

三次元結晶方位分布関数を用いた冷延鋼板の r 値の計算*

北川 孟**・片山 道雄**

A Method for Calculating r -value from Crystallite Orientation Distribution Function in Cold Rolled Steel Sheet

Hajime KITAGAWA and Michio KATAYAMA

Synopsis:

To investigate the possibility of calculating the Lankford value, r , for a low carbon steel sheet on the basis of three-dimensional orientation distribution function, $w(\psi, \theta, \phi)$, comparison was made between the calculated r -value and experimental one. ψ, θ , and ϕ denote a set of Eulerian angles between the coordinate system of crystallite and the reference system of specimen.

The r -values, $r(\psi, \theta, \phi)$, that were specified by means of Eulerian angles in the same definition as used in describing the orientation of a crystallite in a polycrystalline sheet were computed at 5° intervals for $0^\circ \leq \psi, \theta$ and $\phi \leq 90^\circ$, by taking into account all forty-eight slip systems in alpha iron and by assuming that an amount of slip in each slip system was proportional to its Schmid factor.

For a polycrystalline sheet the r -value was calculated by

$$\frac{r(\omega)}{1+r(\omega)} = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{r(\psi, \theta, \phi)}{1+r(\psi, \theta, \phi)} w(\psi, \theta, \phi) \sin \theta d\psi d\theta d\phi$$

where $\psi' = \psi + \omega$, and ω is an angle between rolling direction and stretching direction.

In practical computation of $r(\psi, \theta, \phi)$, the following cases were examined: (1) All slip systems whose Schmid factors were not less than a certain value, a , ($0 \leq a < 0.5$), were assumed to be activated and (2) slip systems of a constant number, ss , were assumed to be activated in all the orientations.

Calculated r -values, $r(\text{cal})$, were in good agreement with the observed ones, $r(\text{obs})$, if no crystal rotation was assumed to take place during deformation. Above all, the values of $r(\text{cal})$ were in accord with those of $r(\text{obs})$ within ± 0.15 in the case where either $a=0.10$ or $ss=32$ was assumed.

1. 緒 言

薄鋼板の品質を決定する主たる要因の1つは、集合組織であることからこの種の材料について、磁気的性質の改良あるいは加工性の向上を目的とした集合組織に関する研究は古くから行なわれている。一方、電算機の進歩、普及にともなつて最近ようやく実用化されてきた三次元方位解析の方法が、正確な集合組織解析に有力な手法であることは、現在までも多くの事例によつて実証されている。したがつて三次元結晶方位分布関数から r 値などを導出することは、薄鋼板の塑性異方性を解析する上で、有用の手段になつてきている。

薄鋼板の塑性異方性を表わす特性値として、LANKFORD らが¹⁾、 r 値を提唱して以来、 r 値と比較的低次のミラー指数で表わされる少数の特殊な主要結晶方位とを関係づける研究は今までも種々なされている。たとえ

ば、BURNS らは²⁾、1) $\{111\}\langle 0\bar{1}1 \rangle$ 方位は r 値の面内異方性が少なく、かつその平均値が比較的高いという点で好ましい。2) $\{110\}\langle 001 \rangle$ 方位は、 r 値の面内異方性が大きいという点で好ましくない。3) $\{100\}\langle 001 \rangle$ 方位は r 値が小さくて深絞り性に全く不利な方位である、などの結論を得ている。さらに結晶のすべり系から予想される異方性を考慮して、単結晶鉄の r 値を計算によつて求め、これらの値と実測値とを比較する試みが、長島ら³⁾、VIETH ら⁴⁾、などによつてなされている。このほか、低炭素鋼板を対象に r 値を、1) 極点図から作図によつて推定する方法⁵⁾、2) 極点図を解析しその優先方位から計算で求める方法⁶⁾、3) 逆極点から求めた各軸密度を用いて計算する方法⁷⁾、など提唱されている。これらの方法のうち、長島らの方法は³⁾、集合組織の分散をとりいれて r 値を推定することが可能であるという点で高く評価されている。しかしながら、これらの方法はいづれも、

* 昭和50年4月4日本会講演大会にて発表 昭和50年12月12日受付 (Received Dec. 12, 1975)

** 川崎製鉄(株)技術研究所 (Research Laboratories, Kawasaki Steel Corp., 1 Kawasaki-cho Chiba 280)

極点図あるいは逆極点図から方位密度を求めているので方位密度そのものに本質的に一変数についての自由度をもっている。長島らの方法にしても⁹⁾、試料法線方向の逆極点図から方位密度を求めているので、 \bar{r} 値 (試料の面内異方を平均した値) は計算できるが、 r 値の面内異方は算出できない。もし、方位密度として三次元結晶方位分布関数から得た値を用いるならば、三次元的方位分布が一義的にきまり、通常の測定では求めることが不可能な高次ミラー指数の結晶の方位密度も算出できる。

最近では、三次元結晶方位分布関数で集合組織をあらわした試料について、TAYLOR の理論を基盤として HOSFORD-BACKOFEN が提唱した降伏強度算出法を適用し、多結晶体としての平均降伏強度: $\bar{M}\{r(\alpha)\}$ 値の、 $0 \leq r(\alpha)/\{r(\alpha)+1\} \leq 1$ 範囲での最小値から、 r 値を算出する試みもなされている⁹⁾ (ここで、 α は圧延方向と引張方向とのなす角度)。種々の α について、 $M\{r(\alpha)\}$ 曲線を計算し、それぞれについて最小値を求めることによって試料 r 値の面内異方を評価することができる。

GRUMBACH らは、 $\{111\}\langle 110 \rangle$ を主方位とし、 $\{111\}\langle uvw \rangle$ 方位の集積が強い商用のアルミニウムキルド鋼について検討を行なった結果、計算により求めた r 値は実測した値より若干高い値となつていますが、比較的よい一致を得ている。彼らは、(1)ペンシルグライドにより変形が実現されると仮定した場合、(2) $\{110\}\langle 111 \rangle$ すべり系のみ活動すると仮定した場合のそれぞれについて計算を行なつている。彼らはそれぞれの場合の \bar{r} 値を実測値と比較して、実測値: 1.93 ± 0.10 に対し、(1)の仮定を行なうと、1.94 とよく一致するが、(2)の仮定の場合、3.03 と高い値となることを示した。

HOSFORD-BACKOFEN の方法を用いて多結晶鉄の r 値を計算する場合、今まで発表されている例ではいづれも特殊なすべり系 ($\{110\}\langle 111 \rangle$ すべり系など) のみ活動すると仮定して求められている。これはすべり系の多い BCC 金属においてその塑性変形機構が現状では十分に解明されていないので、やむを得ないものと考えられている。

しかしながら一方では、前述の長島らの方法のように若干の仮定は設定しているが、すべてのすべり系を考慮に入れて \bar{r} 値を求め、実測値とよい一致を得ている事実もみのがしてはならない。そこで筆者らは、長島らの方法を拡張し、集合組織を三次元結晶方位分布関数であらわした試料についてその試料の r 値を面内異方性も含めて算出する方法を検討した。

2. r 値算出の理論

2.1 座標系の設定およびそれらの関係式

試料に固定した座標系を、 $x y z$ (x : 圧延方向, y : 幅方向, z : 試料法線方向)、結晶の座標系を、 XYZ (X : $[100]$ 方向, Y : $[010]$ 方向, Z : $[001]$ 方向) すべり系に固定した座標系を、 $x' y' z'$ (x' : すべり方向, y' : すべり面内において、すべり方向と直交する方向, z' : すべり面法線方向) と 3 つの座標系を設定する。

これを Fig. 1 に示す。

すべり系の表示を、 $(hh', kk', ll')[uu', vv', ww']$ とすると、これは、結晶座標系でのすべり面法線方向とすべり方向をミラー指数で表わしたものである。これらの単位ベクトル表示を、 $(hh, kk, ll)[uu, vv, ww]$ とする。(なお (hh, kk, ll) , (uu, vv, ww) のそれぞれと直交する単位ベクトルを (pp, qq, rr) とする)。

まず、 XYZ 座標系と、 $x' y' z'$ 座標系の変換関係を求める。(48 個のすべり系すべてについて計算を行なうので、 $x' y' z'$ 座標系は 48 個ある。)

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = T_{ii} \times \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

$(i = 1 \sim 48)$

$x'_i y'_i z'_i$ 座標系の正方向に向かう単位ベクトルの XYZ 座標系での方向余弦は、それぞれ、 (hh_i, kk_i, ll_i) , (pp_i, qq_i, rr_i) , (uu_i, vv_i, ww_i) であるから、

$$T_{ii} = \begin{pmatrix} uu_i, pp_i, hh_i \\ vv_i, qq_i, kk_i \\ ww_i, rr_i, ll_i \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

$(i = 1 \sim 48)$

となる。

次に XYZ 座標系と $x y z$ 座標系の変換関係を求める。後者から前者への直交変換のオイラー角を (ψ, θ, ϕ) とする。筆者らは ROE の方法によつて¹⁰⁾ 三次元結晶方位分布関数を計算しているのでこの場合のオイラー

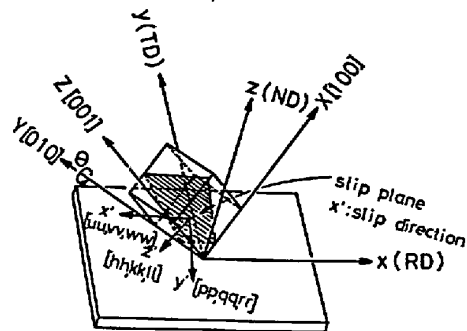


Fig. 1. Coordinate systems. XYZ : crystal coordinates, $x y z$: specimen coordinates and $x' y' z'$: coordinates of slip system.

角の定義も, RoE の定義と同様, θ は y 軸まわりの回転とする.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = T_2 \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

とおく. $(h' k' l')$ $[u' v' w']$ なる結晶方位の $x y z$ 座標系の正方向に向から単位ベクトルについて考える. これの XYZ 座標系における方向余弦を $(h k l)$, $(p q r)$, $(u v w)$ とすると,

$$T_2 = \begin{pmatrix} u & p & h \\ v & q & k \\ w & r & l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi - \sin\psi \cdot \sin\phi & & \\ -\cos\psi \cdot \cos\theta \cdot \sin\phi - \sin\psi \cdot \cos\phi & & \\ \cos\psi \cdot \sin\theta & & \\ \sin\psi \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi + \cos\psi \cdot \sin\phi & -\sin\theta \cdot \cos\phi & \\ -\sin\psi \cdot \cos\theta \cdot \sin\phi - \cos\psi \cdot \cos\phi & \sin\theta \cdot \sin\phi & \\ \sin\psi \cdot \sin\theta & & \cos\theta \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

を得る.

これらから, $x y z$ 座標系と $x'_i y'_i z'_i$ 座標系の変換関係を求める.

今,

$$\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_i & V_i & W_i \\ P_i & Q_i & R_i \\ H_i & K_i & L_i \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

$(i = 1 \sim 48)$

とおく.

一方, (1), (2), (3), (4) 式より,

$$\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix} = T_1^{-1} \times \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} uu_i & vv_i & ww_i \\ pp_i & qq_i & rr_i \\ hh_i & kk_i & ll_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} uu_i & vv_i & ww_i \\ pp_i & qq_i & rr_i \\ hh_i & kk_i & ll_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u & p & h \\ v & q & k \\ w & r & l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} uu_i \times u + vv_i \times v + ww_i \times w & uu_i \times p + vv_i \times q + ww_i \times r \\ pp_i \times u + qq_i \times v + rr_i \times w & pp_i \times p + qq_i \times q + rr_i \times r \\ hh_i \times u + kk_i \times v + ll_i \times w & hh_i \times p + kk_i \times q + ll_i \times r \\ uu_i \times h + vv_i \times k + ww_i \times l \\ pp_i \times h + qq_i \times k + rr_i \times l \\ hh_i \times h + kk_i \times k + ll_i \times l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

$(i = 1 \sim 48)$

(5), (6) 式より,

$$\begin{pmatrix} U_i & V_i & W_i \\ P_i & Q_i & R_i \\ H_i & K_i & L_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} uu_i \times u + vv_i \times v + ww_i \times w \\ pp_i \times u + qq_i \times v + rr_i \times w \\ hh_i \times u + kk_i \times v + ll_i \times w \\ uu_i \times p + vv_i \times q + ww_i \times r & uu_i \times h + vv_i \times k + ww_i \times l \\ pp_i \times p + qq_i \times q + rr_i \times r & pp_i \times h + qq_i \times k + rr_i \times l \\ hh_i \times p + kk_i \times q + ll_i \times r & hh_i \times h + kk_i \times k + ll_i \times l \end{pmatrix}$$

$(i = 1 \sim 48)$

$\dots\dots\dots (7)$

を得る.

ここで, $U_i, V_i, W_i, P_i, Q_i, R_i, H_i, K_i, L_i, u_i, v_i, w_i, p_i, q_i, r_i, h_i, k_i, l_i$ は ψ, θ, ϕ の関数である. ある方位: $\mathbf{g} = \{\psi, \theta, \phi\} \equiv (h'k'l') [u'v'w']$ については 48 個の計算を行なう. 通常, 結晶の対称性を考慮して, ψ, θ, ϕ が 0° から 90° までの範囲について値を求めるので, 5° ごとの値を算出させる場合, $19 \times 19 \times 19 \times 48 (= 329, 232)$ 個の計算を行なう.

2.2 Schmid-factor の算出

単軸引張応力テンソル: T_s を $x y z$ 座標系で次のように表示する.

$$T_s = -\sigma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

T_s を $x' y' z'$ 座標系の応力テンソル: T'_s に変換する. すなわち,

$$T'_s = \begin{pmatrix} UVW \\ PQR \\ HKL \end{pmatrix} T_s \begin{pmatrix} UPH \\ VQH \\ WR L \end{pmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

となり, (8), (9) 式より,

$$T'_s = -\sigma \begin{pmatrix} U^2 & UP & UH \\ PU & P^2 & PH \\ HU & HP & H^2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

をうる.

したがって, $x y z$ 座標系での単位ベクトル表示で $(HKL) [UVW]$ なるすべり系に働らくせん断応力: $\tau_{z'x'}$ は (10) 式より,

$$\tau_{z'x'} = -\sigma \times UH \dots\dots\dots (11)$$

(11) 式より, Schmid factor: S.F. として,

$$\text{S.F.} = UH = (uu \times u + vv \times v + ww \times w) (hh \times u + kk \times v + ll \times w) \dots\dots\dots (12)$$

がえられるが, 前記のように筆者らは, ある方位: $(h' k' l') [u' v' w']$ に関し 48 個のすべり系すべてについて計算するので, 結局,

$$\text{S.F.}_i = U_i H_i = (uu_i \times u + vv_i \times v + ww_i \times w) (hh_i \times u + kk_i \times v + ll_i \times w) \dots\dots\dots (13)$$

$(i = 1 \sim 48)$

となる. ここで, S.F._i も, ψ, θ, ϕ の関数である.

2.3 r 値の算出

筆者らは, 「ある方位におけるすべり系のすべり量は Schmid factor に比例する」との仮定のもとで, 各方位の r 値を算出する.

2.3.1 単一方位の r 値の算出

変形により集合組織が変化しないと仮定して「ひずみテンソル: D' 」を計算する.

すべり系 $(HKL) [UVW]$ の上で, せん断応力: $\tau_{z'x'}$ により γ なるすべりが結晶に生じたとする. この

すべりを表わすひずみテンソル： D は $x'y'z'$ 座標系において、

$$D = \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

となり、これを、 xyz 座標系で表わすと、

$$D' = \begin{pmatrix} U & P & H \\ V & Q & K \\ W & R & L \end{pmatrix} D \begin{pmatrix} U & V & W \\ P & Q & R \\ H & K & L \end{pmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

を得る。

(15)式はさらに

$$D' = \gamma \begin{pmatrix} UH & UK & UL \\ VH & VK & VL \\ WH & WK & WL \end{pmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

となり、これと「すべり量が Schmid factor に比例する」との仮定より、

$$r(\psi, \theta, \phi) = \frac{\sum_{i=1}^N U_i H_i \times V_i K_i}{\sum_{i=1}^N U_i H_i \times W_i L_i} \dots\dots\dots (17)$$

として、単一方位の r 値が求まる。

ここで「Schmid factor がある値： a ($0 \leq a \leq 0.5$) より大きい数値をもつすべり系により変形が実現される」と仮定した場合は N は、 $a \leq U_i H_i \leq 0.5$ を満足するすべり系の数となり、「Schmid factor の大きい順にとつた一定の数のすべり系によつて変形が行なわれる」と仮定した場合、 N はすべての方位について一定となる。

2.3.2 多結晶鋼板の r 値の算出

今まで説明した方法により算出した単一方位ごとの各 r 値： $r(\psi, \theta, \phi)$ をパラメータとし、これらの値と、三次元結晶方位分布関数： $w(\psi, \theta, \phi)$ とより多結晶鋼板の r 値を算出する。筆者らの三次元結晶方位分布関数の定義より、 $w(\psi, \theta, \phi)$ はオイラー角 ψ, θ, ϕ なる角での結晶の存在密度であるから、角 $d\psi, d\theta, d\phi$ なる範囲にある結晶の存在確率は、

$$\frac{1}{8\pi^2} w(\psi, \theta, \phi) \times \sin \theta d\psi d\theta d\phi \dots\dots\dots (18)$$

である。これらの値に $r(\psi, \theta, \phi)$ を変形して求めた

$$R(\psi, \theta, \phi) = r(\psi, \theta, \phi) / \{1 + r(\psi, \theta, \phi)\} \dots\dots (19)$$

を重みづけして、全範囲について積分した値、

$$R(\omega) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} R(\psi, \theta, \phi) w(\psi, \theta, \phi) \sin \theta d\psi d\theta d\phi \dots\dots\dots (20)$$

を計算し、この結果から、試料の r 値： $r(\omega)$ を、

$$r(\omega) = R(\omega) / \{1 - R(\omega)\} \dots\dots\dots (21)$$

として算出する。

ここで、 $\psi' = \psi + \omega$, ω : 引張り方向と、圧延方向のなす角度。

3. $r(\psi, \theta, \phi)$ の計算結果

3.1 ある値： a より大きい数値の Schmid factor をもつすべり系が働いて変形すると仮定した場合

a の値として、0.0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30 の7とおりの場合について $r(\psi, \theta, \phi)$ を求めた。 ψ, θ, ϕ については、 0° より 90° までの範囲について、それぞれ 5° ごとの値を算出した。 $a = 0.0$ の場合は48個すべてのすべり系が働いて変形するのと同等である。

a の値が変化することによつて比較的低ミラー指数の $\{100\}$ $\{110\}$ のような結晶面をもつ方位の r 値はあまり変わらないが、 $\{111\}\langle uvw \rangle$, $\{554\}\langle uvw \rangle$ などの方位の r 値は、比較的大きく変化する。

一例として、 $\{100\}\langle uvw \rangle$, $\{110\}\langle uvw \rangle$ および $\{111\}\langle uvw \rangle$ について、 $a = 0.0, 0.10$, および 0.25 の場合を Fig. 2 に示す。

図よりあきらかなように、 a の値が小さくなるほど、面内異方性はなめらかに変化する傾向がみられる。この傾向はこれらの結晶面の中では $\{111\}$ 面においてもつとも顕著にみられこの結晶面では a が小さくなるほど、面内異方性の変動範囲も小さくなる。すなわち、 $a = 0.25$

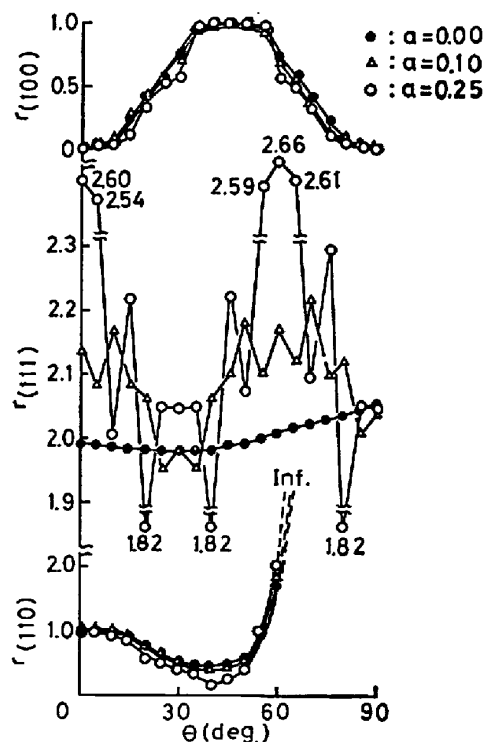


Fig. 2. $r_{(cal)}$ -values of $\{111\}\langle uvw \rangle$, $\{100\}\langle uvw \rangle$ and $\{110\}\langle uvw \rangle$. a : minimum Schmid factor of slip systems, assumed to be activated.

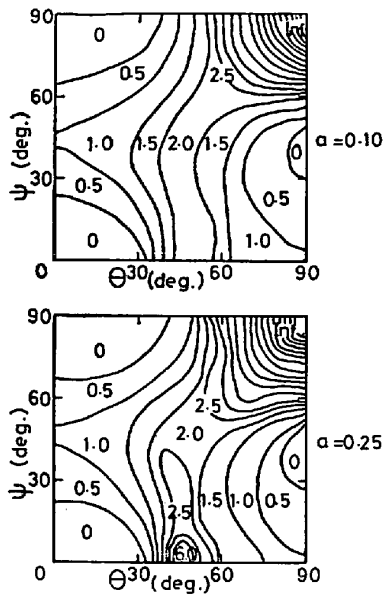


Fig. -3. Contour-line map of $r(\psi, \theta, 45^\circ)$.

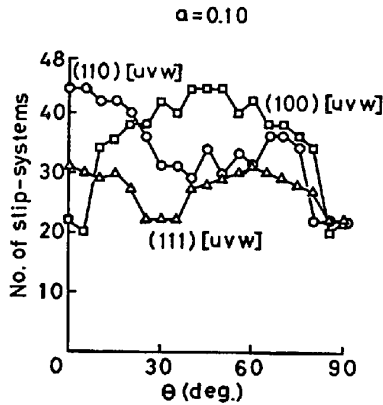


Fig. 4. Number of activated slip systems of $\{111\}\langle uvw \rangle$, $\{100\}\langle uvw \rangle$ and $\{110\}\langle uvw \rangle$.

の場合、1.82 から 2.66 の範囲で変動しているが、 $a = 0.0$ の場合、1.98 から 2.10 の範囲での変動となり、面内異方性もほとんどみられなくなる。

これら特殊な方位だけではなく、他の方位についての傾向を説明するために Fig. 3 に $g = \{\psi, \theta, 45^\circ\}$ 方位の r 値の等高線表示図を例示する。

この図において $\{100\}\langle uvw \rangle$, $\{110\}\langle uvw \rangle$, $\{111\}\langle uvw \rangle$ および $\{554\}\langle uvw \rangle$ なる方位はそれぞれ $g = \{\psi, 0^\circ, 45^\circ\}$, $g = \{\psi, 90^\circ, 45^\circ\}$, $g = \{\psi, 54.7^\circ, 45^\circ\}$ および $g = \{\psi, 60.5^\circ, 45^\circ\}$ で表わされ、それぞれの位置での値が、それらの方位の r 値を示す。

$a = 0.10$ の図と、 $a = 0.25$ の図を比較すると前者の方が値の変化がなめらかであり、後者の場合、 $g = \{0^\circ, 45^\circ, 45^\circ\}$ の方位で、6.0 以上の r 値をもち、 $g = \{0^\circ, 45^\circ, 45^\circ\}$ から $g = \{35^\circ, 45^\circ, 45^\circ\}$ にわたる方位、およ

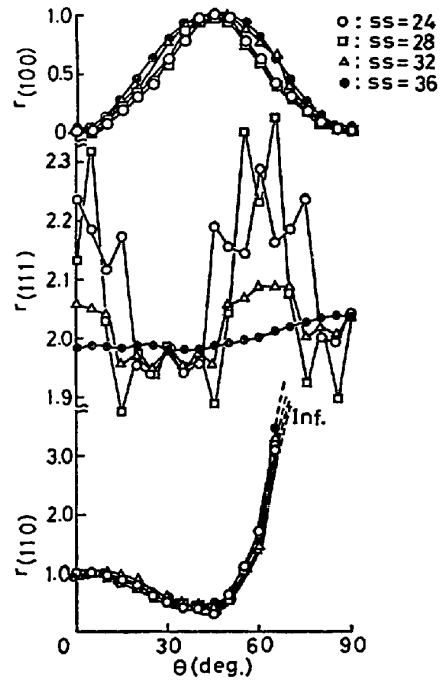


Fig. 5. $r_{(cal)}$ -values of $\{111\}\langle uvw \rangle$, $\{100\}\langle uvw \rangle$ and $\{110\}\langle uvw \rangle$.
SS: number of slip systems, assumed to be activated.

びその近傍の方位の r 値が高い値を示す。

この計算方法では、方位によつて考慮に入れるすべり系の数がことなることが予想される。そこで筆者らは、 r 値算出に寄与するすべり系の数を各方位ごとに求めてみた。Fig. 4 は、 $a = 0.10$ の場合、 $\{110\}\langle uvw \rangle$, $\{110\}\langle uvw \rangle$ および $\{111\}\langle uvw \rangle$ 方位についてのすべり系の数を図示したものである。

この図からわかるように、すべり系の数は、 $\{110\}\langle uv, v, w \rangle$ では、20~44 個、 $\{110\}\langle uvw \rangle$ では、22~44 個、 $\{111\}\langle uvw \rangle$ では、22~31 個と方位によつて大きく変化している。

3.2 全方位について一定の数のすべり系が変形に寄与するとして算出した r 値

筆者らの方法により、一般的方位： $g = \{\psi, \theta, \phi\}$ についての r 値を求める場合、Schmid factor が、ある値より大きいすべり系によつて変形が行なわれるとした時、前出の Fig. 4 にみられるように、方位によつて考慮に入れるすべり系の数は、大きく変化する。

そこでここでは、「各方位について Schmid factor の大きい順にとつた一定の数のすべり系が働いて変形する」との仮定のもとに、 $r(\psi, \theta, \phi)$ を計算した（この場合も「各すべり量は、その Schmid factor に比例する」と仮定する）。すべり系の数 (SS) として、16, 24, 28, 32, 36 と変え、それぞれの場合について、 r 値を求め

た. SS の値が, 24, 28, 32, 36 である場合の $\{100\}$, $\{110\}$, $\{111\}$ の r 値を, Fig. 5 に示す.

すべり系の数を一定とした場合の一般的傾向として, SS の値を大きくするほど, 面内異方性はなめらかに変化する. この場合も $\{100\}\langle uvw \rangle$, $\{110\}\langle uvw \rangle$ は SS をかえてもあまり影響をうけないが, $\{111\}\langle uvw \rangle$ は SS の値を大きくすると, 面内異方性は小さくなり, $SS =$

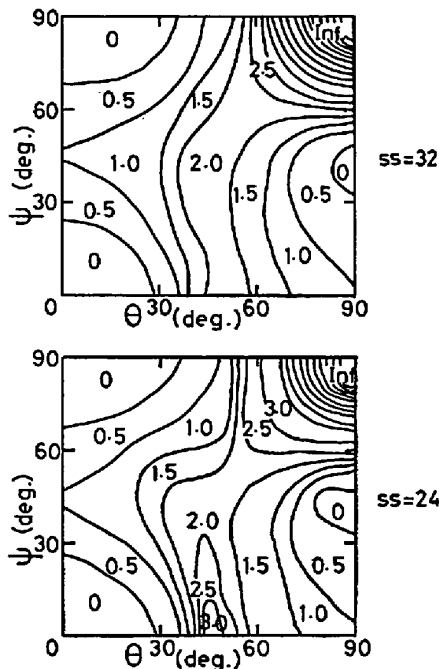


Fig. 6. Contour-line map of $r(\psi, \theta, 45^\circ)$ for $SS = 24$ and $SS = 32$.

36 の場合は, Fig. 2 の $a = 0.0$ の時 (すなわち, $SS = 48$ と同等) の値と, ほとんど一致する.

$SS = 24$, $SS = 32$ の場合について, $g = \{\psi, \theta, 45^\circ\}$ 方位の r 値等高線図を Fig. 6 に示す.

$SS = 24$ の場合は, Fig. 3 における $a = 0.25$ の場合と同様, $g = (0, 45^\circ, 45^\circ) \sim g = \{30^\circ, 45^\circ, 45^\circ\}$ 方位近傍は, 比較的高い r 値をもち, $SS = 32$ の時とくらべると, 全般的に変動が大きい.

$SS = 32$ (すなわち, 全すべり系のうち, 2/3 のすべり系が活動したとした場合) の $r(\psi, \theta, \phi)$ の値は, $a = 0.10$ として算出した r 値とほぼ一致する.

4. 冷延鋼板の r 値の計算

4.1 パラメータの撰定

3項で説明したような種々の仮定にもとづいて計算した $r(\psi, \theta, \phi)$ から, それぞれの場合の $R(\psi, \theta, \phi)$ を, (19)式から求め, これらの値と $w(\psi, \theta, \phi)$ とより(20)式, (21)式を用いて冷延鋼板の r 値を算出し実測値と比較した.

SPCC, SPCE それぞれ5試料について検討を行なった. 計算結果の1例を, Table 1 に示す.

以上のように結晶回転をゆるさないとの仮定のもとに計算した r 値は, 実測値と比較的よい一致を示し, とりわけ, 「32個のすべり系まで考慮に入れて計算した場合」と, 「0.10以上のSchmid factorをもつすべり系より求めた場合」の r 値は, 実測値に近い値を示す.

Table 1. $r_{(cal)}$ -values, calculated from various $r(\psi, \theta, \phi)$.

Angle from rolling direction. (deg.) ω	On the hypothesis of no crystal rotation.					$r_{(obs)}$
	$ss = 16$	$ss = 24$	$ss = 32$	$a = 0.10$	$a = 0.25$	
0	1.74	1.70	1.63	1.66	1.74	1.59
45	1.61	1.57	1.53	1.54	1.63	1.42
90	1.71	1.66	1.60	1.62	1.71	1.60

Table 2. Chemical compositions (wt %).

Specimens	C	Si	Mn	P	S	total N	O	sol. Al	insol. Al
SPCC-1	0.068	0.001	0.33	0.012	0.019	0.0020	0.0269	—	—
SPCC-2	0.034	0.001	0.28	0.008	0.010	0.0016	0.0269	—	—
SPCC-3	0.046	0.001	0.38	0.011	0.019	0.0018	0.0263	—	—
SPCC-4	0.065	0.001	0.35	0.023	0.025	0.0022	0.0285	—	—
SPCE-1	0.004	0.007	0.11	0.013	0.010	0.0050	0.0022	0.032	0.003
SPCE-2	0.007	0.010	0.15	0.011	0.008	0.0043	0.0027	0.033	0.002
SPCE-3	0.009	0.034	0.23	0.009	0.012	0.0079	0.0024	0.052	0.001
SPCE-4	0.007	0.012	0.13	0.007	0.006	0.0077	0.0021	0.043	0.002
SPCE-5	0.009	0.006	0.16	0.009	0.006	0.0055	0.0029	0.046	0.002
SPCE-6	0.005	0.010	0.10	0.012	0.007	0.0043	0.0026	0.031	0.001
SPCE-7	0.004	0.017	0.11	0.012	0.007	0.0077	0.0041	0.044	0.003

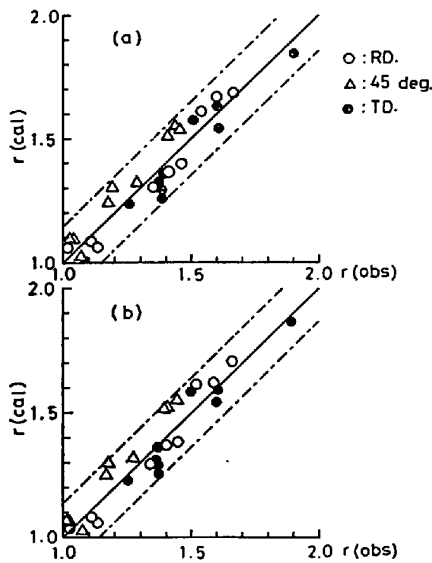


Fig. 7. Relationship between calculated strain ratio, $r_{(cal)}$, and observed one, $r_{(obs)}$; (a) $r_{(cal)}$ for $a=0.10$ and (b) $r_{(cal)}$ for $SS=32$.

4.2 SPCC, SPCEについての r 値計算結果

4.1 より得られた結果にもとづいて、 $SS=32$ および $a=0.10$ なる仮定によつて算出した $R(\psi, \theta, \phi)$ をパラメータとして、冷延鋼板の r 値を算出し、実測値との比較を行なつた。試料としては、SPCC, SPCE の2鋼種を用い、その化学成分を Table 2 に示す。

SPCC-1, 2, 3 および、SPCE-1, 2, 3, 5, 6, 7 の9試料につき、実測値と計算値との比較したのが、Fig. 7 Fig. 8 である。

Fig. 7 は、RD, TD, 45° 方向の計算値： $r_{(cal)}$ と、実測値： $r_{(obs)}$ の関係を示したものであり、少なくとも $1.0 < r_{(obs)} < 2.0$ の範囲においては、 $r_{(cal)}$ は、 $r_{(obs)} - 0.15 \leq r_{(cal)} \leq r_{(obs)} + 0.15$ の範囲にあることがわかる。 $SS=32$ とした場合も、 $a=0.10$ とした場合も、同様の傾向を示し、 r 値そのものも、おおむね一致する。

計算による r 値の面内異方性を SPCC-2, SPCE-2 について例示したのが、Fig. 8 である。圧延方向からの角度： ω について、10° ごとの値 ($\omega=45^\circ$ の値も含めた) を白丸でプロットし、比較のために、 $r_{(obs)}$ の値を黒丸で記入した。

図中、(a) が $a=0.10$ の仮定、(b) が $SS=32$ とし て算出したものであるが、両者はよく一致する。

一般的に、45° 方向については、 $r_{(cal)}$ の値は、 $r_{(obs)}$ の値より大きく、面内異方性はやや小さくなる傾向にあるが、 r 値そのものは、前述のように、 ± 0.15 の範囲内で一致する。

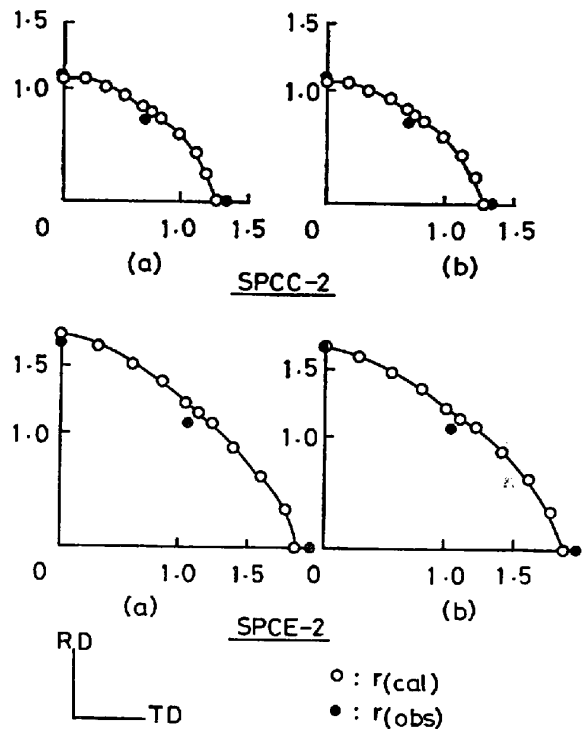


Fig. 8. Planar anisotropies of strain ratio for SPCC and SPCE specimens as shown by comparison between calculated and observed values; (a) $r_{(cal)}$ for $a=0.10$ and (b) $r_{(cal)}$ for $SS=32$.

5. 考 察

鋼板の r 値は主としてその集合組織に依存するという事実は今まで広く認められていることから、筆者らは三次元結晶方位分布関数より求めた単一方位ごとの確率密度： $w(\psi, \theta, \phi)$ にその方位におけるすべり系のひずみ量より求めたパラメータ： $R(\psi, \theta, \phi)$ を重みづけて全方位について積分した値から r 値を計算し実測値と比較、検討した。

筆者らは、電算機とオンライン結合した全自動極点図作成装置により $\{100\}$, $\{211\}$, $\{110\}$ 極密度を測定し¹¹⁾、これらのデータから Roe の方法により、級数打ち切り次数 22 次の三次元結晶方位分布関数を算出している。分布関数の負の値の絶対値は、通常、1 以下であり、 $w(\psi, \theta, \phi)$ を、 $0^\circ \leq \psi, \theta, \phi \leq 90^\circ$ の全範囲について積分した値と、理想的ランダム試料のそれとの比は、0.90~0.95 であることから、各 $w(\psi, \theta, \phi)$ に含まれる誤差は、10%以内と推定している。

このようにして求めた各方位密度と、結晶回転しないとしてえた各単一方位ごとの R 値： $R(\psi, \theta, \phi)$ とより、(20) 式を用いて、 r 値を算出したところ実測値とよく一致し、 $a=0.10$ あるいは $SS=32$ とした場合、 ± 0.15

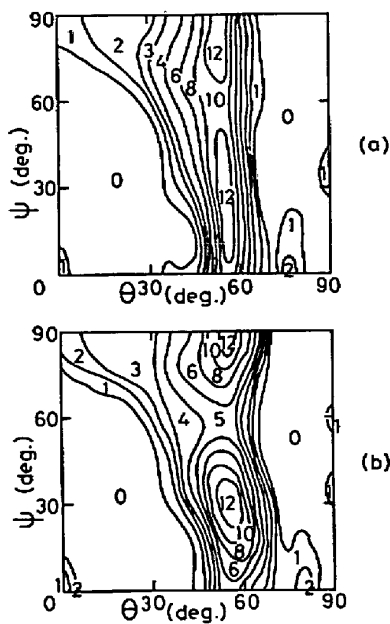


Fig. 9. $\phi = 45^\circ$ section of the crystallite orientation distribution functions for SPCE-4. (a) as annealed, and (b) after tensile-deformation ($\epsilon = 15\%$).

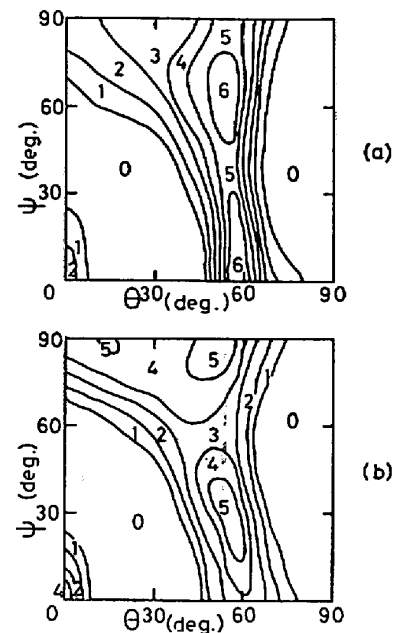


Fig. 10. $\phi = 45^\circ$ section of the crystallite orientation distribution functions for SPCC-4. (a) as annealed, and (b) after tensile-deformation $\epsilon = 15\%$.

の範囲におさまった。

このことは、15%以内のひずみ量の場合、顕著な集合組織変化を生じないのか、あるいはある程度の集合組織変化が生じてこの方法による計算では r 値の変化に寄与しないのかいづれかであると考えられる。

この点を明らかにするために考察を加える。

今回のように冷延鋼板の加工性を集合組織から説明しようとする場合に限らず、一般に素材の諸特性を集合組織と関係づけようとする時、いくつかの主方位のみで代表させ考察されている例が多い。これは方位解析データとして正極点図あるいは反転極点図のみを用いていたことにも帰因する。従来は、これら主方位のみに注目し結晶の回転関係などを解釈しようと試みていたので、定性的議論の域をでなかつたという点は、稲垣らも指摘しているところである¹²⁾。現在では三次元結晶方位解析法が実用化され、単一方位ごとの強度分布を定量的に把握することが可能になり全空間における方位分散を正確に求めることができるようになった。

今回筆者らが用いたアルミニウムキルド冷延鋼板についても、その再結晶集合組織は、 $\{111\}\langle 01\bar{1}\rangle$ 、 $\{554\}\langle 225\rangle$ を主方位とするといわれていたが、三次元結晶方位分布関数から求めた場合、最強方位は $\{111\}\langle 01\bar{1}\rangle$ であり、 $\{111\}\langle uov\rangle$ 方位およびその近傍の方位の集積が高いことが明らかになっている¹³⁾。しかしながら $\{111\}\langle 01\bar{1}\rangle$ 単一方位の強度は、15×ないし10×(1×:ランダム試料の

強度)程度であり $\{111\}\langle 01\bar{1}\rangle$ 単結晶の強度と比べるとかなり微弱である。したがってその体積率も単結晶のそれよりはるかに小さい。それゆえにその他の分散した方位成分の諸特性におよぼす効果は決して無視できないであろう。

通常の素材においてはその集合組織として相当の分散方位成分をもつのが普通であり、変形あるいは焼鈍などの処理をほどこす前後の集合組織変化を関係づけるため、高々ランダム方位密度の20倍程度の主方位のみを対象にしてその回転関係などの議論を進めると誤つた結論に達する場合もあると考えられる。

そこで筆者らは、方位分散も考慮した観点から集合組織変化を調べる目的で、 $\epsilon = 15\%$ の単軸引張変形ひずみを与えた試料について三次元結晶方位分布関数を求め変形前の集合組織と比較した。Fig. 9, Fig. 10 に引張変形前後の三次元結晶方位分布関数の $\phi = 45^\circ$ 断面図を示す。

Fig. 9 は、SPCE-4, Fig. 10 は、SPCC-4 についての解析結果であり、いづれの図においても (b) は $w = 0$ 、すなわち圧延方向に15%引張変形ひずみを与えた後の集合組織を示す。これらは r 値を測定した JIS 5号試験片の平行部から採取した X線試料を用いて測定、算出した。

両鋼種とも共通して変形後は変形前に比して、 $\{111\}\langle 11\bar{2}\rangle$ 方位 ($g = \{60^\circ, 55^\circ, 45^\circ\}$) および $g = \{0^\circ, 55^\circ,$

45°)) の強度がおおよそ半分に減少し、 $\{100\}\langle 01\bar{1}\rangle$ 方位 ($g = \{0^\circ, 0^\circ, 45^\circ\}$ および $g = \{90^\circ, 0^\circ, 45^\circ\}$) の強度が約2倍に増加している。このほか、 $\{100\}\langle 01\bar{1}\rangle$ から $\{111\}\langle 01\bar{1}\rangle$ (すなわち、 $g = \{90^\circ, 0^\circ, 45^\circ\}$ から、 $g = \{90^\circ, 55^\circ, 45^\circ\}$) にかけての、 $RD\parallel\langle 110\rangle$ fiber 方位の成分が強くなっている。このことを、特殊な主要方位に注目して解析すれば、 $\{111\}\langle 1\bar{1}2\rangle$ から、 $\{111\}\langle 1\bar{1}0\rangle$ への $ND\parallel\langle 111\rangle$ 軸まわりの 30° 回転を経由して、 $\{111\}\langle 1\bar{1}0\rangle$ から $\{001\}\langle 1\bar{1}0\rangle$ へ $RD\parallel\langle 1\bar{1}0\rangle$ 軸まわりの回転によつて到達する、あるいは、 $\{111\}\langle 11\bar{2}\rangle$ から、 $\{112\}\langle 1\bar{1}0\rangle$ へ $RD-60^\circ\parallel\langle 1\bar{1}0\rangle$ 軸まわりの 20° の回転を経由して、 $RD\parallel\langle 1\bar{1}0\rangle$ 軸まわりの 35° 回転によつて $\{001\}\langle 1\bar{1}0\rangle$ に達する、などの説明は可能かも知れない。

しかしながら、このような特殊な単一方位のみ注目せず全体の方位分散を考慮した検討を進める方が本質的にはより重要であろう。このような立場で変形前後の集合組織を解析すると $\{111\}\langle 1\bar{1}0\rangle$ 方位およびそれらの近傍の方位のみならず、変形前後でその体積率の変化しない方位が大多数存在することがわかる。これらの方位によつて試料の r 値がきまるならば、結晶回転しないとの仮定によつて算出した方が、実測値に近い値を得るためには妥当であろう。

このことを、実験データについて検討してみる。圧延方向に引張変形を与えたときの実測 r 値は SPCC-4 では $r_{(obs)} = 0.98$, SPCE-4 について $r_{(obs)} = 1.65$ となつており、「 $a = 0.10$ 」の仮定のもとに算出した r 値は、SPCC-4 では、 $r_{(cal)} = 1.07$, SPCE-4 については、 $r_{(cal)} = 1.75$ となつた。一方、変形後の三次元結晶方位分布関数を用いて算出したところ SPCC-4 では $r_{(cal)} = 1.10$, SPCE-4 については $r_{(cal)} = 1.69$ となつた。このことから、少なくとも、Fig. 9 (a), Fig. 10 (a) なる初期集合組織をもつ材料については変形前後において、 $r_{(cal)}$ の値はほとんど変化がないといえよう。

稲垣らは、非調質高張力鋼について三次元結晶方位分布関数と Hosford-Backofen による多結晶体の降伏強度計算法とを用いて試料の平均降伏強度： $\bar{M}\{r(\alpha)\}$ を求め、その値の $0 \leq r(\alpha)/\{1+r(\alpha)\} \leq 1$ における最小値と、実測した $r(\alpha)$ 値より求めた $\bar{M}\{r(\alpha)\}$ 値を比較している¹²⁾。結果として初期集合組織をもとにして計算した場合も、変形後の集合組織をもとにして計算した場合も $\bar{M}\{r(\alpha)\}$ 曲線の最小値はほとんど変わらず、実測した $r(\alpha)$ 値より求めた $M\{r(\alpha)\}$ とほぼ一致しやはり結晶回転の影響はほとんどないと結論を得ている。

長島らが D 値より \bar{r} 値を求めたときに用いた ND 軸密

度について検討してみると、たとえば $\{111\}ND$ 軸密度は、変形前において SPCC-4 では 6.3, SPCE-4 については 12.4 なる値であるが、変形後では、SPCC-4 では 4.5, SPCE-4 については 9.6 となつた。面内異方性を平均した値ではあるが特殊な結晶面のみ注目しているため、変形前後でかなり差がある。

これら両鋼種について変形前後の三次元結晶方位分布関数を ϕ について平均化し逆極点図 (軸密度関数)： $\bar{\rho}(\theta, \phi)$ を求め、これらの値と、やはり ϕ について平均化し2次元の値とした R 値： $\bar{R}(\theta, \phi)$ とより $\bar{r}_{(cal)}$ 値を求めた。変形前の $\bar{\rho}(\theta, \phi)$ を用いた場合、SPCC-4 では、1.00, SPCE-4 については、1.71 なる値が得られた。変形後の $\bar{\rho}(\theta, \phi)$ を用いて算出してみると、SPCC-4 では、1.07, SPCE-4 については 1.76 となつた。一方、実測した値： $\bar{r}_{(obs)}$ は、SPC-4 では 1.01 SPCE-4 については 1.76 であつた。それぞれの鋼種について、 $\bar{r}_{(cal)}$ と $\bar{r}_{(obs)}$ の差、および変形前の $\bar{\rho}(\theta, \phi)$ を用いて求めた $\bar{r}_{(cal)}$ と変形後の $\bar{\rho}(\theta, \phi)$ を用いて算出した $\bar{r}_{(cal)}$ の差は、それぞれ 0.10 以下である。

以上のように三次元結晶方位分布関数を用いて多結晶試料の r 値を算出するならば、実測不可能な高指数結晶方位の寄与も考慮に入れることができ、さらに、引張り方向をかえた場合の r 値も求めることが可能である。

筆者らの方法は、原理的には長島ら、福田の方法を三次元に拡張し、集合組織データとして三次元結晶方位分布関数を適用したものであり、モデル設定の大筋も彼らと同様であるので、計算上の仮定に物理的意味が明確でない点があることは、認めざるを得ない。細部について彼らとことなる点は、 a および SS の値を種々かえて実測値と最もよく一致する値を選定したことなどである。 a および SS については、実測値と比較して求めた定数であり、やはり物理的意味はあいまいである。従来から検討されているような比較的低指数の結晶方位のみ注目して吟味するならば、これらの方位の r 値： $r_{(cal)}$ は、 a の値をかえてもほとんど変化はないが、高指数結晶方位については、それらの方位の Schmid factor がかなり低い値まで分布しているものが多いこともあり、 a の値をかえると $r_{(cal)}$ 値は、かなり変動する。したがつて全方位を考慮に入れて試料の r 値を算出する本計算方法においては、実測値に近い値を与える a の値を選定する必要があつた。

一方、結晶方位により、活動すべり系の数がことなるのが多結晶変形の実情とされているが、その実態は十分に把握されていることはいえない。それゆえに、Hosford-Backofen の方法を併用して算出する場合も、活

動すべり系の数を全方位について一定として計算されている。(通常, 5個のすべり系がとられている⁹⁾) 筆者らも, 全方位について一定の数のすべり系が活動すると仮定した場合についても検討を行なった. $SS=32$ として求めた $r_{(cal)}$ が, $a=0.10$ として算出した $r_{(cal)}$ とよく一致することは, Schmid-factor の大きい順に 32 個のすべり系を考慮に入れた場合, ほぼ全方位について, 各方位の活動すべり系の Schmid factor が, 0.10 以上の値をもつことと計算上同等である.

すなわち, BCC 金属の塑性変形機構が十分に解明されていない現時点では集合組織から多結晶鉄の r 値を, 本計算法のような取り扱いにより求めようとするとき, $a=0.10$, あるいは $SS=32$ のような定数を導入せざるを得なかつた.

6. 結 論

三次元結晶方位分布関数と, 単一方位ごとの r 値から算出したパラメータ: $R(\psi, \theta, \phi)$ とより冷延鋼板の r 値を計算し種々検討を加え以下の結論を得た.

(1) 変形中に結晶回転は生じないと仮定して計算した場合, 単一方位の r 値: $r(\psi, \theta, \phi)$ の面内異方位は, a の値については小さくするほど, SS については大きくするほど, 小さくなる傾向にある.

(2) 今回得られた $r(\psi, \theta, \phi)$ より, $R(\psi, \theta, \phi)$ を算出し, これらのパラメータを $w(\psi, \theta, \phi)$ に重みづけして求めた r 値: $r_{(cal)}$ を実測値: $r_{(obs)}$ と比較, 検討した. この結果, 結晶回転しないと仮定した計算値は実測値と割合によく一致し, とりわけ, $a=0.10$ あるいは $SS=32$ としたときの計算値は, ± 0.15 以内で実測値と一致した.

(3) 引張変形前後の集合組織を三次元結晶方位分布関数により比較したところ, 集合組織変化は生じており主方位のみに注目して定性的解析を行なうならば, かなり変化しているように考えられる. しかしながら, 方位分散も考慮にいれて考察するならば, 変形前後で体積率の変化しない方位が多数あり試料全体としてみれば, 結晶回転の影響があらわれないので結晶回転しないという仮定が本計算法においてなりたつと考えた方が妥当であろう.

文 献

- 1) W. T. LANKFORD, S. C. SNYDER, and T. A. BAUSHER: Trans. AIME, 42 (1950), p. 1197
- 2) R. S. BURNS and R. H. HEYER: Sheet Metal Ind., 35 (1958), p. 261
- 3) 長島, 関野, 加藤: 日本金属学会誌, 27 (1963), p. 481
- 4) R. W. VIETH and R. L. WHITELEY: Colloquium of IDDRG, Inst. Sheet Metal Engineering, London, (1964)
- 5) J. A. ELLIAS, R. H. HEYER, and J. M. SMITH: Trans. AIME, 224 (1962), p. 679
- 6) 岡本, 白岩, 福田: 住友金属, 14 (1962), p. 211
- 7) 長島, 武智, 加藤: 日本金属学会誌, 29 (1965), p. 393
- 8) W. E. HOSTFORD and W. A. BACKOFEN: Fundamentals of deformation processing, (1964), p. 259 [Syracuse Univ. Press.]
- 9) たとえば, M. GRUMBACH and P. PARNIERE: Colloquium of IDDRG, Inst. Sheet Metal Engineering, Göteborg, (1974)
- 10) R. J. ROE: J. Appl. Phys., 36 (1965), p. 2024
- 11) 北川, ほか: 鉄と鋼に投稿中
- 12) 稲垣, 栗原, 小指: 鉄と鋼, 61 (1975) 7, p. 991
- 13) 北川, ほか: 鉄と鋼, 60 (1974) 11, S 489