

(45) 脈動流れにおける円柱および球からの物質移動に関する理論解析

大阪大学 工学部

近江 宗一

○ 碓井 建夫

増山 嘉一

1. 緒言 酸化鉄ペレットなどの単一試料の定常および脈動流れにおけるガス境界膜内物質移動係数を評価する目的で、円柱および球からの物質移動を理論的に解析した。上記物体のまわりの定常流れの速度の解は Blasius 級数を拡張した形で導かれており¹⁾、また微小・調和振動する流れの場合については前報²⁾で述べたとおりである。ここでは Jameson³⁾らが用いた解析方法を拡張して、定常、変動および脈動流れにおける円柱と球からの局所ならびに総括物質移動係数を導いた。

2. 微小・調和振動する球からの物質移動

円柱や球などの物体が微小・調和振動する時、そのまわりに定常な二次流れが生じるが、このような流れによる物質移動はシュミット数が $Sc \equiv \nu/D \gg 1$ の場合、近似的に次式に従う。

$$u \partial C / \partial x = D \partial^2 C / \partial y^2 \quad \dots (1)$$

境界条件は $x=0$ または $y=\infty: C=0, y=0: C=C_0 \dots (2)$

式(1)に $x=r_0\theta$ の関係を用い流線にそって物質収支を取ると

$$u (\partial C / \partial \theta)_r = r_0 D (\partial^2 C / \partial y^2)_r \quad \dots (3)$$

濃度境界層が速度境界層よりも速い場合を考えているので、球の場合については(図1参照)

$$u = \beta y, \beta = (\partial u / \partial y)_{y=0} = \{3^2 \omega^{3/2} a^2 / (2^{9/2} \nu^{1/2} r_0)\} \sin 2\theta \quad \dots (4)$$

とおけば、流れ関数はつぎようになる。

$$\psi = \int_0^y u r dy = \frac{1}{2} \beta r_0 y^2 \sin \theta \quad \dots (5)$$

いますべての物質移動の行なわれる仮定の境界層厚さを Δ とすると $\psi_\Delta = \frac{1}{2} \beta r_0 \Delta^2 \sin \theta, \psi = \psi_\Delta Y^2, Y = y/\Delta \dots (6)$

となるので $\psi = \text{const.}$ ならば Y も一定となって式(3)はつぎのように書ける。

$$Y (\partial C / \partial \theta)_r = \{r_0 D / (\beta \Delta^3)\} (\partial^2 C / \partial Y^2)_r \quad \dots (7)$$

ここで $d\phi(\theta)/d\theta = r_0 / [\beta(\theta)\{\Delta(\theta)\}^3] \dots (8)$

とおくと式(7)はつぎのように変形できる。

$$Y (\partial C / \partial \phi)_r = D (\partial^2 C / \partial Y^2)_r \quad \dots (9)$$

さらに変数 $s = Y/\phi^{1/3}$ を導入すると式(9)はつぎの常微分方程式

$$d^2 C / ds^2 + \{s^2 / (3D)\} dC / ds = 0 \quad \dots (10)$$

に、境界条件は $s=0: C=C_0, s=\infty: C=0 \dots (11)$

になって簡単に解が得られる。その結果

$$(\partial C / \partial y)_{y=0} = (\phi^{-1/3} / \Delta) (dC / ds)_{s=0} = -\{3^{1/3} C_0 \phi^{-1/3} / [\Gamma(1/3) D^{1/3} \Delta]\} \quad \dots (12)$$

局所物質移動係数は $k_{f\theta} = - (D/C_0) (\partial C / \partial y)_{y=0} \dots (13)$

したがって局所シャウワッド数はつぎようになる。

$$Sh_\theta = 2r_0 k_{f\theta} / D = \{3G(\theta) / [\sqrt{2} \Gamma(1/3)]\} Sc^{1/3} (r_0 a \omega / \nu)^{1/2} (a/r_0)^{1/6} \dots (14)$$

ここで $G(\theta) = (\sin 2\theta \cdot \sin \theta)^{1/2} \left[\int_0^\theta \sin^2 2\theta \cdot \sin^3 \theta d\theta \right]^{-1/3} \dots (15)$

また総括シャウワッド数はつぎようになる。

$$SA = 2r_0 k_f / D = \{3I / [\sqrt{2} \Gamma(1/3)]\} Sc^{1/3} (r_0 a \omega / \nu)^{1/2} (a/r_0)^{1/6} \dots (16)$$

ここで $I = \int_0^{\pi/2} G(\theta) \sin \theta d\theta \quad \dots (17)$

3. 解析結果のまとめ

同様の解析方法により、円柱と球の定常、変動および脈動流れの場合について整理した結果、つぎのようになった。

3-1 局所物質移動分布

定常、変動および脈動流れの場合の球面上の局所的な物質移動分布の計算例を図2に示す。

3-2 総括物質移動 定常および変動流れの場合の総括シャウワッド数を表わす式はつぎのようになった。

$$\textcircled{C} Sh = \begin{cases} 0.615 Sc^{1/3} Re_p^{1/2} & \text{(円柱)} \dots (18) \\ 2 + 0.654 Sc^{1/3} Re_p^{1/2} & \text{(球)} \dots (19) \end{cases} \quad Re_p = 2r_0 U_\infty / \nu$$

$$\textcircled{D} Sh = \begin{cases} 1.031 Sc^{1/3} (r_0 a \omega / \nu)^{1/2} (a/r_0)^{1/6} & \text{(円柱)} \dots (20) \\ 2 + 0.917 Sc^{1/3} (r_0 a \omega / \nu)^{1/2} (a/r_0)^{1/6} & \text{(球)} \dots (21) \end{cases}$$

なお脈動流れの場合、シャウワッド数は $z = (a\omega/U_\infty)^2 \sqrt{U_\infty/(r_0\omega)}$ の関数で、図に基づいて求めた近似式はつぎのようになった。

$$\textcircled{E} Sh = \begin{cases} \{[(0.615)^2 + (0.729z^{1/3})^2]^{1/2} Sc^{1/3} Re_p^{1/2}\} & \text{(円柱)} \dots (22) \\ \{2 + [(0.654)^2 + (0.648z^{1/3})^2]^{1/2} Sc^{1/3} Re_p^{1/2}\} & \text{(球)} \dots (23) \end{cases}$$

文献

- 1) H. Schlichting: *Boundary-Layer Theory*, (1968), p.158; p.226 [McGraw-Hill]
- 2) 近江, 碓井: 鉄と鋼, 62(1976)4, S
- 3) G. J. Jameson: *Chem. Eng. Sci.*, 19(1964), p.793

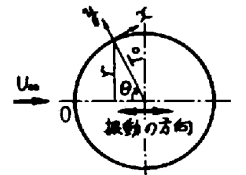


図1 座標系(球)

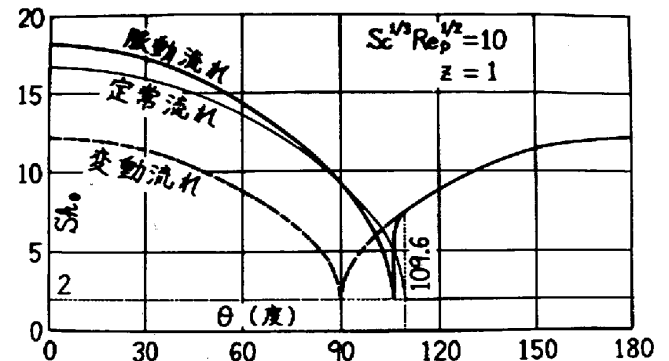


図2 球面上の局所物質移動分布