

## 不均一充填構造粒子充填層の流速および圧力分布\*

荒 木 和 男\*\*

## Gas Flow Patterns and Pressure Profiles in Non-Uniform Packed Beds

Kazuo ARAKI

## Synopsis:

In order to explain the gas flow patterns in nonuniformly packed beds, a theoretical model considering the cross flow effects was developed and exact solutions on gas velocities and pressures were derived.

The model was found to satisfactorily represent the experimental results of the pressure profiles in the bed, verifying the validity of this model. Further, it was confirmed that the considerable cross flow was caused in such beds by the axial nonuniform flow resistance.

Even though observed gas flow patterns neighboring the end of the beds would be similar to those calculated from parallel model, the inner gas flow patterns should be appreciably different from predictions by any noncross flow model as the parallel one. So consequently, special attention should be paid to the fact in experimental investigations of gas flow in nonuniform packed beds.

## 1. 緒 言

高炉，シャフトキルンなど工業プロセスで数多くみられる充填構造が不均一な粒子充填層のガス流速分布，圧力分布および全圧損失を見積ることは，操作解析，装置設計，動特性解析および制御の観点から，きわめて重要である。

森山ら<sup>1)</sup> および筆者ら<sup>2)</sup> は，先に2種粒径粒子並列充填層において，分散部流通抵抗の影響で層内の半径方向に圧力差を生じ，いわゆるクロス流が存在することを理論および実験の両面から明らかにした。一般に不均一充填層のガス流れと圧損失に関する研究は，いまだ，数少ないのが現状であるが，この問題について下村ら<sup>3)</sup> の最近の研究が知られている。彼らは高炉内装入物を用いた2種粒径粒子並列充填層内のクロス流の有無について，(i) 軸方向の4レベルでの層内圧力分布測定，(ii) 炉頂部でのガス流速分布測定，(iii) ヘリウムガスを用いたトレーサー実験により検討し，実炉条件のRe数範囲(遷移流域)ではクロス流はほとんどないとし，Re数が小さい範囲(層流領域)では，Re数が小さくなる程クロス流の割合が増大すると結論づけている。彼らの研究は実炉条件における知見を得るという積極的意義を

もつものではあるが，問題を基礎的な2種粒径粒子並列充填層内のクロス流に限定する限り，(i) 分散部の役割を果たすと思われる整流層の状況，(ii) 層底部近傍における層内圧力あるいは流速分布の測定，(iii) トレーサーガスの導入位置などに実験上若干の問題点を包含するように思われ，クロス流の存否に関する明確な結論を導けるかどうか疑問の余地がある。前報<sup>2)</sup> で明らかにしたように，2種粒径粒子並列充填層のガス流れ挙動は，分散部と並列充填部流通抵抗の相対的大小関係に大きく左右されるうえに，クロス流がある場合でも，それは一般に分散部直上近傍に限られ，下流側ではクロス流の存在しない並列モデルのガス流れ挙動に接近する。

一方，V. STANEKら<sup>4)</sup> は，緩和法に基づく数値解析によりこの種の問題を取り扱っているが，ガス流入部で半径方向圧力分布を仮定したため，単純な並列充填層においてもクロス流が存在するという事実と反する結果を示唆している。総じて，この分野の研究はきわめて不十分で，全く基礎的な段階に問題が残されているのが実状である。

本報では，前報<sup>2)</sup> のクロス流モデルをさらに発展させて，2次元のおよび軸対称な不均一充填構造粒子充填層の層流域におけるガス流れに関する分布定数系モデルの

\* 昭和51年4月本会講演大会にて発表 昭和51年1月19日受付 (Received Jan. 19, 1976)

\*\* 名古屋工業大学材料開発研究施設 工博 (Material Research Laboratory, Nagoya Institute of Technology Gokisho-machi Shōwa-ku Nagoya 466)

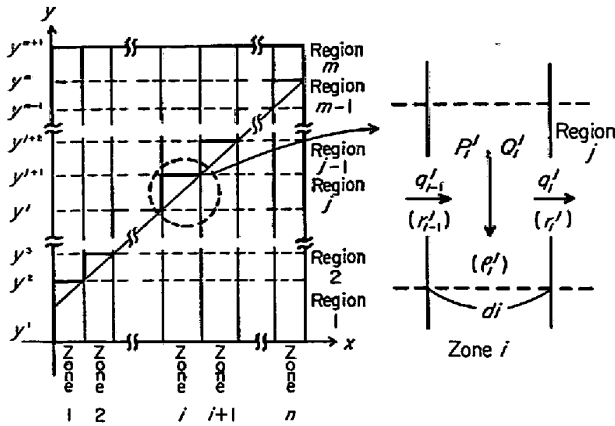


Fig. 1. Schematic model of gas flow in non-uniform packed beds.

厳密解を導いた。ついで、この一般的な手法に基づく解析結果を実験結果と比較検討することによって理論の妥当性を示すとともに、ガス流れについて詳細な層内分布状況を明らかにし、この種の問題を解明するための基礎的知見を与えた。

### 2. 理論的解析方法

#### 2.1 n分割クロス流モデル

いま、不均一充填構造粒子充填層の半径方向(*x*方向)を *n*分割し、層 1, 2, …, *n* と名づけ、層 *i* の幅を *d<sub>i</sub>* とする。これに対応して不均一充填部境界を階段状に近似し、この結果、軸方向 (*y* 方向) が  $y = y^j$  (*j* = 1, 2, …, *m* + 1。ただし、 $y^1 = 0, y^{m+1} = l$ ) で *m* 個の区間に区切られるものとする。この場合、各層の軸方向ガス流れに対する流通抵抗が不均一となるため、層の半径方向にガス流の圧力差を生じ、このため隣接層間にクロス流が生ずると考えられる。したがって、不均一充填構造粒子充填層を Fig. 1 のようにモデル化できる。これを *n* 分割クロス流モデルと名付ける。以下では、変数およびパラメーターの下付き添字は層を、上付き添字は区間を表わすものとする。また、後に行なう実験との対応を考えて、ガスが充填層上部から下部へ向つて流下する場合を解析する。ガスが逆向きに流れる場合は、以下の解析で  $Q \rightarrow -Q, Q_i^j \rightarrow -Q_i^j (v_i^j \rightarrow -v_i^j)$  とおけばよい。

#### 2.2 基礎式とその厳密解

Fig. 1 の *n* 分割クロス流モデルに基づく層内ガス流れに関する物質収支および D'ARCY の法則<sup>5)</sup> および KOZENY-CARMAN 式<sup>6)</sup> の微分形に基づく圧力分布に関する基礎式は無次元形で (1) および (2) 式で与えられる。

$$-dv_i^j/d\eta = \zeta_i^j - \zeta_i^{j-1} \quad (1)$$

$$d\pi_i^j/d\eta = (k_i^j/\delta_i) v_i^j \quad (2)$$

また、充填層半径方向の圧力差に基づくクロス流についても D'ARCY の法則<sup>5)</sup> があてはまると考えて、(3) 式が導かれる。

$$\pi_i^j - \pi_{i+1}^j = h_i^j (\delta_i + \delta_{i+1}) \zeta_i^j / 2c^2 \quad (3)$$

境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} &\eta = \eta^j (=0) \text{ および } \eta = \eta^{m+1} (=1) \text{ で、} \\ &\pi_i^j = \pi_i^j = \dots = \pi_i^j (j=1, m) \\ &\eta = \eta^j \text{ で、 } \pi_i^{j-1} = \pi_i^j \text{ および } v_i^{j-1} = v_i^j \\ &(i=1, 2, \dots, n. j=2, 3, 4, \dots, m) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、無次元変数およびパラメーターは次のとおりである。

$$\begin{aligned} \pi_i^j &= P_i^j / (\rho_i^j l Q / LW), \quad \xi = x/L, \quad c = l/L, \quad \eta = y/l, \\ \eta^j &= y^j/l, \quad k_i^j = \rho_i^j / \rho_i^j, \quad v_i^j = Q_i^j / Q, \quad \zeta_i^j = q_i^j l / Q, \\ \delta_i &= d_i/L, \quad h_i^j = (\rho_i^j d_i + \rho_{i+1}^j d_{i+1}) / (d_i + d_{i+1}) \rho_i^j \end{aligned}$$

(1)~(4) 式を解いて、無次元領域における理論解 (5)~(10) 式を得る (付録参照)。

$$V^j = [T^j] f(\eta)^j \quad (5)$$

$$v_i^j = [B^j]^{-1} [C_i^j + [T^j] g(\eta)^j] \quad (6)$$

$$v_n^j = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} v_i^j \quad (7)$$

$$\zeta_i^j = [2c^2/h_i^j (\delta_i + \delta_{i+1})]_D [T^j] f(\eta)^j \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \pi_i^j &= \sum_{r=1}^{j-1} [k_i^j/\delta_i]_D [B^r]^{-1} [C_i^r \cdot (\eta^{r+1} - \eta^r) + [T^r] \\ & \quad [f(\eta^{r+1})^r - f(\eta^r)^r] + [k_i^j/\delta_i]_D [B^j]^{-1} [C_i^j \cdot \\ & \quad (\eta - \eta^j) + [T^j] [f(\eta)^j - f(\eta^j)^j]] \quad (9) \end{aligned}$$

$$\pi_n^j = -(\pi_{n-1}^j - \pi_n^j) + \pi_{n-1}^j, ((5), (9) \text{式参照}) \quad (10)$$

(5)~(10) 式は、 $f(\eta)^j$  および  $g(\eta)^j$  を通じて積分定数  $A_i^j$  および  $B_i^j$  を含んでいるが、これは境界条件 (4) より、(11) 式と、(12) 式の連立 1 次方程式の根として求まる。

$$A_1^j = A_2^j = A_3^j = \dots = A_{n-1}^j = 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} D_1^j & D_1^j D_2^j & D_1^j D_2^j D_3^j & & & \\ D_2^j & D_2^j D_3^j & D_2^j D_3^j D_4^j & & & \\ & D_3^j & D_3^j D_4^j & & & \\ & & D_4^j & & & \\ & & & D_5^j & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & D_{n-1}^j \\ 0 & & & & & & 0 \\ E_1^j & E_1^j E_2^j & E_1^j E_2^j E_3^j & & & \\ E_2^j & E_2^j E_3^j & E_2^j E_3^j E_4^j & & & \\ & E_3^j & E_3^j E_4^j & & & \\ & & E_4^j & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & E_{n-1}^j & \\ & & & & & E_{n-1}^j E_n^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^j \\ B_2^j \\ \vdots \\ B_{n-1}^j \\ A_1^j \\ \vdots \\ A_{n-1}^j \\ B_n^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ F^1 \\ F^2 \\ \vdots \\ F^{m-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで、 $V^j, v_i^j, \zeta_i^j, \pi_i^j, C_i^j, f(\eta)^j, g(\eta)^j$  は、各々、 $(\pi_i^j - \pi_{i+1}^j), v_i^j, \zeta_i^j, \pi_i^j, (k_i^j/\delta_i) \cdot \delta_{i,n-1} (A_i^j \cosh \alpha^j \eta + B_i^j \sinh \alpha^j \eta)$  および  $(A_i^j \alpha^j \sinh \alpha^j \eta + B_i^j \alpha^j \cosh \alpha^j \eta)$  を第 *i* 成分とする列行列、 $[D]$  は  $[ ]$  でくくつた量を  $(i, i)$  成分とする対角行列、 $[T^j]$  は (13)

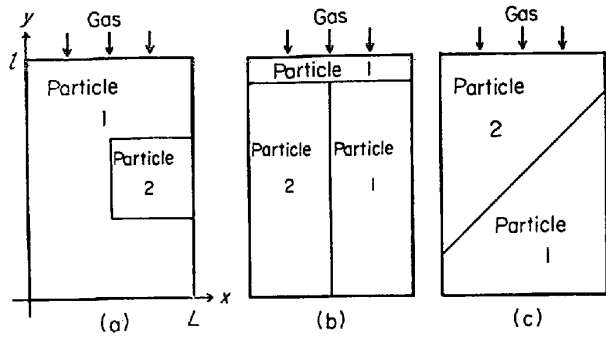


Fig. 2. Sketches of non-uniform packed beds examined in this paper.

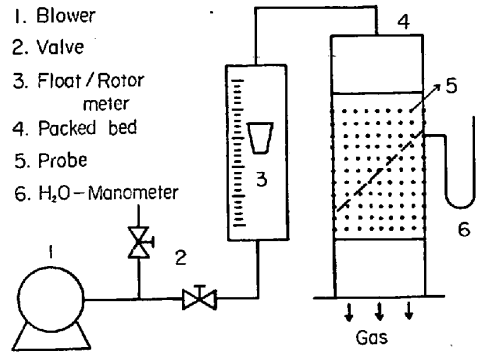


Fig. 3. Schematic diagram of experimental apparatus.

式に示す行列  $[A^j]$  の固有値  $\lambda_i^j$  の固有ベクトルを列ベクトルにもつ  $(n-1)$  次の正方行列.

$$[A^j] = \begin{pmatrix} -Y_1^j, Z_1^j & & & 0 \\ X_2^j, -Y_2^j, Z_2^j & & & \\ & X_3^j, -Y_3^j, Z_3^j & & \\ 0 & & X_{n-2}^j, -Y_{n-2}^j, Z_{n-2}^j & \\ & & & X_{n-1}^j, -Y_{n-1}^j, Z_{n-1}^j \end{pmatrix} \dots (13)$$

$$\left. \begin{aligned} X_i^j &= 2c^2 k_i^j / \{h_{i-1}^j \delta_i (\delta_i + \delta_{i-1})\} \\ &\quad (i=2, \dots, n-1) \\ Y_i^j &= 2c^2 (k_i^j + k_{i+1}^j) / \{h_i^j \delta_i (\delta_i + \delta_{i+1})\} \\ &\quad (i=1, 2, \dots, n-1) \\ Z_i^j &= 2c^2 k_{i+1}^j / \{h_{i+1}^j \delta_{i+1} (\delta_{i+1} + \delta_{i+2})\} \\ &\quad (i=1, 2, \dots, n-2) \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

また

$$[B^j] = \begin{pmatrix} k_1^j/\delta_1, -k_2^j/\delta_2, & & & 0 \\ & k_2^j/\delta_2, -k_3^j/\delta_3, & & \\ & & k_{n-2}^j/\delta_{n-2}, & -k_{n-1}^j/\delta_{n-1} \\ 0 & & & \\ k_n^j/\delta_n, k_n^j/\delta_n, \dots, & k_n^j/\delta_n, & (k_{n-1}^j/\delta_{n-1} + k_n^j/\delta_n) \end{pmatrix} \dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1^j &= -[T^j] [\cos h \alpha^j \eta^j]_D \\ D_2^j &= -[T^j] [\sin h \alpha^j \eta^j]_D \\ D_3^j &= [T^j] [\cos h \alpha^j \eta^{j+1}]_D \\ D_4^j &= [T^j] [\sin h \alpha^j \eta^{j+1}]_D \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} E_1^j &= -[B^j]^{-1} [T^j] [\alpha^j \sin h \alpha^j \eta^j]_D \\ E_2^j &= -[B^j]^{-1} [T^j] [\alpha^j \cos h \alpha^j \eta^j]_D \\ E_3^j &= [B^j]^{-1} [T^j] [\alpha^j \sin h \alpha^j \eta^{j+1}]_D \\ E_4^j &= [B^j]^{-1} [T^j] [\alpha^j \cos h \alpha^j \eta^{j+1}]_D \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

$$F^j = [B^{j+1}] C_{i+1}^j - [B^j] C_i^j \dots (18)$$

2.3 比較的簡単な系への適用

以上の解析方法を Fig. 2 に示す比較的簡単な不均一充填構造粒子充填層へ適用した. Fig. 2 (a) の場合は  $m=3$ , Fig. 2 (b) の場合は  $m=2$ , Fig. 2 (c) の場合は  $m=n+1$  である. また, Fig. 2 (b) は前報<sup>2)</sup> で解析した 2 種粒径粒子並列充填層に相当し, 粒子 1 と 2 の並列充填層上部の粒子 1 の層が前報での分散部に対応している. 分散部を粒子 1 で構成したのは全く便宜上のものである. なお, 前報<sup>2)</sup> の解析は本報の  $n=2$  の場合に相当す

る.

参考のため, 以下に計算手順を示す.

(1) データより行列  $[A^j]$ ,  $[B^j]$ ,  $C_i^j$  の各成分を計算する.

(2) 行列  $[A^j]$  の固有値  $\lambda_i^j$  と,  $\lambda_i^j$  の固有ベクトル  $v_i^j$  を求め, 変換行列  $[T^j] = [v_1^j, v_2^j, \dots, v_{n-1}^j]$  を求める.

(3)  $[B^j]$  の逆行列  $[B^j]^{-1}$  を求める.

(4)  $D_i^j, E_i^j, F^j$  を求め, (12) 式に代入して連立 1 次方程式を解き, 積分定数  $A_i^j, B_i^j$  を求める.

(5) 以上で求めた結果を (5)~(10) 式に代入し, 変数  $\eta$  の値を指定すると, 各点のガス圧力, ガス流速, クロス流速などが求まる.

計算にあたっては, 層内各点のガス圧力, ガス流速およびクロス流速の計算値の有効数字 3 桁が変動しなくなるまで, すなわち, 有効数字 3 桁の範囲で収束するまで,  $x$  方向分割数  $n$  を順次大きくしていった. その結果, 収束性が最も悪い Fig. 2 (c) の場合でも, 10 分割クロス流モデルで有効数字 3 桁の範囲で収束したので, 以下の計算例では, すべて 10 分割クロス流モデルの場合を示した.

3. 実験装置および方法

Fig. 3 に実験装置の概要を示す. ガス流量の測定にはフロートメーターおよびローターメーターを使用し, ガスは充填層上部から下方へ流下させた. 充填層本体はアクリル樹脂製で, 幅 12 cm, 高さ 30 cm, 厚み 4 cm の 2 次元的充填層とした. 充填層本体には, 層内ガス圧力測定端として外径 0.6 mm の注射針を,  $x$  方向に 1.5 cm,  $y$  方向にほぼ 2 cm 間隔で取りつけ, これを傾斜型水柱マンオメーターに接続してガス圧力を測定した. 注射針先端は, アクリル板の内表面上にあり, かつ, 内表面に垂直に装入した. この場合, 圧力測定におよぼす壁効果が

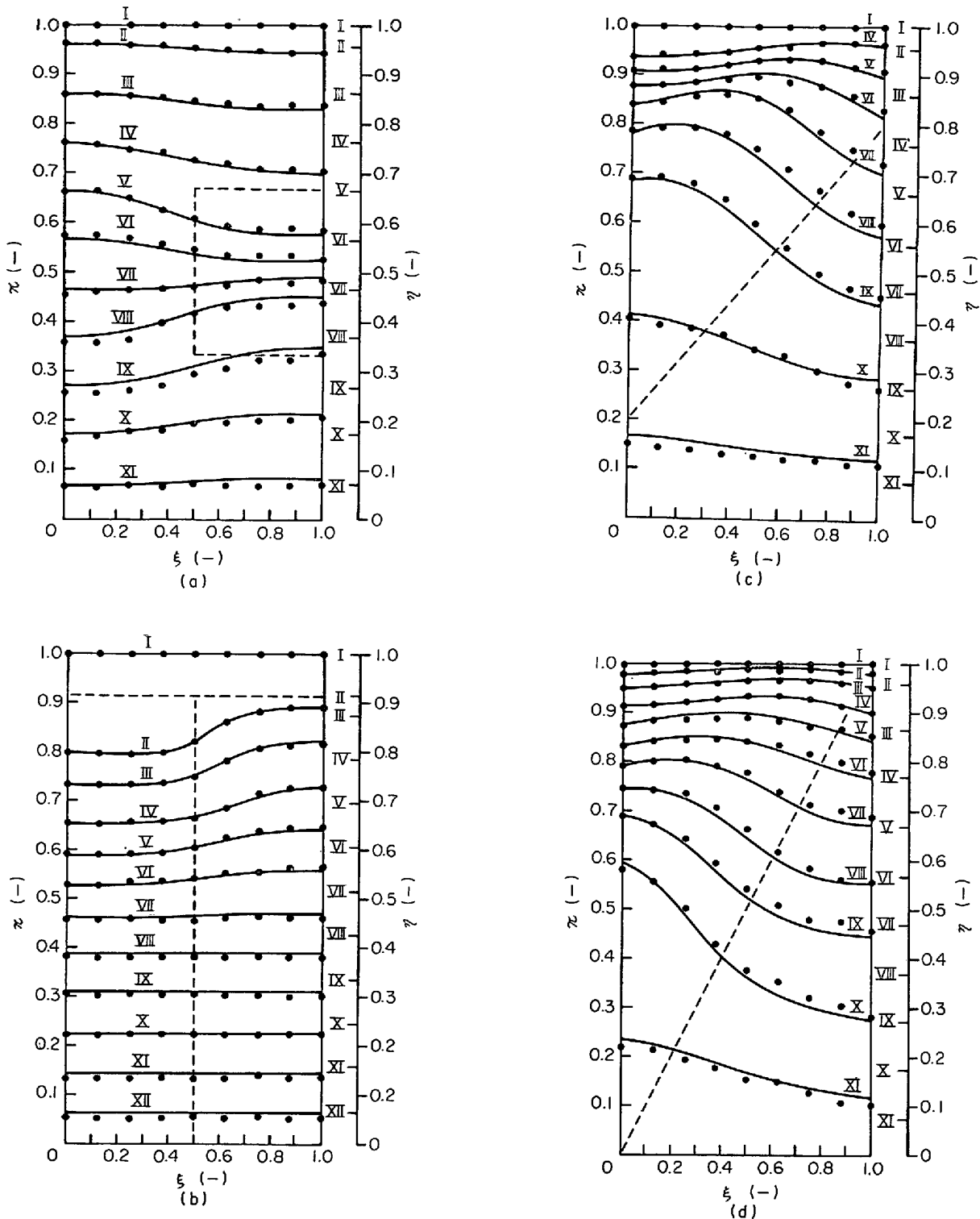


Fig. 4. Comparisons of observed pressure profiles in the bed (● marks) with those calculated from Eqs. (9) and (10) (solid lines), dotted lines showing the boundaries between the beds of particle 1 and particle 2. Roman figure on each curve indicates the axial position of measuring point.  $Re \approx 1$ ,  $c = 1.67$  and  $n = 10$  in all cases and (a) :  $\beta = 9.8$ ,  $d_{P1} = 0.5 \text{ mm}\phi$ ,  $d_{P2} = 1.51 \text{ mm}\phi$ , (b) :  $\beta = 2.8$ ,  $d_{P1} = 0.5 \text{ mm}\phi$ ,  $d_{P2} = 0.86 \text{ mm}\phi$ ,  $R_D/R_B = 0.05$ , (c) :  $\beta = 9.8$ ,  $d_{P1} = 0.5 \text{ mm}\phi$ ,  $d_{P2} = 1.51 \text{ mm}\phi$ .

問題になるが、各充填粒子の固有流通抵抗を単味で測定した際に、軸方向位置を同じくする各測定点の測定圧力

値が同一で、かつ、その測定値と全圧損失の比が、測定点の軸方向距離と全層高の比に一致したことから、本実

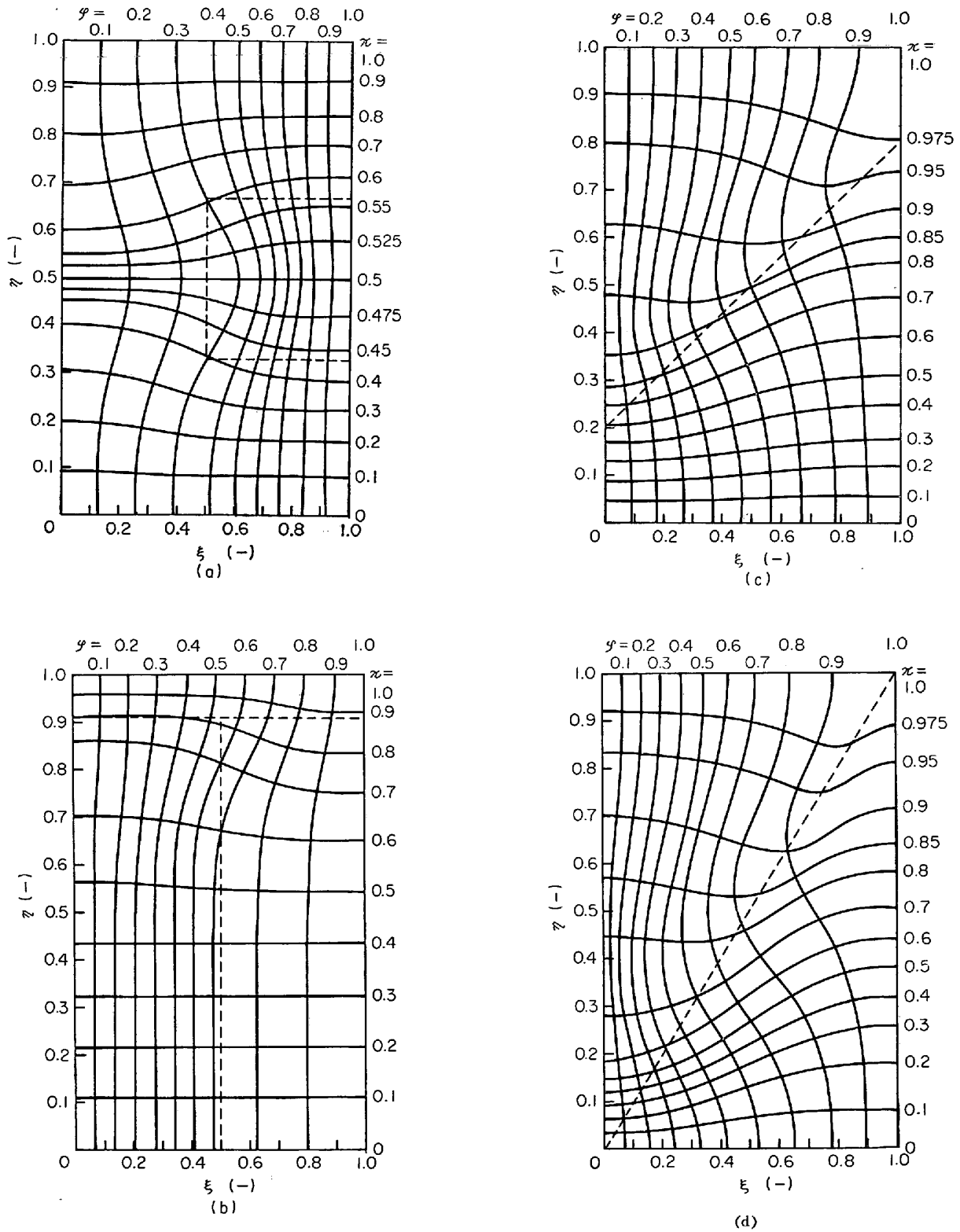


Fig. 5. Typical examples of isobars and streamlines in the bed, (a), (b), (c) and (d) corresponding to (a), (b), (c) and (d) of Fig. 4, respectively.

験で使用した充填粒子に関しては、壁効果が無視できると考えられる。充填粒子は、平均径が  $0.5\text{ mm}\phi$ ,  $0.7\text{ mm}\phi$ ,  $0.86\text{ mm}\phi$ ,  $1.51\text{ mm}\phi$ ,  $1.79\text{ mm}\phi$  のガラス球で、あらかじめ単味で各ガス流速における固有流通抵抗

を測定して使用した。粒子充填層は層下部に固定した 32 メッシュのステンレス製金網で支持する。充填構造は Fig. 2 に示した 3 種としたが、Fig. 2 (c) の構造のものについては、粒子 1 と 2 の層境界の傾斜角度を種々変化

させた。なお、この不均一充填部境界が傾斜している充填層を構成するには、まず不均一充填部境界が水平になるように充填層本体を傾斜させておき、粒子 1 を充填してその上面を不均一充填部境界に一致させた後、注意深く粒子 2 をその上に充填して、粒子 2 の層高が適当な大きさになった時点で充填層本体を垂直に立てれば、境界部の直線性を乱すことなく、Fig. 2 (c) のような充填層が容易に得られる。

#### 4. 理論と実験結果の比較検討

##### 4.1 ガス流入部の圧力分布

1 章で述べたように、V. STANEK ら<sup>(4)</sup>は、彼らの数値解析において、ガス流入部の境界条件として半径方向にガス流速が均一でガス圧力は不均一であると仮定している。しかしながら、Fig. 2 の各不均一充填構造粒子充填層についてガス流入部の圧力分布を測定したところ、いずれの場合も半径方向に圧力分布がないことが判明した。この状況は、Fig. 4 の測定レベル I の測定値によって良く示されている。ちなみに、Fig. 4 は軸方向位置 ( $y$  あるいは  $\eta$  座標) を同じくする測定点における層内ガス圧力の測定値と計算値を図示したもので、図中のローマ数字が図の右側縦軸上に示した測定点の軸方向位置を表わしている。

つぎに、Fig. 2 (b) で最上部の粒子 1 の層がない、すなわち分散部のない単純な 2 種粒径粒子並列充填層の層内ガス圧力を測定したところ、それらは半径方向に均一となりクロス流は存在せず流線は直線的であった。このように、V. STANEK らの境界条件およびそれを使って示唆された結果は事実と合致しない。また、ガス流入部で半径方向に圧力分布を仮定することは、あらかじめ層内にながしかの半径方向圧力分布、したがってクロス流の存在を前提にしているのであつて、このような前提から出発してクロス流の存在を主張しても、理論的にクロス流の存在を証明したことになつておらず、論理的にも全く無意味であろう。いずれにしても、ガス流入部では本報で採用したように、半径方向に圧力が均一であるという境界条件を採用すべきことが実験的に確かめられた。なお、この場合、ガス流入部のガス流速分布は、(6) 式で  $\eta = 1$  とおいた (19) 式と (7) 式によつて与えられる。

$$v_i^* = [B^m]^{-1} \{ C_i^* + [T^m] g(1)^m \} \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

..... (19)

##### 4.2 層内ガス圧力分布

Fig. 4 は層内ガス圧力分布の実測値と理論値の代表例であるが、いずれの場合も両者はきわめてよく一致している。このことは、本報の理論的解析方法の妥当性を立

証するものである。また、Fig. 4 に示した結果は、軸方向のガス流れに対する流通抵抗が不均一な充填層では、一般に半径方向に圧力差ができ、このためいわゆるクロス流を生ずることを理論的および実験的に明らかにするものである。

なお、Fig. 2 (b) の 2 種粒径粒子並列充填層で分散部流通抵抗が非常に小さい場合は層内ガス圧力分布は均一でクロス流が存在しないが、分散部流通抵抗が、例えば、並列充填部流通抵抗の 1% 程度以上になると、層内ガス圧力分布は不均一になりクロス流が無視できなくなることは、前報<sup>2)</sup> で理論的に指摘したところであるが、このことは、本研究において理論的に再度確かめられただけでなく、実験的にも確認された。したがって、2 種粒径粒子並列充填層のガス流れを論ずる場合には、少なくとも分散部の状況、とくに、問題にしているガス流速における並列充填部流通抵抗に対する分散部流通抵抗の比を明示して論ずべきである。

##### 4.3 等圧線および流線

前節で、本報の理論的解析方法の妥当性を実験的に立証できたが、つぎに Fig. 2 の各場合について理論的に求めた等圧線および流線を Fig. 5 に示す。図中、 $\pi$  は全圧損失基準のガス圧力、 $\phi$  は全流量基準の無次元流れ関数である。

図より、各不均一充填構造粒子充填層において流線は直線的ではなく、あきらかにクロス流を生じていることが理解できるが、そのクロス流は、必ずしも、流通抵抗が大きい層から小さい層へ向つてのみ流れるとはかぎらず、Fig. 5 (a), (c), (d) のように充填構造によつては、その逆向きに流れる場合もある。

また、充填層内部でのガス流れ挙動は、一般に並列モデルのそれと大きく異なるが、ガス流出部付近では並列モデルのそれに接近することがわかる。とくに、2 種粒径粒子並列充填層では、並列モデルからのずれが顕著であるのは分散部と並列充填部境界近傍にかぎられており、それよりも下流側では、ほとんど並列モデルのガス流れ挙動に一致する。この傾向は前報<sup>2)</sup> で指摘したように形状係数  $c$  が大きくなる程強まる。したがって、不均一充填構造粒子充填層のガス流れ挙動を実験的に検討する場合に、ガス流出部近傍あるいは層内のたかだか数カ所のガス流れに関する実測値だけに基つて論ずることはきわめて危険であり、層全体にわたつての詳細な実験的情報をもとに検討すべきである。

なお、Fig. 5 (a) の場合についての V. STANEK ら<sup>2)</sup> の数値解析結果によると、粒子 1 と粒子 2 の層境界付近で等圧線が振動的に変化している。これは本研究の実験お

よび理論的解析結果と一致しないばかりでなく、等圧線と流線が直交性を満たさないという重大な欠陥をもっている。

5. 結 言

本報では、2次元のおよび軸対称な不均一充填構造粒子充填層の層流域におけるガス流れに関する分布定数系モデル——*n*分割クロス流モデル——を設定し、その厳密解を与えた。この理論的解析方法を比較的簡単な系に適用した結果と実験結果とはきわめてよく一致し、*n*分割クロス流モデルの有効性を立証した。

また、軸方向のガス流れに対する流通抵抗が不均一な充填層では、一般に、その流通抵抗の不均一性に起因して半径方向に圧力差ができ、このため、いわゆるクロス流を生ずることが理論および実験の両面から再度明らかになった。

理論的に求めた不均一充填構造粒子充填層の等圧線と流線とから、層内部でのガス流れ挙動が並列モデルのそれから大きくずれる場合でも、ガス流出部近傍では、一般に並列モデルのガス流れ挙動に接近することが判明した。したがって、この種の充填層のガス流れ問題を実験的に論ずるには、ガス流出部近傍あるいは層内の数カ所の実験的情報だけではきわめて不十分で、層全体にわたつての詳細な実験的情報が必要である。また、クロス流は、流通抵抗が大きい層から小さい層へ向つてのみ流れるとはかぎらず、充填構造によつては、その逆向きに流れる場合もあることがわかつた。

さらに、ガス流入部では半径方向に圧力分布がないことが実験的にあきらかになった。したがって、理論解析にあつては、ガス流入部の境界条件として、半径方向に圧力が均一であるという条件を採用すべきである。

最後に、本研究遂行にあつて、適切な助言と激励を受けた名古屋工業大学森山昭教授および森滋勝助教授に感謝する。なお、本研究は50年度科学研究費補助のもとに行なわれたものである。

付 録

(2)式で  $i=i, i=i+1$  の場合を辺々引いて、

$$d(\pi_i^j - \pi_{i+1}^j)/d\eta = k_i^j \nu_i^j / \delta_i - k_{i+1}^j \nu_{i+1}^j / \delta_{i+1} \dots \dots \dots (A-1)$$

(A-1)式を  $\eta$  で微分して(1)式を代入すると、

$$\frac{d^2(\pi_i^j - \pi_{i+1}^j)}{d\eta^2} = -\frac{k_i^j \zeta_{i-1}^j}{\delta_i} + \left( \frac{k_i^j}{\delta_i} + \frac{k_{i+1}^j}{\delta_{i+1}} \right) \zeta_i^j - \frac{k_{i+1}^j \zeta_{i+1}^j}{\delta_{i+1}} \dots \dots \dots (A-2)$$

(A-2)式に(3)式を代入して、

$$-d^2(\pi_i^j - \pi_{i+1}^j)/d\eta^2 = X_i^j (\pi_{i-1}^j - \pi_i^j) - Y_i^j (\pi_i^j - \pi_{i+1}^j) + Z_i^j (\pi_{i+1}^j - \pi_{i+2}^j) \dots (A-3)$$

ただし、 $X_i^j=0, Z_i^j=0$ 。

(A-3)式を行列形式で書くと、

$$-d^2 \mathbf{V}^j / d\eta^2 = [\mathbf{A}^j] \mathbf{V}^j \dots \dots \dots (A-4)$$

(A-4)式に(A-5)式の変換を施すと(A-6)式になる。

$$\mathbf{V}^j = [\mathbf{T}^j] \mathbf{V}^{j*} \dots \dots \dots (A-5)$$

$$-d^2 \mathbf{V}^{j*} / d\eta^2 = [\lambda_i^j]_D \mathbf{V}^{j*} \dots \dots \dots (A-6)$$

ゆえに

$$\mathbf{V}^{j*} = \mathbf{f}(\eta)^j \dots \dots \dots (A-7)$$

(A-7)式を(A-5)式に代入すると(5)式が得られる。

一方、(A-1)式および  $\sum_{i=1}^n \nu_i^j = 1$  より、

$$d\mathbf{V}^j / d\eta = [\mathbf{B}^j] \nu_i^j - \mathbf{C}_i^j \dots \dots \dots (A-8)$$

これに(5)式を代入して微分を実行すると、

$$[\mathbf{T}^j] \mathbf{g}(\eta)^j = [\mathbf{B}^j] \nu_i^j - \mathbf{C}_i^j \dots \dots \dots (A-9)$$

(A-9)式を  $\nu_i^j$  について解くと(6)式となる。また、 $\sum_{i=1}^n \nu_i^j = 1$  より(7)式を得る。

つぎに、(3)式の行列表示(A-10)式に(5)式を代入して、 $\zeta_i^j$  について解くと(8)式となる。

$$\mathbf{V}^j = [h_i^j (\delta_i + \delta_{i+1}) / 2c^2]_D \zeta_i^j \dots \dots \dots (A-10)$$

さて、(A-1)式を行列表示すると、

$$d\pi_i^j / d\eta = [k_i^j / \delta_i]_D \nu_i^j \dots \dots \dots (A-11)$$

(A-11)式を積分して、ガス流出部基準の圧力を求めると、

$$\pi_i^j = \sum_{r=1}^{i-1} \left\{ \int_{\eta^r}^{\eta^{r+1}} [k_r^j / \delta_r]_D \nu_r^j d\eta \right\} + \int_{\eta^j}^{\eta} [k_i^j / \delta_i]_D \nu_i^j d\eta \dots \dots \dots (A-12)$$

(A-12)式に(6)式を代入して右辺の積分を実行すると(9)式が得られる。なお、 $\pi_n^j$  は、(5)式より  $(\pi_{n-1}^j - \pi_n^j)$  が、(9)式より  $\pi_{n-1}^j$  が求まるから、(10)式で求められる。

最後に、(5)~(9)式に境界条件を適用して、積分定数  $A_i^j, B_i^j$  についての連立方程式とみなすと、(11)および(12)式となる。

記 号

- $A_i^j$ : 積分定数
- $[\mathbf{A}^j]$ : (13)式で与えられる  $(n-1)$  次の正方行列
- $B_i^j$ : 積分定数
- $[\mathbf{B}^j]$ : (15)式で与えられる  $(n-1)$  次の正方行列
- $c$ : 充填層の幾何学的形状因子  $l/L$ , (-)
- $C_i^j$ : 無次元量  $(k_i^j / \delta_i) \delta_{i,n-1}$ , (-)
- $\mathbf{C}_i^j$ :  $C_i^j$  を第  $i$  成分とする列行列
- $d_i$ : 分割層  $i$  の幅, (cm)
- $d_{P1}, d_{P2}$ : 粒子1および粒子2の平均粒径, (mm)
- $\mathbf{D}_i^j$ : (16)式で与えられる  $(n-1)$  次の正方行列

$E_i^j$ : (17)式で与えられる $(n-1)$ 次の正方行列

$F^j$ : (18)式で与えられる列行列

$f(\eta)^j$ :  $(A_i^j \cos h \alpha_i^j \eta + B_i^j \sin h \alpha_i^j \eta)$  を第  $i$  成分とする列行列

$g(\eta)^j$ :  $(A_i^j \alpha_i^j \sin h \alpha_i^j \eta + B_i^j \alpha_i^j \cos h \alpha_i^j \eta)$  を第  $i$  成分とする列行列

$h_i^j$ : 層  $i$  と層  $(i+1)$  間のクロス流に対する単位層高あたり無次元流通抵抗, (-)

$k_i^j$ : 軸方向無次元固有流通抵抗, (-)

$L$ : 充填層幅, (cm)

$l$ : 充填層高, (cm)

$m$ : 軸方向分割数, (区間数)

$n$ : 半径方向分割数

$P_i^j$ : 層  $i$ , 区間  $j$  を流れるガスの圧力, (cm-(H<sub>2</sub>O))

$P_0$ : 全圧損失, (cm-(H<sub>2</sub>O))

$Q$ : 全ガス流量, (cm<sup>3</sup>/sec)

$Q_i^j$ : 層  $i$ , 区間  $j$  を流れるガス流量, (cm<sup>3</sup>/sec)

$q_i^j$ : 層  $i$  から層  $(i+1)$  への単位層高あたりクロス流量, (cm<sup>3</sup>/sec·cm)

$R_P$ : 粒子充填層の軸方向全流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec))

$R_D$ : 分散部の軸方向流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec))

$R_e$ : レイノルズ数, (-)

$r_i^j$ : 層  $i$  と層  $(i+1)$  間のクロス流に対する単位層高あたり流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec·cm))

$[T^j]$ : 行列  $[A^j]$  の固有値  $\lambda_i^j$  の固有ベクトル  $v_i^j$  を列ベクトルにもつ $(n-1)$ 次の正方行列

$V^j$ :  $(\pi_i^j - \pi_{i+1}^j)$  を第  $i$  成分とする列行列

$v_i^j$ : 行列  $[A^j]$  の固有値  $\lambda_i^j$  の固有ベクトル

$W$ : 充填層厚さ, (cm)

$x$ : 層内半径方向距離, (cm)

$y$ : 層内高さ, (cm)

$y^j$ : 区間  $j$  の始点の  $y$  座標

$\alpha_i^j$ :  $\alpha_i^j = \sqrt{-\lambda_i^j}$ , (-)

$\beta$ : 粒子 2 の固有流通抵抗に対する粒子 1 の固有流通抵抗の比

$\xi$ : 層内無次元半径方向距離, (-)

$\eta$ : 層内無次元高さ, (-)

$\eta^j$ : 区間  $j$  の始点の  $\eta$  座標

$\zeta^j$ : 層  $i$  から層  $(i+1)$  へ流れる無次元クロス流量, (-)

$\zeta_i^j$ :  $\zeta^j$  を第  $i$  成分とする列ベクトル

$\delta_i$ : 無次元分割層幅, (-)

$\delta_{i,j}$ : クロネッカーのデルタ

$\rho_i^j$ : 層  $i$ , 区間  $j$  の固有流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec)·(cm/cm<sup>2</sup>))

$\lambda_i^j$ : 行列  $[A^j]$  の第  $i$  番目の固有値

$v_i^j$ : 層  $i$ , 区間  $j$  を流れる無次元ガス流量, (-)

$v_i^j$ :  $v_i^j$  を第  $i$  成分とする列行列

$\pi_i^j$ : 層  $i$ , 区間  $j$  の無次元ガス圧力, (-)

$\pi_i^j$ :  $\pi_i^j$  を第  $i$  成分とする列行列

$\pi$ : 全圧損失基準の層内無次元ガス圧力, (-)

$\varphi$ : 全流量基準の無次元流れ関数

$[ ]_D$ :  $[ ]$  でくくつた量を第  $(i, i)$  成分とする対角行列

#### 文 献

- 1) 森山, 西尾: 鉄と鋼, 60 (1974) 9, p.1271
- 2) 荒木, 森山, 西尾: 鉄と鋼, 60(1974)14, p.2085
- 3) 下村, 九島, 西川: 学振 54 委, 化工小委 71 (1975 年 7 月)
- 4) V. STANEK, J. SZEKELY: AICHE Journal, 20 (1974) 5, p.974
- 5) J. M. DALLA VALLE: Micromeritics. The Technology of Fine Particles, (1948), p.262, [New York; Pitman Publ. Co]
- 6) P. G. CARMAN: Trans. Inst. Chem. Engrs. (London), 15 (1937), p.150; J. Soc. Chem. Ind., (London), 57(1938), p.225
- 7) V. STANEK, J. SZEKELY: Canad. J. Chem. Eng., 50 (1972), p.9