

論 文

UDC 669.141.14 : 66.041.57

回転炉内の粒子軸方向混合と滞留時間分布*

森山 昭**・菅 哲男***

Axial Dispersion and Residence Time Distribution of Spherical Particles in Rotary Kiln

Akira MORIYAMA and Tetsuo SUGA

Synopsis:

Residence time distributions of particles in a horizontally rotating cylinder were theoretically and experimentally studied. A mathematical model of the axial dispersion of particles was analytically solved and the following expression for their residence time distribution was obtained:

$$E(\theta) = Pe \cdot e^{Pe/2} \left[\left(\frac{1}{Pe\pi\theta} \right)^{1/2} e^{-Pe(\theta+1/\theta)/4} - \frac{1}{2} e^{Pe/2} \cdot \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\sqrt{Pe}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\theta}} + \sqrt{\theta} \right) \right\} \right]$$

Dimensionless Peclet number as a function of variances in residence time distribution was given as follows:

$$1/Pe = (-1 + \sqrt{1 + \sigma^2})/2$$

Measurements were based on an impulse response method of tracers into spherical alumina particles stream through a rotary cylinder which is made of vinyl chloride resin.

An empirical correlation among Peclet number, operational conditions, and geometrical factors was determined:

$$1/Pe = 9.46 \times 10^{-5} (F/D_i^3 \rho N)^{-0.516} (L/D_i)^{-0.524} (d_p/D_i)^{0.604} f^{-5.550}$$

Upon examinations of effects of the revolution rate on the axial dispersion coefficient, it was shown that the latter was directly proportional to the former.

(Received Nov. 26, 1973)

1. 緒 言

極端な酸性鉱石を処理して半溶鉄を製造するクルップ・レン炉としてはじめられた回転炉還元プロセスは、一般に、その貧鉄処理能力、燃料の受容性および比較的低廉な製造コストなどにより、近年、鉱石予備処理、もしくは、直接製鉄法の一案として、あらたに技術的改良への努力が払われているようである。従来、製鉄分野におけるこの種の研究は多数知られている¹⁾。

元来、回転円筒炉は、いわゆるロータリ・キルン、回転乾燥機および回転混合機など粉粒体を対象とした反応、伝熱および物質移動操作に広範な用途をもつ装置であるが、これらの装置を設計し、適正な操作条件を決定するためには、装置内部における粒子運動特性を理解する必要がある。

従来、回転円筒内の粒子の運動を Fig. 1(b) に示すように理想化して、円筒内における粒子平均滞留時間を円

筒長、半径、傾斜、円筒軸と層表面の間の角度、回転速度および粒子安息角の関数として与える、いわゆる、幾何学的モデルに基づく諸理論^{2)~6)}が知られている****。これらの理論に基づく粒子平均滞留時間^{3)~6)}、粒子ホールドアップ¹¹⁾および粒子滞留時間分布⁶⁾などの計算値は実験結果と比較的よい一致が得られているが、実際の粒子挙動は Fig. 1(a) に示すように、主として傾斜表面における粒子の滑降過程に一定のばらつきが認められるため、反応、伝熱および物質移動過程を正確に把握する上で、Fig. 1(b) の理想化には検討の余地がある。

一方、粒子滞留時間分布を拡散モデルに基づき解析した研究も報告されている^{7)~10)}が、基礎式⁷⁾および厳密

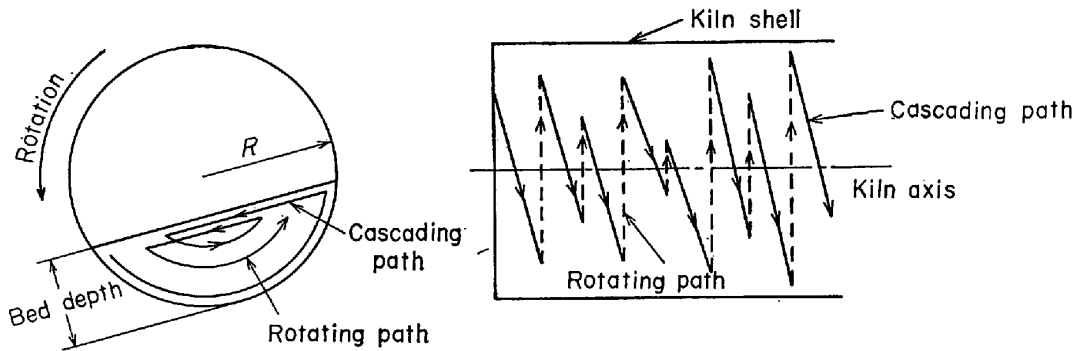
* 昭和 48 年 10 月 本会講演大会にて発表
昭和 48 年 11 月 26 日 受付

** 名古屋工業大学材料開発研究施設 工博

*** 名古屋工業大学 大学院、現在 (株)神戸製鋼所 (溶)技術本部

**** この種、粒子挙動の基本的な特徴は、最初、SULLIVAN ら²⁾ によって観察された。

(a) Actual patterns



(b) Idealized patterns

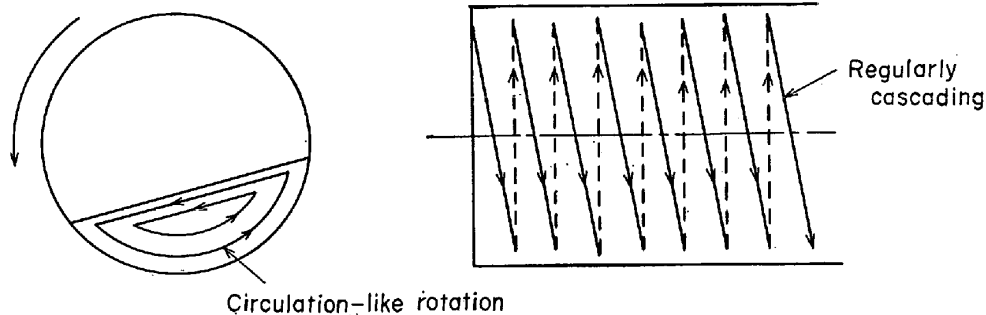


Fig. 1 Rotating and cascading paths of particles through a rotary cylinder.

解^{8)~10)}に問題点が認められる。

著者らは回転円筒内の粒子の運動挙動について検討しているが、本報では、まず拡散モデルの厳密解を示し、従来定式化されることの少なかつた無次元ペクレ数と粒子滞留時間の分散に関する簡単な理論相関式を誘導した。これらの結果は実験結果との比較に基づき、かなり有用であることが明らかとなった。

2. 理 論

2.1 拡散モデル

実験的観察によれば、回転円筒内に連続的に供給および排出される粒子の混合過程は、ほとんど粒子層の傾斜表面付近における粒子の滑降挙動によつてひきおこされるものと考えられる。いま滑降に伴う円筒半径方向の粒子の混合過程が軸方向のそれに比較して十分速いものと仮定すれば、回転円筒内のトレーサ粒子の濃度 c に関する物質収支式は (1) 式となる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = E_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \bar{u} \frac{\partial c}{\partial z} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 \bar{u} は粒子の平均流速であり、後述するように粒子滞留時間に関する実験結果に基づき算定することができる。

いま、連続的に操作する回転円筒に、突然、一定濃度 c_0 のトレーサ粒子流れの送込を開始するものとするれば、初期および境界条件が (2)~(4) 式で与えられる*。

$$t=0, z \geq 0 \text{ で } c=0 \dots\dots\dots (2)$$

$$z=0, t > 0 \text{ で } -E_z \frac{\partial c}{\partial z} = \bar{u}(c_0 - c) \dots\dots (3)$$

$$z=\infty, t > 0 \text{ で } c = \text{finite} \dots\dots\dots (4)$$

(4) 式の境界条件は、粒子の混合領域が同筒内の粒子層表面付近に限られ、かつ、この領域は粒子排出端に設けた堰によつてほとんど影響されない事実に対応している。

(1)~(4) 式を、それぞれ、(5) 式で定義する無次元変数およびパラメータ：

$$Pe \equiv \bar{u}L/E_z, \theta \equiv t\bar{u}/L, \zeta \equiv c/c_0, \eta \equiv z/L \dots (5)$$

を使用して無次元化し、ラプラス変換法に基づき、解を誘導すると、時間に関する円筒排出端トレーサ濃度の変化が (6) 式で与えられる (Appendix 1)。

$$\zeta = Pe \cdot e^{Pe/2} \int_0^\theta e^{-Pe\tau/4} \left\{ \left(\frac{1}{Pe\pi\tau} \right)^{1/2} e^{-Pe/4\tau} - \frac{1}{2} e^{Pe(2+\tau)/4} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2\sqrt{\tau/Pe}} + \frac{Pe}{2} \sqrt{\tau/Pe} \right) \right\} d\tau \dots (6)$$

* 後述するように、実験ではインパルス応答法が採用されているが、理論上の便宜から、インディシャル応答の境界条件を使用して解析する。

(6)式を θ について微分することにより、粒子滞留時間分布関数 $E(\theta)$ が、ペクレ数 Pe をパラメータとして、(7)式のように求まる。

$$E(\theta) = Pe \cdot e^{Pe/2} \left[\left(\frac{1}{Pe\pi\theta} \right)^{1/2} e^{-Pe(\theta+1/\theta)/4} - \frac{1}{2} e^{Pe/2} \cdot \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\sqrt{Pe}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\theta}} + \sqrt{\theta} \right) \right\} \right] \dots (7)$$

2.2 ペクレ数 Pe と粒子滞留時間の分散 σ^2 の関係

(7)式の $E(\theta)$ を粒子滞留時間の分散 σ^2 の定義(8)式:

$$\sigma^2 = \int_0^\infty \theta^2 E(\theta) d\theta - 1 \dots (8)$$

に代入して、やや煩雑な演算を行なうことにより、ペクレ数と分散 σ^2 との関係式が(9)式のように簡単な形で与えられる (Appendix 2)。

$$1/Pe = (-1 + \sqrt{1 + \sigma^2}) / 2 \dots (9)$$

後述するように、実験的に求められるトレーサの回転円筒内滞留時間に関する分散の値を(9)式に代入して、ペクレ数 Pe が決定される。(5)式の定義からあきらかなように Pe は、円筒内粒子混合の指標である。

3. 実験

Fig. 2 に実験装置の概略図を示す。ここで使用した回転円筒は、内径 19.6cm、長さ 200cm の塩化ビニール樹脂製パイプである。円筒の粒子排出端に、口径が 17.6cm の透明樹脂製のオリフィス型壺を設けた。円筒本体は水平に保たれている。固体粒子試料として、焼結アルミナ球を使用した。その性質を Table 1 に示した。トレーサ粒子として、Table 1 のアルミナ球をあらかじめ赤インクで着色して乾燥後、使用した。

ホッパーから一定の速度で固体粒子を供給するとき、約 1 時間で定常状態に達し、排出端部における粒子の流出速度が一定となる。この時点で、正確に 100 個をかぞえたトレーサ粒子を粒子供給端部に投入する。トレーサ投入時間は 1 秒以下で、十分、インパルス応答の操作条件に適合する。粒子排出端部において、個々のトレーサ粒子の円筒内滞留時間をレコーダーに記録することにより、粒子滞留時間分布を決定した。

4. 実験結果および考察

4.1 粒子滞留時間分布関数 $E(\theta)$

前項の方法に基づく粒子滞留時間分布の実測値を、(7)式に基づく理論曲線と比較した一例が Fig. 3 である。粒子滞留時間分布の実測結果に基づく滞留時間の分散 σ^2 を(9)式に代入することにより、ペクレ数 Pe が

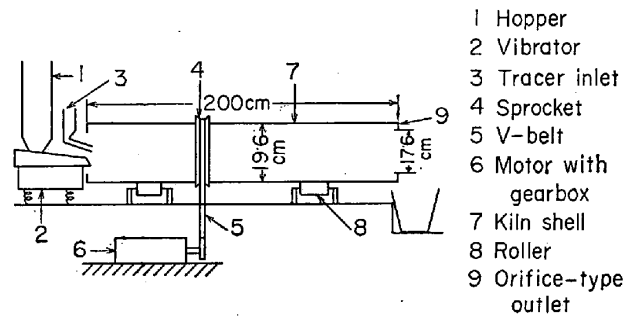


Fig. 2. Experimental apparatus.

Table 1. Properties of Sintered Alumina Spheres.

average particle dia.	0.287 cm
bulk density	0.608 g/cm ³
apparent density	1.050 g/cm ³
angle of repose	32.0 °

算定される。ぎやくに、これらのペクレ数 Pe を(7)式に代入して理論的な粒子滞留時間分布曲線が求められる。Fig. 4 は、前項と同様の手法に基づき、さきに、当研究室で求められた松井¹²⁾の球形セメント粒子に関する実験結果を 2 章に示した理論に基づき解析したものである。

Fig. 3 および 4 から、 $1/pe$ が 0.001~0.002 付近で、実験値と理論曲線に若干の偏倚が認められるほかは、 $1/Pe$ の値の大小にかかわらず、両者の一致は良好であることが認められ、一般に、(7)式に基づく $E(\theta)$ は、回転円筒内粒子の滞留時間分布特性をほぼ忠実に反映するものといえる。 $1/Pe=0.001\sim0.002$ 付近にみられる実験値と理論値の偏れの問題は、粒子挙動のより詳細な検討のなかで十分考察される必要がある。

4.2 ペクレ数 Pe の無次元相関

拡散モデルの性質上、(1)~(9)式の理論のみに基づき、混合特性の指標としてのペクレ数 Pe を推算することはできない。本報の条件下で求められたペクレ数 Pe をできるだけ一般的な実験式にまとめる目的で、粒子供給速度 F 、円筒回転速度 N 、円筒長さ L 、直径 D_t 、粒子径 d_p および摩擦係数 $f(=\tan \beta_r)^*$ を考慮して、次元解析を行ない、(10)式の結果を得た。

$$1/pe = a(F/D_t^3 \rho N)^b (L/D_t)^c (d_p/D_t)^d f^e; \quad a, b, c, d, e: \text{constants} \dots (10)$$

(10)式に含まれる $a \sim e$ は、いずれも実験的に定められるべき定数である。

* β_r は回転円筒法に基づく安息角である。松井¹²⁾の実験で $\beta_r=27.5^\circ$ である。本報の場合は、Table 1 に示した。

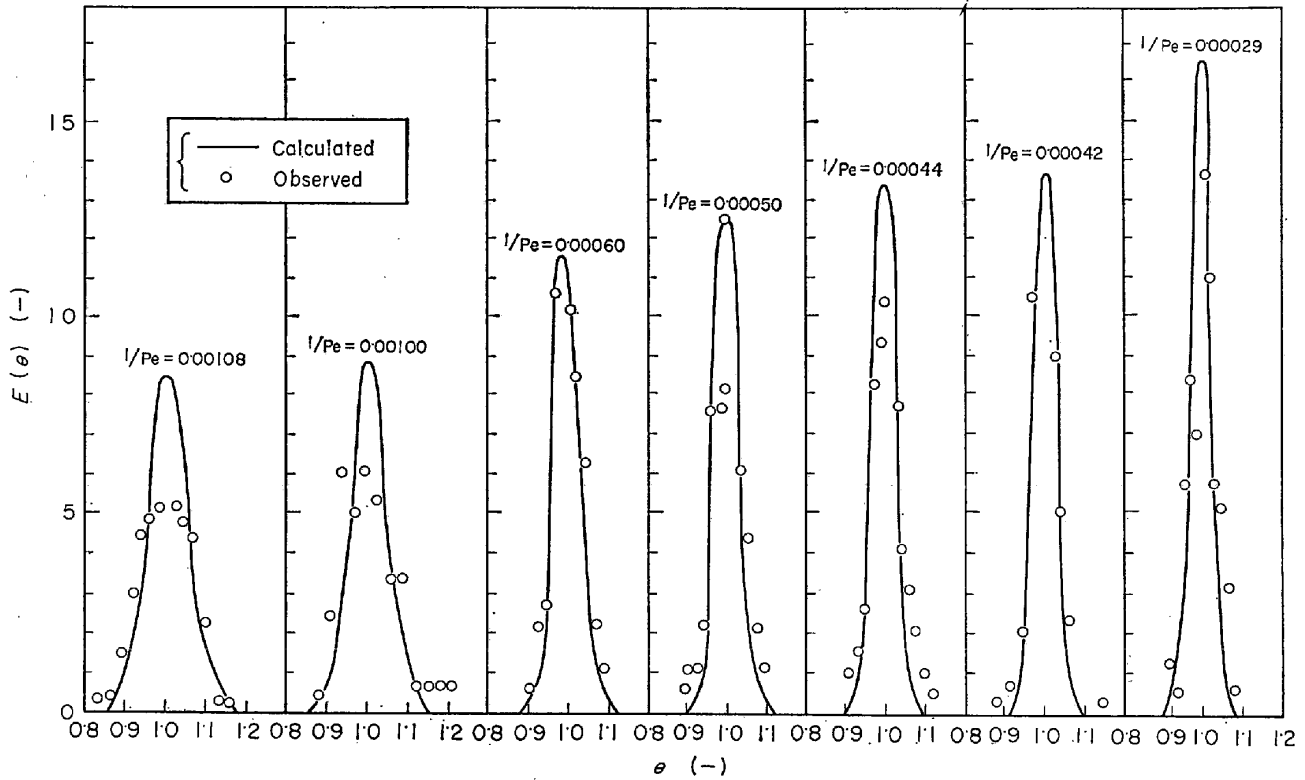


Fig. 3. Observed and calculated results on residence time distribution.

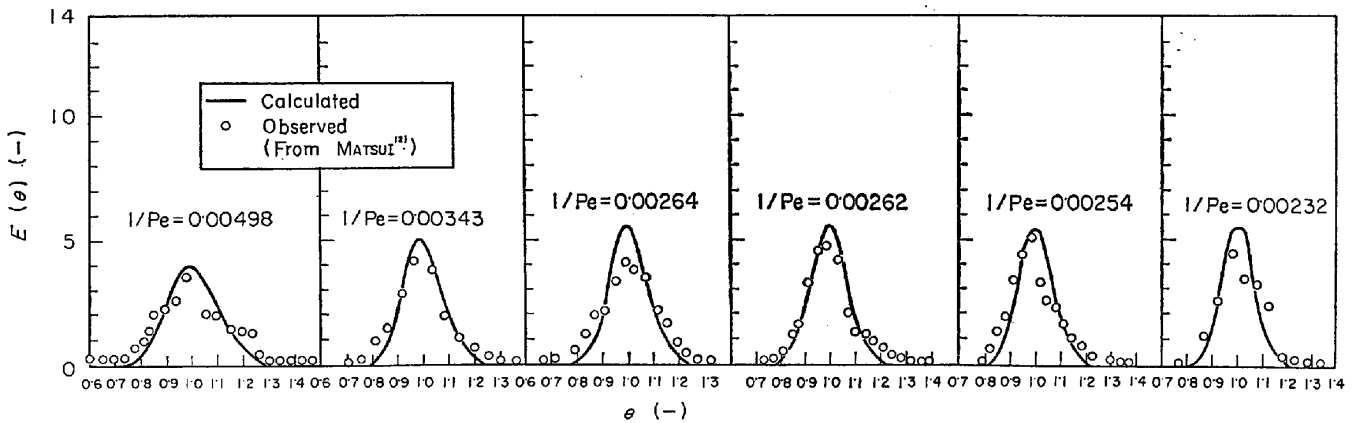


Fig. 4. Observed and calculated results on residence time distribution.

(10)式に基づき本報および松井¹²⁾の実験結果を整理して、定数 a ~ e を算出すると、ペクレ数 Pe に関する無次元相関式(11)が導かれる。

$$1/Pe = 9.46 \times 10^{-5} (F/D_t^3 \rho N)^{-0.516} (L/D_t)^{-0.524} (d_p/D_t)^{0.604} f^{-5.550} \dots \dots \dots (11)$$

Fig. 5 は(11)式に基づく 1/Pe の計算値と、実測に基づき決定されたそれとの比較を示したものである。

4.3 E_z に及ぼす回転速度の効果

従来、回転混合機の特性和関連して、回転円筒内の粒子の混合度に及ぼす回転速度 N の効果がしばしば検討されている。前節までに求められたペクレ数 Pe と(12)式

$$\bar{u} = L/\bar{\theta} = L / \int_0^\infty \theta E(\theta) d\theta \dots \dots \dots (12)$$

に基づく粒子の平均流速 \bar{u} の値を使用して、本報の実験に基づく E_z と N との関係を示したのが Fig. 6 である。図には、他の研究者⁹⁾¹⁰⁾¹²⁾の実験に関する結果をあわせてえがいた。この結果、軸方向粒子混合拡散係数 E_z が回転速度 N の 1/2 乗に比例すると述べた RUTGERS⁹⁾の結果は、本報の結果と相異していることがわかる。本報では、松井¹²⁾ および中村ら¹⁰⁾の結果と同様に E_z が N そのものに比例する結果となった。

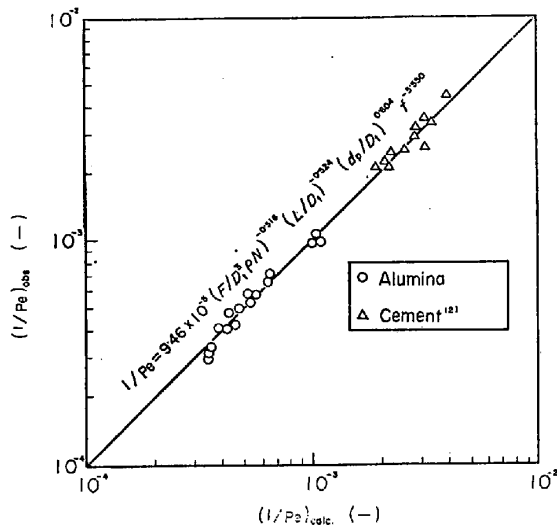


Fig. 5. Comparisons between observed and calculated Peclet numbers.

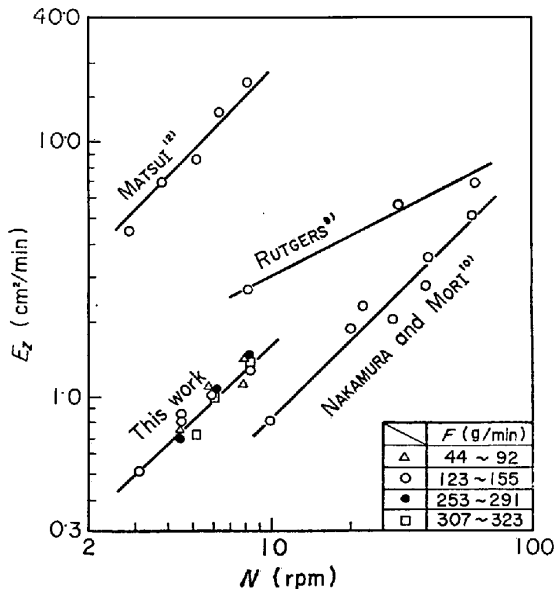


Fig. 6. Relations of axial dispersion coefficient with revolution rate of cylinder.

5. 結 論

回転炉内粒子の混合および滞留時間分布の特性を理論的および実験的に検討した。トレーサの拡散モデルの基礎式を厳密に解き、ペクレ数 Pe と粒子滞留時間分布の分散 σ^2 の関係式を示した。本報の理論に基づく粒子滞留時間分布関数の(7)および(9)式は、 $1/Pe=0.001\sim 0.002$ 付近を除いてほぼ忠実に実際の粒子挙動を記述する。

回転炉内の粒子混合特性を表わすペクレ数 Pe と各種因子の間の無次元相関式を誘導した。

回転円筒内における軸方向粒子混合拡散係数 E_z は、円筒回転速度 N に直接比例することを示した。

謝辞：実験装置の製作に便宜をはかれた名古屋工業大学無機材料工学科高津学助教授に感謝の意を表明する。

Appendix 1

(1)~(4)式の無次元表示は(A-1)~(A-4)式で与えられる。

$$\partial\zeta/\partial\theta = (1/Pe)\partial^2\zeta/\partial\eta^2 - \partial\zeta/\partial\eta \dots\dots\dots (A-1)$$

$$\theta=0, \eta\geq 0 \text{ で } \zeta=0 \dots\dots\dots (A-2)$$

$$\eta=0, \theta>0 \text{ で } -(1/Pe)\partial\zeta/\partial\eta = 1-\zeta \dots\dots\dots (A-3)$$

$$\eta=\infty, \theta>0 \text{ で } \zeta=\text{finite} \dots\dots\dots (A-4)$$

(A-2)式を考慮して(A-1)式をラプラス変換すると、

$$d^2\bar{\zeta}/d\eta^2 - Pe d\bar{\zeta}/d\eta - s \cdot Pe \bar{\zeta} = 0$$

ただし、

$$\bar{\zeta} = \int_0^\infty \zeta e^{-s\theta} d\theta$$

また、 s はラプラス変換定数である。したがって、上式の一般解は、

$$\bar{\zeta} = C_1 e^{\lambda_1 \eta} + C_2 e^{\lambda_2 \eta} \quad C_1, C_2 : \text{constants}$$

ここで λ_1 および λ_2 は、特性方程式：

$$\lambda^2 - Pe\lambda - s \cdot Pe = 0$$

の根であり、

$$\lambda_1, \lambda_2 = (Pe \pm \sqrt{Pe^2 + 4s \cdot Pe})/2 \dots\dots\dots (A-5)$$

また、(A-3)および(A-4)式に基づき、

$$C_1 = 0; C_2 = 1/s(1 - \lambda_2/Pe)$$

したがって、

$$\zeta = \frac{2}{s(1 + \sqrt{1 + 4s/Pe})} e^{(Pe - \sqrt{Pe^2 + 4s \cdot Pe})\eta/2} \dots\dots\dots (A-6)$$

(A-6)式を逆変換することにより、(A-7)式が求められる。

$$\zeta = Pe \cdot e^{Pe\eta/2} \int_0^\theta e^{-Pe\tau/4} \left\{ \left(\frac{1}{Pe\pi\tau} \right)^{1/2} e^{-\eta^2 Pe/4\tau} - \frac{1}{2} e^{Pe(2\eta + \tau)/4} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{\eta}{2\sqrt{\tau/Pe}} + \frac{Pe\sqrt{\tau/Pe}}{2} \right) \right\} d\tau \dots\dots\dots (A-7)$$

(A-7)式で $\eta=1$ とおけば、(6)式が与えられる。

Appendix 2

分散の定義式(8)式に(7)式を代入すると、

$$\sigma^2 = \frac{\sqrt{Pe}}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{Pe/2} \int_0^\infty \theta^{3/2} e^{-Pe(\theta+1/\theta)/4} d\theta - \frac{Pe}{2} e^{Pe} \int_0^\infty \theta^2 \cdot \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\sqrt{Pe}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\theta}} + \sqrt{\theta} \right) \right\} d\theta - 1 \dots\dots\dots (A-8)$$

いま、 θ に関する2つの関数 f_1 および f_2 のどちらか一方が θ の整式、または、正べき級数に展開できるときラプラス変換の定義に基づき、

$$f_1 \cdot f_2 \supset f_1(-d/ds) F_2 \text{ or } f_2(-d/ds) F_1$$

の関係が成り立つ¹³⁾。ただし、 F_1 および F_2 は f_1 および f_2 の像関数である。そこで、(A-8) 式右辺の第 1 項に含まれる積分 I_1 は $(1/\sqrt{\pi\theta})e^{-k^2/4\theta} \supset (1/\sqrt{s})e^{-k\sqrt{s}}$ から、

$$I_1 = \frac{d^2}{ds^2} \sqrt{\pi/s} e^{-k\sqrt{s}}$$

ここで、 $k = \sqrt{Pe}$ 、 $s = Pe/4$ であるから、

$$I_1 = (\sqrt{\pi}/4) (96/Pe^{5/2} + 48/Pe^{3/2} + 8/Pe^{1/2}) e^{-Pe/2} \dots\dots\dots (A-9)$$

(A-8) 式右辺第 2 項に含まれる積分 I_2 を、変形すれば、

$$I_2 = Pe \cdot e^{-Pe/2} \int_0^\infty \theta^2 \left\{ \frac{1}{Pe} e^{(2Pe + Pe \cdot \theta)/4} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{Pe}}{2\sqrt{\theta}} + \frac{\sqrt{Pe \cdot \theta}}{2} \right) \cdot e^{-Pe \cdot \theta/4} d\theta \right.$$

$$\left. De^{hx} + Dh^2\theta \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{D\theta}} + h\sqrt{D\theta} \right) \right\} \supset e^{-qx}/q(q+h),$$

($q = \sqrt{s/D}$) から I_1 の場合と同様にして、

$$I_2 = Pe \cdot e^{-Pe/2} \frac{d^2}{ds^2} \frac{e^{-\sqrt{s/D}}}{\sqrt{s/D}(\sqrt{s/D} + h)}$$

ここで、 $D = 1/Pe$ 、 $h = Pe/2$ 、 $s = Pe/4$ であるから、

$$I_2 = (2/Pe + 16/Pe^2 + 40/Pe^3) e^{-Pe/2} \dots\dots\dots (A-10)$$

(A-9) および (A-10) 式を (A-8) 式に代入することにより、

$$\sigma^2 = 4/Pe^2 + 4/Pe \dots\dots\dots (A-11)$$

(A-11) 式を $1/Pe$ について解いて、(9) 式の関係が求められる。

記 号

- c, c_0 : トレーサ粒子の個数濃度, (—)
- d_p : 粒子直径, (cm)
- D_t : 円筒直径, (cm)
- E_z : 軸方向粒子混合拡散係数, (cm²/min)

- f : 粒子摩擦係数 = $\tan \beta_r$, (—)
- F : 粒子供給速度, (g/min)
- L : 円筒長さ, (cm)
- N : 円筒回転速度, (r. p. m.)
- t : 時間, (min)
- \bar{u} : 粒子平均流速, (cm/min)
- z : 円筒内の位置変数, (cm)
- β_r : 安息角, (°)
- $\bar{\theta}$: 粒子平均滞留時間, (min)
- ρ : 粒子のみかけ密度, (g/cm³)
- σ^2 : 分散, (—)

文 献

- 1) たとえば、荒川、伊与田：鉄と鋼：49 (1963), p.1861; 西田、谷村、山本：鉄と鋼，59 (1973), S 321; 下里、板野、白石：鉄と鋼，59 (1973), S 323
- 2) J. D. SULLIVAN, C. G. MAIER, and O. C. RALSTON: U. S. Bur. Mines, Tech. Papers, (1927), p.384
- 3) W. C. SAEMAN : Chem. Eng. Progr., 47 (1951), p.508
- 4) R. W. PICKERING, F. FEAKERS, and M. L. FITZGERALD: J. Appl. Chem., 1 (1951), p.13
- 5) L. VAHL and W. G. KINGMA : Chem. Eng. Sci., 1 (1952), p.253
- 6) 杉本：化学工学，32 (1968), p.291
- 7) L. T. FAN and Y. K. AHN: Appl. Sci. Res., 10 (1961) Sec A, No 6, p.465
- 8) 森、神保、山崎：化学工学，28 (1964), p.204
- 9) R. RUTGERS: Chem. Eng. Sci., 20 (1965), p.1079; p.1089
- 10) 中村：森：化学工学協会第 9 回総合シンポジウム講演前刷集，(1970), p.26
- 11) H. KRAMARS and P. CROOCKEWIT: Chem. Eng. Sci., 1 (1952), p.259
- 12) 松井：名古屋工業大学卒業論文，(1972)
- 13) 近藤次郎：演算子法 (1956), p.28, [培風館]