パルス電圧を印加してから約 2 sec 後のタイムラインを Photo. 3 に示す。このような発生後間もないタイムラインは、発生位置近くにおける凝固界面に垂直な方向での速度分布を近似的に示している。また、Photo. 3 より、凝固前面においても有限の流速が存在することがわかるが、このことから共存相内部にも温度差を推進力とする流れが存在するものと考えられる。

種々の濃度の KCl 溶液を用いた凝固実験における自

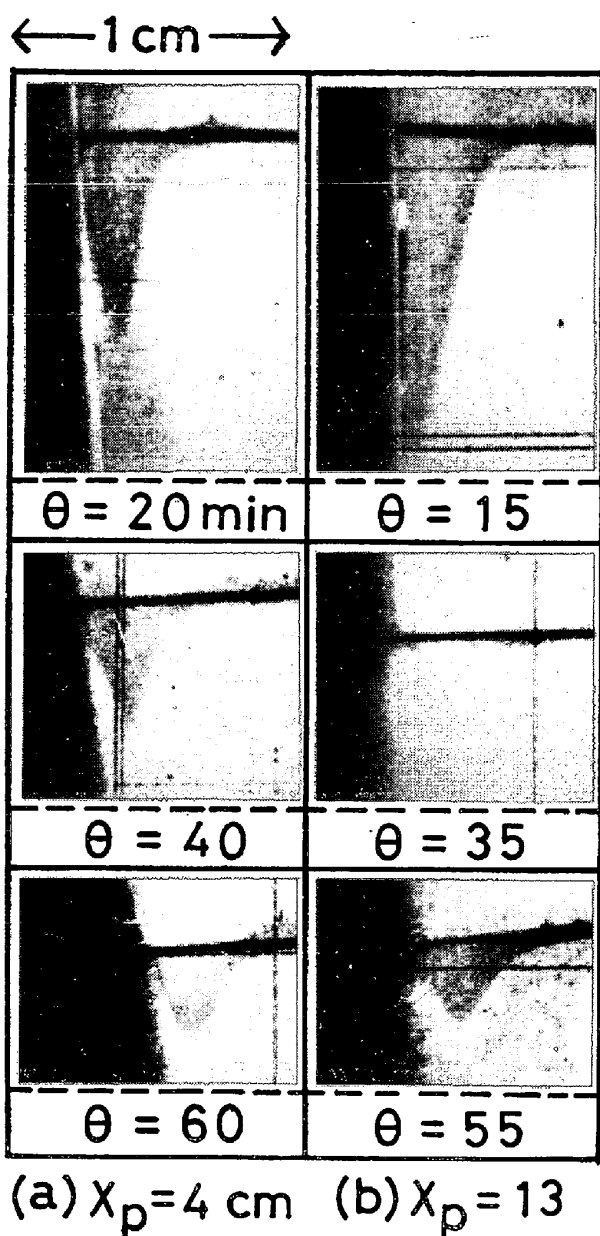


Photo. 3. Profiles of the developing time lines in the natural convection. ($c=2 \text{ mol/l}$, $\theta'=2 \text{ sec}$)

然対流の挙動を比較した結果を Photo. 4 に示す。ほぼ同じ θ におけるタイムラインを比較すると、KCl 溶液の濃度がその共晶濃度 (3.3 mol/l) に近くなるほど、 δ が小さくなり、最大流速は大きくなることわかる。

3.2 境界層内の最大流速

凝固の進行に伴う u_{\max} や液相本体の温度の経時変化を明らかにするために、一連の凝固実験を行なった。鋳込み部の壁面にあらかじめ 1 cm の間隔で水平線を刻んでおき、湯面から 3 cm の位置で発生させたタイムラインの先端が水平線間の距離を通過する時間を測定することによって u_{\max} の値を求めた。

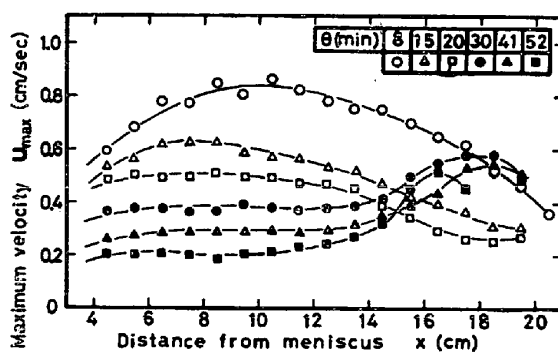


Fig. 2. Maximum velocity measured in the casting run of 1 mol/l KCl solution. ($t_0=14^\circ\text{C}$, $t_w=-54^\circ\text{C}$, $x_p=3 \text{ cm}$)

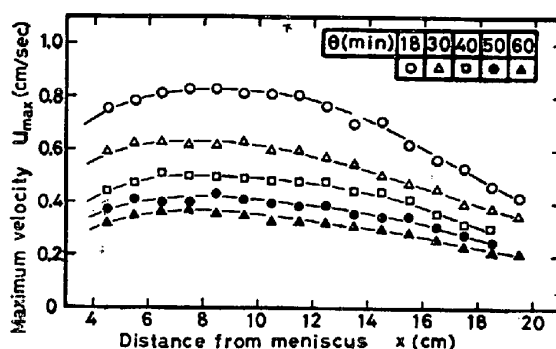


Fig. 3. Maximum velocity measured in the casting run of 3.3 mol/l KCl solution. ($t_0=14^\circ\text{C}$, $t_w=-54^\circ\text{C}$, $x_p=3 \text{ cm}$)

溶液濃度 $c=1$ および 3.3 mol/l の場合の u_{\max} の実測結果をそれぞれ Fig. 2 と Fig. 3 に示す。両図ともに、 θ が約 20 min 以降における鋳込み部の上部では u_{\max} は湯面からの距離 x に無関係にほぼ一定に留まっていることがわかる。Fig. 2 では、 θ が約 30 min 程度経過した後の鋳込み部の下部に u_{\max} が加速される領域が現われているが、この領域の凝固前面には比較的大きな dendrite が成長している。なお、 $c=0.5$ および 2 mol/l の場合の u_{\max} の実測結果は、Fig. 2 と同様な傾向が認められた。Fig. 3 では、一定の x の位置において、 θ の経過とともに u_{\max} は単調に減少している。また、蒸留水 ($c=0$) の場合の u_{\max} は、Fig. 3 と同様な傾向を示した。

次に、Fig. 2 および 3 からわかるように、鋳込み部の上部 (たとえば、Fig. 2 で $x=5\sim 10 \text{ cm}$ の領域) では u_{\max} が θ の経過に伴って比較的単調に減少しているので、とくに、 $x=5\sim 10 \text{ cm}$ における u_{\max} の平均値 \bar{u}_{\max} について検討する。この \bar{u}_{\max} は後述の解析にも示したように、自然対流の特性を示す因子として利用すると有用である。Fig. 4 に、 \bar{u}_{\max} と θ との関係プロットして示した。Fig. 4 から、 θ が同じ場合には、

C (mol/l)				
0	0.5	1	2	3.3
$\theta = 30 \text{ min}$	20	22	20	22
$\theta = 45 \text{ min}$	40	40	40	40
$\theta = 60 \text{ min}$	60	60	60	60

Photo. 4. Natural convection in the solution of potassium chloride of the various concentrations at the different solidification times.
 ($x_p = 4 \text{ cm}$, $\theta' = 7 \text{ sec}$)

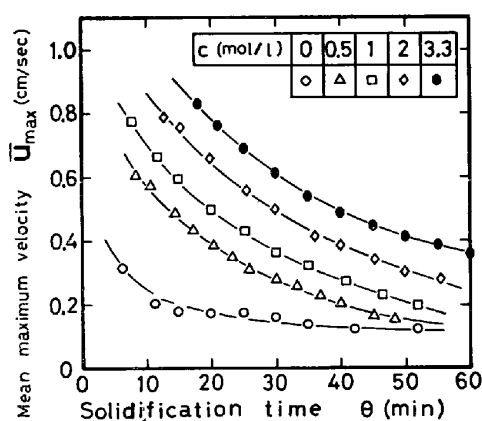


Fig. 4. Effects of the solidification time and the concentration of the solution on the mean maximum velocity measured over the range of x from 5 to 10 cm. ($t_0=14^\circ\text{C}$, $t_w=-54^\circ\text{C}$, $x_p=3\text{ cm}$)

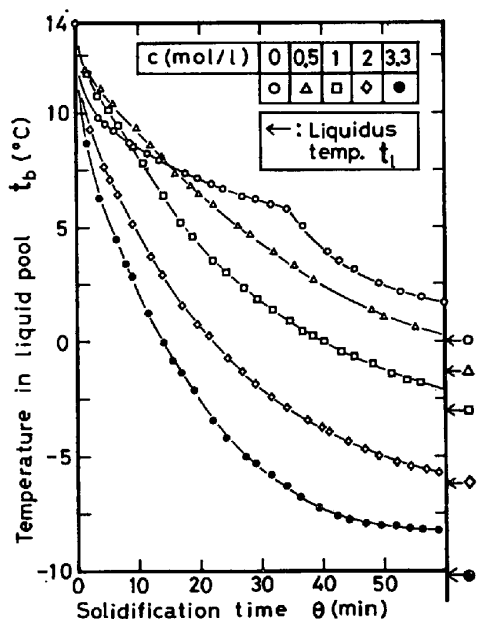


Fig. 5. Effects of the solidification time and the concentration of the solution on the temperature in liquid pool. ($t_0=14^\circ\text{C}$, $t_w=-54^\circ\text{C}$)

c が共晶濃度に近いほど \bar{u}_{\max} が大きくなることからわかる。これは、同じ θ で比較した場合、 c が共晶濃度に近いほど主として体膨張係数 β および自然対流を推進する温度差 (t_b-t_l) が大きい (後述の Fig. 5 参照) ためと考えられる。

Fig. 1(B) に示した ③ の位置の熱電対で実測した液相本体の温度 t_b の経時変化を Fig. 5 に示す。共晶濃度に近い場合ほど液相線温度 t_l が低い (後述の Table 1 参照) ために、注入温度 t_0 と冷却槽温度 t_w をそれ

Table 1. Physical properties of KCl solution.*

c (mol/l)	0.5	1	2	3.3
ν (cm ² /sec)	0.0169	0.0159	0.0148	0.0139
α (cm ² /sec)	0.00166	0.00168	0.00176	0.00183
$g\beta/\nu^2$ (cm ⁻³ ·°C ⁻¹)	206	340	532	736
Pr (-)	10.2	9.5	8.4	7.6
t_l (°C)	-1.6	-3.3	-6.5	-10.7

* These data shown above are the mean values estimated from the literature²³⁾ over the temperature range ($t=0\sim 10^\circ\text{C}$)

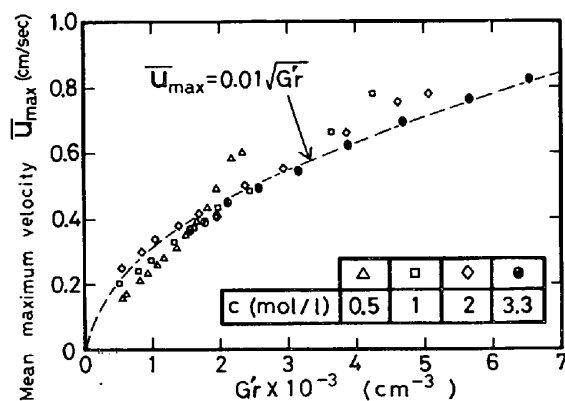


Fig. 6. Relationship between the mean maximum velocity measured over the range of x from 5 to 10 cm and the modified Grashof number. ($G'r=g\beta(t_b-t_l)/\nu^2$)

ぞれ一定にした場合でも、共晶濃度に近い場合ほど t_b が速やかに低下することが Fig. 5 に示されている。また、3.3 mol/l の場合を除いて、濃度が高い場合ほど t_b が t_l に早く接近する。これは、 θ が同じ場合には、共晶濃度に近い場合ほど \bar{u}_{\max} が大きくなって (Fig. 4 参照) 液相全体の混合を増進する効果によるものと考えられる。なお、共晶濃度の場合には、 θ が約 30 min 以降において t_b の降下速度が減少している。また、蒸留水の場合には、 θ が約 35 min のときになかなか急激な t_b の低下が現われるが、これは、熱電対の先端が温度境界層内に入ったことを意味している。

従来より報告されている KCl 溶液の物性定数²³⁾ について、とくに、 $0\sim 10^\circ\text{C}$ の温度範囲における概略の平均値を Table 1 に示す。同じ θ について、Fig. 5 と Table 1 から修正グラスホッフ数 ($G'r$) を、また、Fig. 4 から \bar{u}_{\max} を求めて、両者をプロットした結果を Fig. 6 に示す。垂直な等温平板に沿った自然対流の近似解析結果²⁴⁾ をさらに拡張すると、解析は省略するが、結局、 \bar{u}_{\max} は $G'r$ 数の $1/2$ 乗に比例することになる。Fig. 6 から、共晶濃度の場合には凝固前面が滑らかなため、破線で示した $\bar{u}_{\max} \propto (G'r)^{1/2}$ の関係がほぼ成立することがわかる。(なお、図中の式の係数については後述す

る.)

4. 凝固界面に沿った自然対流の解析と考察

前述の流れの観測結果から、共存相内にも Fig. 7 の破線で示すような流れが存在することが考えられる。この共存相内の流速は、液相側の境界層内および共存相内における自然対流の各推進力と、デンドライトの形状や分布に依存する流動抵抗との相互の効果によつて決定されるものと考えられ、共存相内の流速は主としてマクロ偏析や凝固組織の検討にあつて重要となろう。一方、境界層の内部の速度分布や厚さ δ は、主として凝固前面上での熱伝達係数や液相内の過熱の除去などを検討する際に重要となると推察される。

従来、ほぼ垂直な凝固界面に沿った自然対流の推算の研究では、凝固界面が平滑な場合¹⁴⁾²⁵⁾²⁶⁾や、共存相内のある値の固相率の位置に垂直平板を想定した場合²⁾などについて取扱われているが、凝固前面がデンドライト状の場合については、その流動抵抗を考慮した自然対流の解析は見当たらない。したがつて、共存相内の流れが、 u_{max} や δ に及ぼす効果については発表されていない現状である。

この問題は、デンドライトの形状や分布を考慮して、共存相内と液相内の両方について連続の式、運動量収支式、および、エネルギー収支式を連立して解く必要があるが、ここでは最初の試みとして、凝固前面上での流速を任意に与えることによつて液相側の境界層だけに着目した近似解析を行ない、共存相内の流れが u_{max} や δ に及ぼす効果について検討した。

本実験のように自然対流の流速に比べて凝固前面の成長速度が非常に小さい場合には、この自然対流を逐次定常的なプロセスとして取り扱つて差支えないものと考えられる。そこで、この自然対流に対して境界層近似を適用すれば、Fig. 7 に示した境界層内における連続の式、運動量収支式、および、熱収支式として、それぞれ、

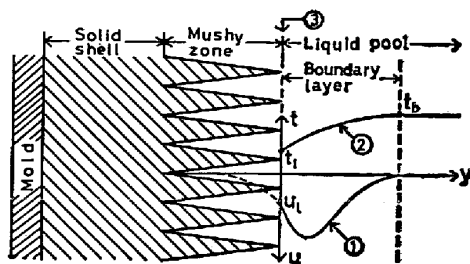


Fig. 7. Schematic representation of the natural convection along the solidification front. ① Velocity profile, ② Temperature profile, ③ Solidification front.

(1)~(3) 式が得られる。

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\partial(u^2) / \partial x + \partial(uv) / \partial y = g\beta(t_b - t) + \nu \cdot (\partial^2 u / \partial y^2) \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial(ut) / \partial x + \partial(vt) / \partial y = \alpha \cdot (\partial^2 t / \partial y^2) \dots\dots\dots (3)$$

また、速度境界層と温度境界層の各厚さは等しく、境界層の外側の液相本体内部では温度が均一で速度は零であると仮定することにより、境界条件として (4), (5) 式が与えられる。

$$y=0 \text{ で } u=u_l, \partial u / \partial y = G, t=t_l \dots\dots\dots (4)$$

$$y=\delta \text{ で } u=0, \partial u / \partial y = 0, t=t_b, \partial t / \partial y = 0 \dots\dots (5)$$

ここで、 u_l は凝固前面上の流速であり、次の (6) 式で与えることにする。また、 G は凝固前面上での速度勾配を示し、現時点では未知数である。

$$u_l = C_0 \nu x^{1/2} \dots\dots\dots (6)$$

境界層内での速度分布と温度分布が、それぞれ、凝固前面からの距離 y の 3 次および 2 次の多項式で表わされるものと仮定し、積分プロファイル法に基づいて (1)~(3) 式の基礎式を (4), (5) 式の境界条件のもとで解くと、速度分布および温度分布の近似解として、それぞれ、(7), (8) 式が得られる。

$$u = \nu(1 - y/\delta)^2 \{C_0 + (2C_0 + C_1 C_2)(y/\delta)\} x^{1/2} \dots (7)$$

$$t = t_b - (t_b - t_l)(1 - y/\delta)^2 \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 C_1 と C_2 は次の (9), (10) 式で定義した係数であり、 Pr 数と $G'r$ 数に依存する。これらは、下記の (11), (12) 式を連立して解けば容易に求められる。また、境界層の厚さと凝固前面上の速度勾配として、それぞれ、(9), (10) 式が得られる。

$$\delta = C_1 \nu x^{1/4} \dots\dots\dots (9)$$

$$G = C_2 \nu x^{1/4} \dots\dots\dots (10)$$

$$C_1^2 = 80 / Pr (28C_0 + C_1 C_2) \dots\dots\dots (11)$$

$$\left(\frac{20}{21} + Pr \right) (C_1 C_2)^2 + 4C_0 \left(\frac{55}{21} + 7Pr \right) (C_1 C_2) - \frac{20}{21} (28C_1^2 r - 37C_0^2) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

なお、(7) 式を y に関して偏微分して $\partial u / \partial y = 0$ とおいて、 u_{max} が現われる y 方向の距離 y_{max} を求めると、

$$y_{max} = C_1 C_2 \delta / 3 (2C_0 + C_1 C_2) \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。(13) 式を (7) 式の y へ代入して、 $u = u_{max}$ とおくと、

$$u_{max} = \left(\frac{4\nu}{27} \right) \frac{(3C_0 + C_1 C_2)^3}{(2C_0 + C_1 C_2)^2} x^{1/2} \dots\dots\dots (14)$$

となる。さらに、湯面からの距離 x_1 から x_2 の領域における u_{max} の平均値は、(15) 式で示される。

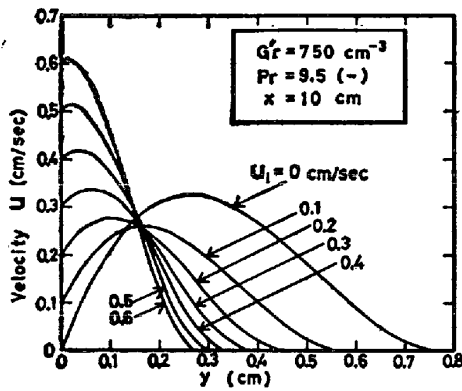


Fig. 8. Calculated velocity profiles.

$$\begin{aligned} \bar{u}_{max.} &= \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} u_{max.} dx \\ &= \left(\frac{8\nu}{81} \right) \frac{(3C_0 + C_1 C_2)^3}{(2C_0 + C_1 C_2)^2} \cdot \frac{x_2^{3/2} - x_1^{3/2}}{x_2 - x_1} \end{aligned} \quad (15)$$

なお、Fig. 6 の図中の式の係数は、(6) 式の $u_i=0$ の場合、すなわち、(15) 式で $C_0=0$ とおいた式に基づいて、Table 1 で示した共晶濃度の場合の物性定数を使用して算出したものである。

以上の解析 (7), (9), (11), (12) 式に基づいて境界層内の速度分布を推算した結果の一例を Fig. 8 に示した。この計算では、Table 1 に示した $c=1 \text{ mol/l}$ の場合の物性定数を使用した。なお、パラメータとして u_i の値を変化させているが、 x を一定 ($x=10 \text{ cm}$) として計算しているため、Fig. 8 における u_i の増加は (6) 式より C_0 の増加に対応する。Fig. 8 から、 u_i が大きくなるにしたがって、 δ (曲線が横軸と交わる点までの y の値) と $y_{max.}$ は単調に減少するが、 $u_{max.}$ の値は一度減少してから増加することがわかる。

自然対流の推進力が同じ場合、 u_i が大きいということは定性的には、デンドライトが細く伸びていることや、デンドライトの 1 次アーム間隔が大きいことに起因する共存相内の流動抵抗が小さい状況に対応すると推察される。一方、共存相内の流動抵抗が同じ場合、自然対流の推進力が減少すると u_i も減少することが考えられる。したがって、凝固の進行に伴って、デンドライトの 1 次アーム間隔が大きくなるために、流動抵抗は小さくなるが、自然対流の推進力は減少するので、 θ の経過に伴う u_i の変化は両者の相殺の効果の兼ね合いによつて決められるものと考えられる。

$\bar{u}_{max.}$ と $(t_b - t_i)$ との関係について、Fig. 9 に実測値と (15) 式により計算して求めた曲線とを比較して示した。なお、この計算には Table 1 の物性定数を

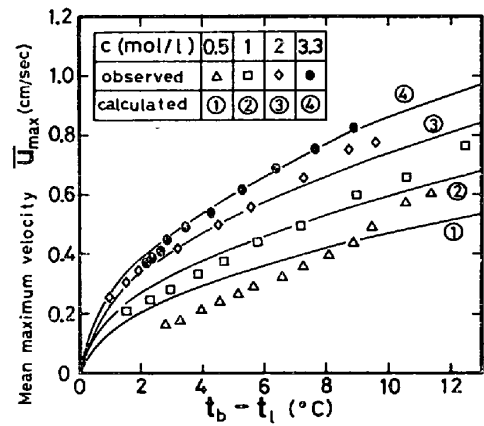


Fig. 9. Comparison between the curves of the mean maximum velocity ($\bar{u}_{max.}$) calculated for $u_i=0$ and the data of $\bar{u}_{max.}$ observed for the solutions of various concentrations.

を用い、 $u_i=0 \text{ cm/sec}$ とした。共晶濃度の場合には、凝固初期の温度差 ($t_b - t_i$) が大きな時点から温度差が約 4°C 程度に至るまでの領域の凝固過程で凝固前面は全く平滑であることを実験で認めているが、Fig. 9 の $c=3.3 \text{ mol/l}$ の曲線について、このような領域では、 $u_i=0$ とした計算値と実測値は非常によく一致している。しかしながら、凝固界面がデンドライト状である溶液濃度の場合には、自然対流の推進力が比較的大きな場合の実測値は $u_i=0$ とした計算値よりも大きく、また逆に、推進力が比較的小さい場合の実測値は低濃度の場合ほど計算値よりも小さくなる傾向がある。したがって、Fig. 8 に示した u_i の変化に伴う $u_{max.}$ の変化の傾向と上述の Fig. 9 から判断すると、 u_i の値は自然対流の推進力の大きな凝固初期ほど大きく、凝固の進行に伴って減少することになる。

なお、Fig. 9 に示した $c=0.5, 1, 2 \text{ mol/l}$ の場合の $\bar{u}_{max.}$ と $(t_b - t_i)$ の実測値を (11), (12), (15) 式に適用して C_0 を求め、(6) 式から u_i を推算した結果を Fig. 10 に示す。この図から、Fig. 4 に示した $\bar{u}_{max.}$ の経時変化とほぼ同様なパターンで、 u_i が θ の経過に伴って減少することがわかる。しかしながら、共存相内の流速は、凝固初期ほどデンドライトの間隔が密のため共存相内の流動抵抗が大きいことから、凝固初期においても上述の u_i の場合ほど大きくはなく、ただ共存相内で凝固前面近くでの速度勾配が凝固の初期には大きくなるものと推察される。

(9), (13) 式および (11), (12) 式から計算した結果、 u_i が一定の場合に、 δ や $y_{max.}$ は x の増加および Pr 数と Gr 数の減少に伴って大きくなることがわかった。

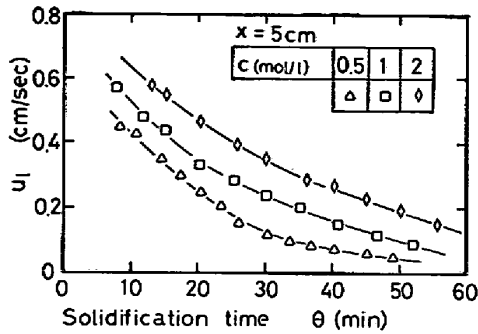


Fig. 10. Effects of the solidification time and the concentration of the solution on u_1 (at $x=5$ cm) estimated on the basis of the observed data shown in Fig. 9 and by the use of Eqs. (11), (12), (15) and (6).

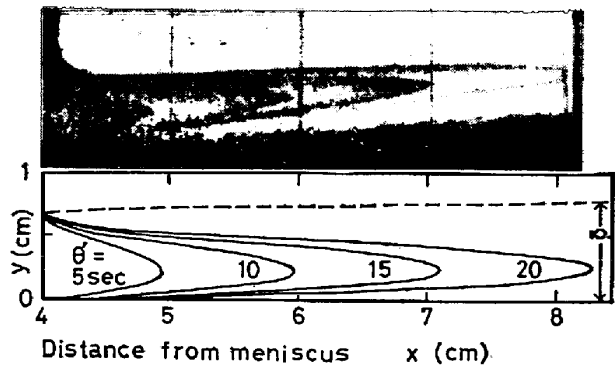


Fig. 11. Comparison of the computed pattern of time line with the observed one. ($c=1$ mol/l, $\theta=60$ min, $Pr=9.5$, $G'r=680$ cm⁻³, $u_1=0.04$ cm/sec)

したがって、Fig. 8 の結果も考慮すると、 y_{max} が凝固初期ほど液相線に近いという前述の実験結果(たとえば、Photo. 3)は、凝固初期ほど u_1 と $G'r$ 数が大きいこと (Fig. 8 および 5) から理解できる、また、本解析の結果によれば、(14) 式からわかるように、 u_{max} は x の増加に伴って大きくなるが、Fig. 2, 3 の実測結果では u_{max} が増加するのは x が比較的小さい範囲であるため、本解析の結果の適用は鑄込み部の比較的上部に限られることが推察できる。これは、本解析は無限の広がりのある鑄込み部で凝固前面が垂直な場合に、境界層近似の取り扱いを、凝固前面に沿った自然対流に適用しているため、本解析で設定した (6) 式が鑄込み部の下部では妥当でないことによるものと考えられる。したがって、たとえば Photo. 2 からわかるように、鑄込み部の下部における y_{max} は上部における y_{max} よりも小さくなることを本解析から示すこともできない。すなわち、(6) 式中の C_0 が x に無関係に一定とした本解析の結果によれば、(9) および (13) 式からわかるように、 y_{max} は x の増加に伴って増加することになる。しかしながら、一定の x および ν の場合に C_0 の値が増加すれば、前述の Fig. 8 の説明からわかるように、 y_{max} は減少することがわかる。したがって、実際の現象をシミュレートするためには、鑄込み部の下部で x の増加に伴って C_0 の値が増加するような場合の解析が必要となる。

次に、湯面から x_p の位置でタイムラインを発生させた場合、 y/δ を一定とし、(7) 式で $u=dx/d\theta'$ として (7) 式を θ' に関して積分すると、 θ' sec 後のタイムラインの位置を示す式として (16) 式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x &= x_p \cdot [0.5\nu(1-Y)^2 \cdot \{C_0 + (2C_0 + C_1G_2)Y\} \cdot \theta' / \sqrt{x_p} + 1]^2 \\ y &= Y \cdot C_1 \cdot x^{1/4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、(16) 式における Y はパラメータである。タイムラインの計算では、(16) 式に Y の数値 (0~1) を与えて、 θ' sec 後の x, y を求めることができる。

(16) 式から求めたタイムラインの計算値とチモールブルー法による実測値との比較を Fig. 11 に示す。この計算では実験中の測温結果から $t_b - t_l = 2^\circ\text{C}$ とし、Fig. 11 の写真の結果から u_1 の概略値を判定して $u_1 = 0.04$ cm/sec を採用した。Fig. 11 より、鑄型内上部におけるタイムラインの実測値と計算値は、液相本体側の流速が零に漸近する部分を除いて、比較的良好に一致することがわかる。

5. 結 言

種々の濃度の KCl 溶液の凝固過程における自然対流の観測実験を行ない、その流速や液相内の温度変化を実測した。その結果、(1) 鑄込み部の上部での最大流速は凝固時間の経過に伴って単調に減少するが、境界層の厚みは増加する。また、鑄込み部の下部での最大流速の位置は上部よりも凝固前面に接近する。さらに、固液共存相内にも自然対流による流れが存在すること、および凝固界面の形状によつて自然対流の速度が影響を受けることなどがわかった。(2) 共晶濃度の場合には鑄込み部の上部の最大流速の平均側は、修正グラスホッフ数 ($G'r$) の 1/2 乗に比例する傾向があることがわかった。

さらに、デンドライト状の凝固界面に沿った自然対流を推算した結果、(3) 凝固前面上の流速は凝固初期ほど大きくなるが、凝固前面上の流速が大きい場合ほど、境界層の厚さは小さくなり、最大流速の位置は凝固前面に近づくことがわかった。(4) 凝固前面上の流速として妥当な数値を採用すれば、境界層近似を適用した自然対流の推算結果は鑄込み部の上部の自然対流の挙動を比較的良好に表現できることがわかった。

最後に、本実験の遂行に協力した当時学生の武田信助君に謝意を表します。

記 号

c : 濃度 (mol/l)
 C_0, C_1, C_2 : (6), (9), (10) 式で定義した係数 ($\text{cm}^{-3/2}$), ($\text{cm}^{3/4}$), ($\text{cm}^{-9/4}$)
 g : 重力加速度 (cm/sec^2)
 G : 凝固前面上での速度勾配 (sec^{-1})
 $G'r$: 修正グラスホッフ数 (cm^{-3}), $G'r = g\beta(t_b - t_l)/\nu^2$
 Pr : プラントル数 (-), $Pr = \nu/\alpha$
 t, t_l, t_b : 温度, 液相線温度, 液相本体の温度 ($^{\circ}\text{C}$)
 t_0, t_w : 注入温度, 冷却槽温度 ($^{\circ}\text{C}$)
 u, u_l : x 方向の流速, 凝固前面上での u (cm/sec)
 u_{\max}, \bar{u}_{\max} : 最大流速, 最大流速の平均値 (cm/sec)
 v : y 方向の流速 (cm/sec)
 x : 湯面からの垂直方向距離 (cm)
 x_p : 湯面からパルス発生位置までの距離 (cm)
 y : 凝固前面からの水平方向距離 (cm)
 y_{\max} : 凝固前面から最大流速の位置までの水平方向距離 (cm)
 α : 熱拡散係数 (cm^2/sec)
 β : 液相の体膨脹係数 ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
 δ : 境界層の厚さ (cm)
 θ, θ' : 凝固時間 (min), タイムライン発生からの経過時間 (sec)
 ν : 動粘性係数 (cm^2/sec)

文 献

- 1) 浅野, 松永: 鉄と鋼, 56 (1970), p. 1916
- 2) 満尾, 堀籠, 斎藤, 野村, 北村, 河野: 鉄と鋼, 57 (1971), p. 915
- 3) 垣生, 江見, 北岡: 鉄と鋼, 60 (1974) 4, S 70
- 4) M. C. FLEMINGS and G. E. NEREO: Trans. Met. Soc. AIME, 239 (1967), p. 1449
- 5) M. C. FLEMINGS, R. MEHRABIAN, and G. E. NEREO: *ibid.*, 242 (1968), p. 41
- 6) R. MEHRABIAN, M. KEANE, and M. C. FLEMINGS: Met. Trans., 1 (1970), p. 1209
- 7) R. H. TIEN: Trans. ASME, Series E., J. Appl. Mech., 39 (1972), p. 65
- 8) R. J. McDONALD and J. D. HUNT: Trans. Met. Soc. AIME, 245 (1969), p. 1993
- 9) R. J. McDONALD and J. D. HUNT: Met. Trans., 1 (1970), p. 1787
- 10) M. J. STEWART and F. WEINBERG: *ibid.*, 3 (1972), p. 333
- 11) G. S. COLE and G. F. BOLLING: Trans. Met. Soc. AIME, 239 (1967), p. 1824
- 12) D. R. VHLMAN, T. P. SEWARD, and B. CHALMERS: *ibid.*, 236 (1966), p. 527
- 13) 高橋, 市川, 工藤, 島原: 鉄と鋼, 61 (1975), p. 2198
- 14) G. S. COLE and W. C. WINEGARD: J. Inst. Metals, 93 (1964-65) 5, p. 153
- 15) G. S. COLE: Trans. Met. Soc. AIME, 239 (1967), p. 1287
- 16) J. SZEKELY and P. S. CHHABRA: Met. Trans., 1 (1970), p. 1195
- 17) 宮沢, 鞭: 鉄と鋼, 62 (1976), p. 210
- 18) D. J. BAKER: J. Fluid Mech., 26 (1966), p. 573
- 19) E. M. SPARROW and R. B. HUSAR: *ibid.*, 37 (1969), p. 251
- 20) J. H. GERRARD: *ibid.*, 46 (1971), p. 43
- 21) G. VERONIS and C. C. YANG: *ibid.*, 51 (1972), p. 513
- 22) P. A. DAVIES: *ibid.*, 54 (1972), p. 691
- 23) E. W. WASHBURN, et al.: International Critical Tables, (1929), [McGraw-Hill]
- 24) 甲藤: 伝熱概論, (1969), p. 86 [養賢堂]
- 25) J. SZEKELY and V. STANEK: Met. Trans., 1 (1970), p. 2243
- 26) C. A. LAPADULA and W. K. MUELLER: Int. J. Heat Mass Transfer, 13 (1970), p. 13