

## 技術資料

UDC 621.746.27.047 : 620.18 : 532.5 : 536.421.4

## 連続鋳造のモデルによる解析\*

大井 浩\*\*・松野 淳一\*\*\*

## Model Analysis of Continuous Casting

Hiroshi Ooi and Jun-ichi MATSUNO

## 1. 結 言

連続鋳造における凝固現象を熱伝達問題としてとらえ、設計や実際操業の指針となるようにモデルに解析する試みは古くからなされており、多くの有用な知見が得られている。とくに、経験の乏しかった創始の頃には設計および操業のよりどころとして不可欠であった。

このようなモデル解析の利点は、条件を大幅に変えることができるので非現実的な条件に対しても必ず解答が得られることである。これによつて、設計あるいは操業上の限界条件を予想して安全な範囲内に諸条件をおさめることが可能になる。すなわちモデル解析は一種の思考実験である。

近年連続鋳造設備の急速な普及と操業経験の蓄積に対してモデル解析が追従していないように見える。しかし、連続鋳造設備の設計や鋳造条件を決定するための基礎理論はたえず要求される場所である。またたとえば鑄片の表面割れや断面欠陥、中心部の偏析や介在物分布の問題に関しては、冶金学的な追求のほかに凝固現象に関して適確な知識を与えるモデル解析が必要である。したがつてモデルとしてもそれだけ精緻なもの、いかえれば現象をより正確に表現するものが要求される。現在までのモデル解析がそのような品質問題の解決に対して有力な武器となるまでにいたっていないことは残念であるが、今後多くの研究者達の努力がその方向に向けられることは疑いないであろう。

過去のほとんどのモデル解析は熱伝導の問題に限定されているが、鑄片の内部欠陥などに関連づけるためにはクレーター内の溶鋼の流動を表現できるモデルが必要となる。この分野の開発はまだきわめて不十分である。また、伝熱解析にしても表面における冷却条件をできるだけ詳細にインプットして凝固厚さと表面温度の変化を正しく推定することが、さらに進んだ解析を行なうために

重要である。この観点から、本稿はタンディッシュおよび鑄型内の溶鋼の流動から鑄片の凝固および冷却までのモデル解析の方法についてまとめた。

## 2. 溶鋼の流動

## 2.1 タンディッシュ内溶鋼の混合

連続鋳造における利点の一つは製造される鑄片が均質なことである。ただしその利点を生かす前提条件として、鑄込まれる溶鋼が成分、温度ともに均一でなければならない。特に温度は安定して鑄込みを続けるために極端に変動してはならない。また最近では能率と歩留りの向上のために多連鑄化が進められているが、その際ヒートの継ぎ目で成分、温度の急変が起りやすい。ここでタンディッシュ内での溶鋼の混合が問題になつてくる。

森ら<sup>1)</sup>はタンディッシュ内に RI を投入してそれが 3 個のノズルからどのように排出されるかを調査した。その結果は図 1 に示すとおりで、取鍋からの注入流にもつとも近い No 1 ストランドでは直ちに大量に排出され急激に減少するが、注入流から離れるにつれて排出のピークが遅れかつ減少もゆるやかである。このように複数個のノズルを有するタンディッシュにおいては槽全体を完全混合とみなすことには無理がある。

著者ら<sup>2)</sup>はこのような実験結果をもとに、4 ストランド用のタンディッシュについて図 2 に示すような 5 個の完全混合槽よりなるモデルを設定した。すなわち、4 個のノズルそれぞれに付属した完全混合槽が直列に連なつた部分と、これに並列して各ノズルに共通な 1 個の完全混合槽よりなるモデルである。この場合、取鍋から注入された溶鋼が 2 つの系列にどのように配分されるかによつて、各ノズルから流出する溶鋼のタンディッシュ内滞留

\* 昭和48年12月5日受付(依頼技術資料)

\*\* 川崎製鉄(株)技術研究所水島研究室 工博

\*\*\* 川崎製鉄(株)技術研究所水島研究室

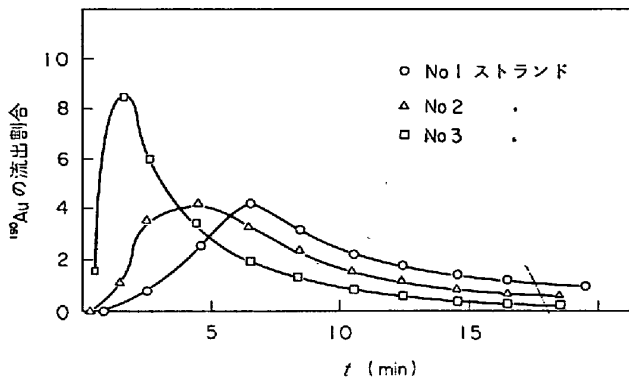


図 1  $^{190}\text{Au}$  をタンディッシュに挿入してからの時間と各ストランドの流出割合の関係 (t :  $^{190}\text{Au}$  挿入後時間)

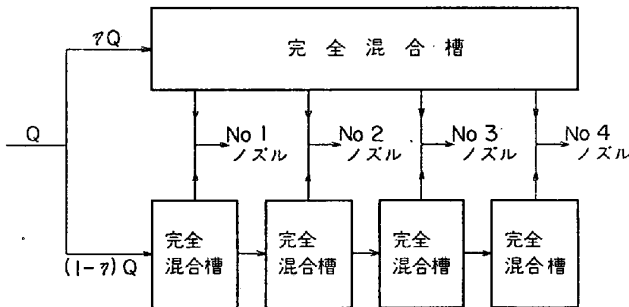


図 2 タンディッシュ内溶鋼の混合モデル<sup>2)</sup>

時間分布が定まることになる。各完全混合槽の大きさが等しい場合の滞留時間分布は (1)~(4) 式で与えられる。

$$E_1(\phi) = \eta e^{-\phi} + 4(1-\eta)e^{-4\phi} \dots\dots\dots (1)$$

$$E_2(\phi) = \eta e^{-\phi} + 12(1-\eta)(e^{-3\phi} - e^{-4\phi}) \dots\dots (2)$$

$$E_3(\phi) = \eta e^{-\phi} + 12(1-\eta)(e^{-2\phi} - 2e^{-3\phi} + e^{-4\phi})$$

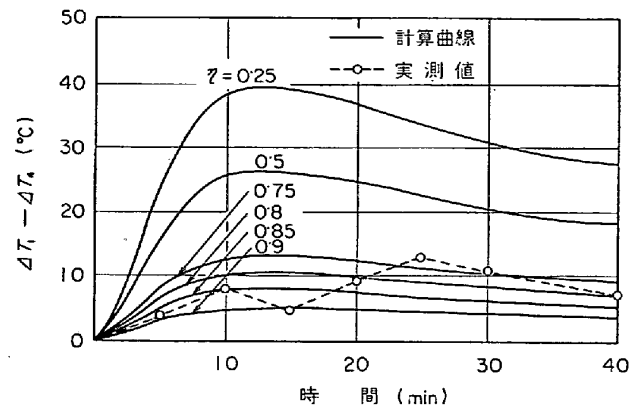


図 3 No. 1 ノズルと No. 4 ノズルにおける温度降下の差に対する η の影響<sup>2)</sup>

$\Delta T_1$  : No. 1 ノズルにおける温度降下,  
 $\Delta T_4$  : No. 4 ノズルにおける温度降下

$$\dots\dots\dots (3)$$

$$E_4(\phi) = \eta e^{-\phi} + 4(1-\eta)(e^{-\phi} - 3e^{-2\phi} + 3e^{-3\phi} - e^{-4\phi}) \dots\dots\dots (4)$$

ただし  $\phi$  は無次元時間で (5) 式で定義される。

$$\phi = Q\theta/V \dots\dots\dots (5)$$

ここで

Q : 取鍋からの溶鋼容積流量 (l/min)

V : タンディッシュ内溶鋼体積 (l)

Q : 時間 (min)

$E_i(\phi)$  : i 番目のノズルに対する滞留時間分布関数

η : 共通完全混合槽への溶鋼分配率

著者らはこのモデルにもとづき、各ノズルから流出する溶鋼の温度の時間変化を計算した。すなわち、タンデ

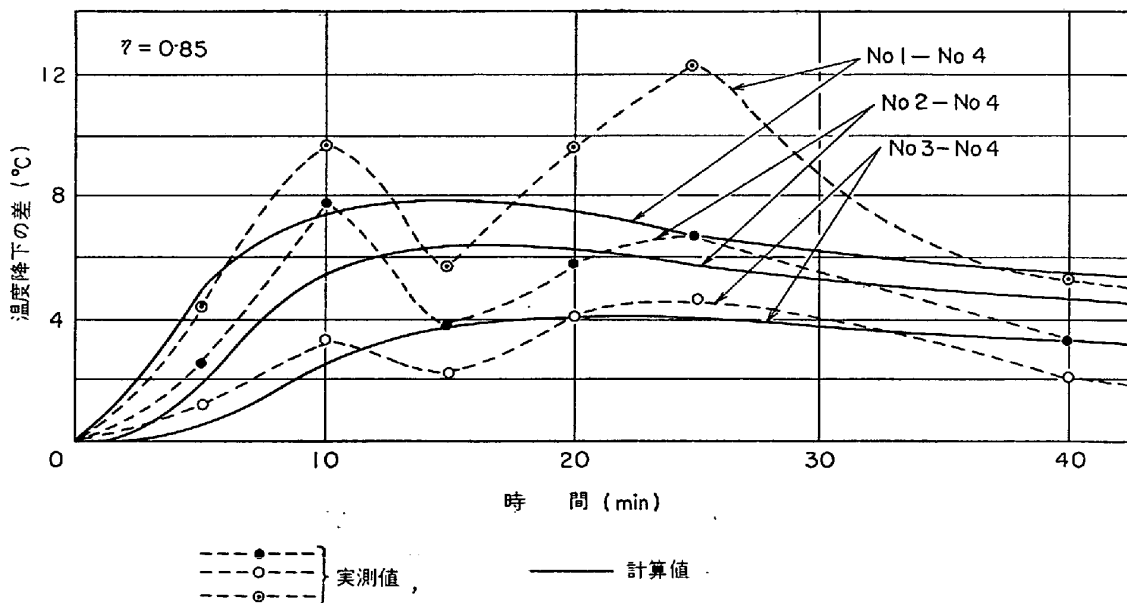


図 4 各ノズル間の温度降下の差に関する計算値と実測値の比較<sup>2)</sup>

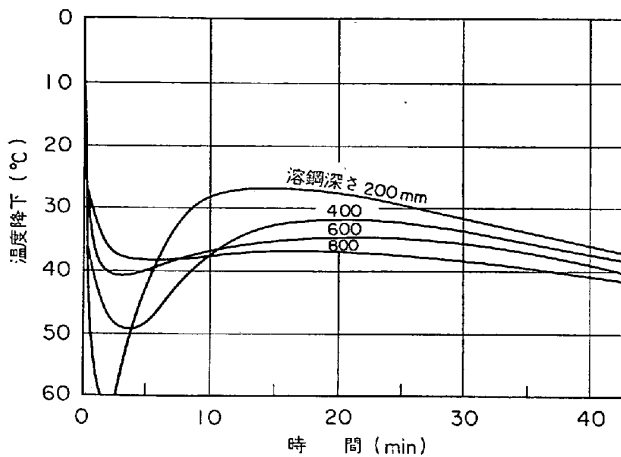


図5 タンディッシュ内溶鋼温度の変動におよぼす溶鋼深さの影響<sup>2)</sup>

ィッシュ内でスラグ層および容器壁を通して失われる熱量を理論的に計算し、各完全混合槽内における熱収支をとつて逐次的に温度変化を求めた。その際、取鍋から流入する溶鋼の温度は時間と共に直線的に降下するとみなしその勾配をパラメータとしている。実測値と比較した結果、その温度降下の速度は0.5°C/minとするのが適当であつた。

このモデルにおける流量分配率  $\eta$  は両端のノズル No 1 と No 4 における温度差と実測値を比較することにより定められる。その結果を図3に示す。 $\eta = 0.75 \sim 0.9$  とすることにより、タンディッシュ内の溶鋼の混合状態が図2のモデルで近似できることがわかる。図4にはその他のノズルも含めた各ノズル間の温度差の計算値と実測値の比較を示した。計算では取鍋からの注入が連続的に行なわれるとしているが、実際には断続的に行なわれることが温度測定値のパラッキの原因と考えられる。

著者らはこのモデルにもとづき、タンディッシュ内溶鋼温度の変動を少なくする条件について検討した。たとえばタンディッシュの形状について溶鋼深さが600mm以上であれば溶鋼温度はほぼ一定に保たれる。その様子を図5に示す。

2.2 クレーター内の溶鋼の流動

連続鋳造においては通常造塊法と異なり、常に注入と凝固が同時に行なわれる。すなわち凝固の全期間にわたつて注入流の影響を受ける。そこで、まず注入流によつてクレーター内に引き起こされる流動について調べることにする。

クレーター内の流動に関する模型実験は数多くなされておられ、ノズル設計などに利用されているが、計算でこれを模擬しようとする試みは少ない。最近SZEKELYら<sup>4)</sup>が数値計算によりこの流動を解析した結果について報告

したが、実際の流動と完全に対応させるまでにはいつていない。しかしこの研究は流動の問題を解明する新しい方法としてきわめて興味深いので以下に概説する。

問題の困難さは流れが乱流であることにある。層流の場合とは異なり、乱流の場合には粘性係数が単なる物性値ではなく流れの強さによつて定まるので、解析が複雑でかつ計算量が膨大になるからである。SZEKELYらはその困難さにもかかわらず、問題に正面から取り組んでいる。計算の基礎式は連続の式と運動方程式である。

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla P - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} \dots\dots\dots (7)$$

ここに  $\boldsymbol{\tau}$  は応力テンソルであり、速度ベクトル  $\mathbf{V}$  と次の関係にある。

$$\boldsymbol{\tau} = \mu_e \text{grad } \mathbf{V} \dots\dots\dots (8)$$

ただし

$\rho$ : 密度,  $P$ : 圧力,  $\mathbf{g}$ : 外力ベクトル,

$t$ : 時間

また  $\mu_e$  は有効粘性係数で、分子粘性係数  $\mu$  と乱流粘性係数  $\mu_t$  の和である。

$$\mu_e = \mu + \mu_t \dots\dots\dots (9)$$

$\mu_t$  に関しては KOLMOGOROV-PRANDTL のモデルにより

$$\mu_t = C_\mu \rho \epsilon^{1/2} \lambda_\mu \dots\dots\dots (10)$$

ただし

$\epsilon$ : 乱流エネルギー,  $\lambda_\mu$ : 混合距離

$\lambda_\mu$  は DIENST にしたがつて

$$\lambda_\mu = d [1 - \exp(-A_\mu \cdot Re_t)] \dots\dots\dots (11)$$

ただし

$d$ : 固体壁までの最短距離

$A_\mu$ : 定数

$Re_t$  は乱流レイノルズ数で

$$Re_t = d \rho \epsilon^{1/2} / \mu \dots\dots\dots (12)$$

このように、乱流粘性係数を定めるには乱流エネルギー  $\epsilon$  を知らねばならない。 $\epsilon$  は位置により異なるので、これを求めるための収支式が(6)、(7)式のほかに必要である。結局、合計10個の式を連立させて数値的に計算することになるので、計算量としては著しく膨大になる。

SZEKELYらは直径8インチの鋳型について16×15の網目点を取り計算した結果を模型実験結果<sup>3)</sup>と比較した。図6が計算による流線を示し、図7が模型実験による流線である。両者はパターンとしては類似しているが渦の中心位置がずれており、完全な対応を示しているとはいいがたい。これについては網目点のとり方が少なすぎるためと説明されている。

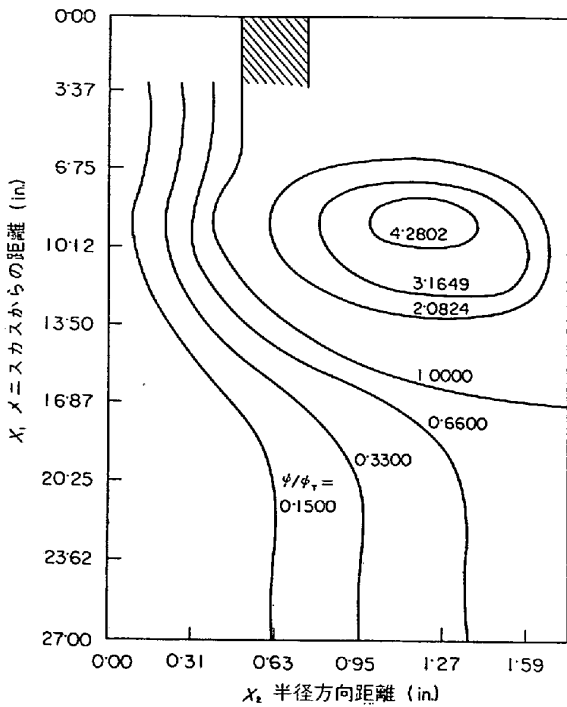
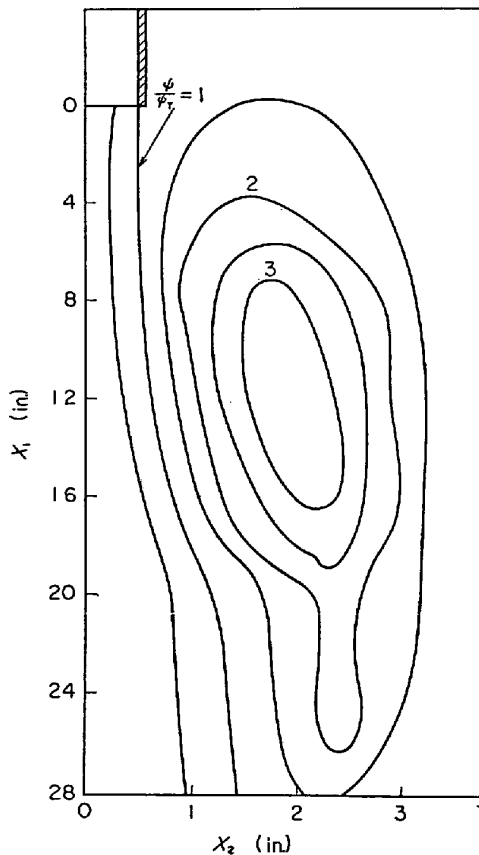


図 6 円柱形鋳型内における流線図 (計算)<sup>4)</sup>



(X<sub>1</sub>:メニスカスからの距離, X<sub>2</sub>:半径方向距離)  
図 7 円柱形鋳型内における流線図 (水モデル実験)<sup>5)</sup>

SZEKELY らはこの方法によりさらに介在物の分布の問題あるいは注入流の偏りの問題などについて検討を加えているが、計算の精度に問題があり現在のところ模型実験から得られる情報におよばないというべきであろう。しかし流動問題の解明に対するアプローチの方法として重要な分野であり、今後の研究の進展に期待したい。

一方、SZEKELY らとはまったく逆に、クレーター内の混合を完全にモデル化して取り扱った著者ら<sup>6)</sup>の試みがある。すなわちスラブの連続鋳造に関して流動の具体的なパターンには一切触れず、混合拡散係数を位置の関係として与える拡散モデルによつてクレーター内溶鋼の混合を記述しようとした。

拡散モデルにもとづいた物質収支式は、メニスカスから z の位置で (13) 式で与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \left( \frac{E_z}{S} \cdot \frac{dS}{dz} + \frac{dE_z}{dz} - U_1 \right) \frac{\partial C}{\partial z} \dots \dots (13)$$

ここに

C : 濃度, t : 時間, z : メニスカスからの距離

S : クレーター厚さ, E<sub>z</sub> : 混合拡散係数

U<sub>1</sub> : 引抜速度

混合拡散係数 E<sub>z</sub> はクレーター厚さの関数と考えられるがクレーターの底で

$$z = z_f \text{ で } E_z = 0 \text{ かつ } dE_z/dz = 0 \dots \dots \dots (14)$$

ただし z<sub>f</sub> : クレーター深さ

なる条件を満たすもつとも簡単な関数形を考えて

$$E_z = E_z^0 \left\{ 1 - (m+1) \left( \frac{S^0 - S}{S^0} \right)^m + m \left( \frac{S^0 - S}{S^0} \right)^{m+1} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

とおく。ここに

E<sub>z</sub><sup>0</sup> : z = 0 における E<sub>z</sub> の値

S<sup>0</sup> : スラブ厚さ

m : パラメーター

クレーター厚さ S は伝熱計算による凝固厚さから求まるので、E<sub>z</sub><sup>0</sup> と m を与えれば濃度の位置と時間による変化が計算できる。

著者ら<sup>6)</sup>は異鋼種間の連続連鋳鋳造のデータを用いて E<sub>z</sub><sup>0</sup> と m を求める方法をとつた。図 8 に異鋼種間の継ぎ目近傍における Mn の濃度変化を示す。取鍋から流出する溶鋼成分はステップ的に変化するがタンディッシュ内では混合によつて指数関数的に変化している。さらにモールド内でも混合によつて濃度変化が遅れている。凝固後のスラブ内濃度で見ると表面はモールド内溶鋼と変わらないが、中心はかなり下方から変化を始めており、後鍋の溶鋼がかなり深くまで侵入していることを示している。

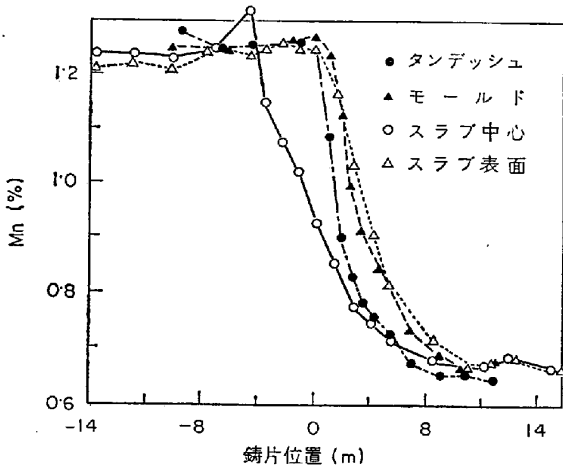


図8 異鋼種間連続鋳造における継目近傍の濃度変化<sup>5)</sup>

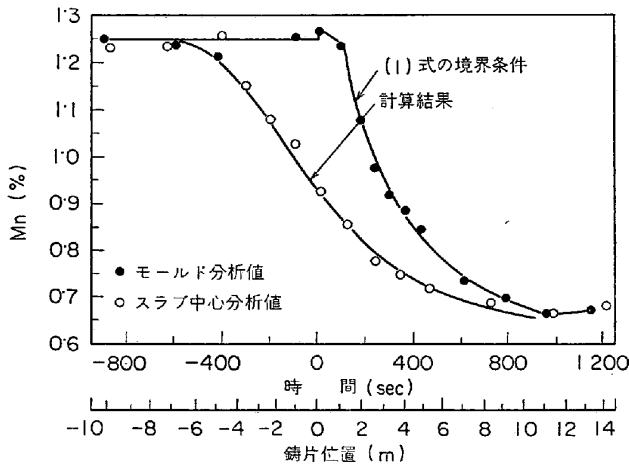
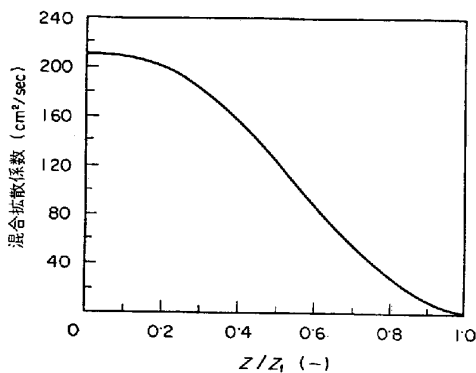


図9 スラブ鋳造方向の Mn 濃度変化の計算値と測定値の比較<sup>5)</sup>



Z: メニスカスからの距離, Z<sub>1</sub>: クレーター深さ

図10 クレーター内各位置の混合拡散係数<sup>5)</sup>

メニスカスにおける Mn 濃度としてモールド内溶鋼分析値を用いてクレーターの底における Mn 濃度を計算し、スラブ中心分析値と一致するような  $E_2^0$  と  $m$  を求めた結果  $m=4.9$ ,  $E_2^0=2.1 \times 10^2 \text{ cm}^2/\text{sec}$  なる値が得られた。この場合の実測値と計算値の比較を図9に、

$E_2$  の位置による変化を図10に示す。図9はスラブ中心における実測値と計算値の比較であるが、スラブ断面内で各位置の比較もよい一致をみせており、図10に示した  $E_2$  の位置による変化が実際に近いものであることがわかれる。

またこのモデルでは溶鋼内成分濃度は長さ方向にのみ変化し、幅方向あるいは厚さ方向には均一とみなしている。スラブ断面内の濃度分布により、幅端部をのぞけばこの近似がほぼ妥当であることも確かめられている。

以上、鋳片内未凝固溶鋼の流動と混合についての対照的な2つの報告を紹介した。最終凝固部の偏析や大型介在物の分布などに対してクレーター内の流動の影響が大きいことはよく知られているが、それにもかかわらずこの問題に関する解析がこの2論文以外にみあたらないことは物足りない。解析の困難さもあるが、もつと力を注がれてしかるべき分野である。

### 3. 凝固と伝熱の解析

#### 3.1 概説

連続鋳造の伝熱解析は主に凝固量の計算を目的に進められてきた。その歴史的な経過や解析手法の分類については広沢<sup>6)</sup>の解説にくわしく述べられている。また牛島<sup>7)</sup>および森山<sup>8)</sup>は最近の重要な研究についてかなり詳細に説明を加えている。

これまでに行なわれている解析の手法を大別すると

- 1) アナログ法
- 2) 解析的方法
- 3) 数値計算法

の3種になる。このうちアナログ法は伝熱現象を流体あるいは電気の流れでシミュレートする<sup>20)</sup>もので、伝熱領域を適当に分割して各部分の温度の時間的な変化を追跡するという原理は数値計算法と変わりがなく、時間に関する積分が厳密である点が特長であるが、装置的な制約から距離に関する分割数をあまり多く取れない欠点がある。このため現在では大型計算機を用いて距離に関しても時間に関しても分割を十分細かくして計算精度を高めようになつた数値計算法がアナログ法に対して完全に優位な立場に立ち、アナログ法の意義はほとんど失われたと言える。したがってここでは解析的方法と数値計算法について両者を比較する形で簡単に説明する。

まず解析的方法で取り扱いうる問題には多くの制約がある。第1に2次元的な凝固問題を解くことがほとんど不可能であつて、ブルームやピレットのような正方形に近い断面の鋳片に対しては凝固の初期に対してのみ有効である。もし最終凝固まで計算しようとするれば円柱で近

似して1次元問題になおすなどの手段が必要である。次に、諸物質値が温度によつて変化する場合は一般に解析解が得られない。これまでになされている解析ではすべて物性値一定の条件がつけられている。また表面の冷却条件は湯面からの距離によつて変化するが、これがあまり複雑に変化する場合は取り扱えない。このような制約があるので、解析的方法は個々の連続鑄造設備についての凝固・伝熱現象を正確に把握するという目的には適していない。この方法の持つ意義は、凝固問題を一般的にとらえて鑄込まれる金属の物性値と装置定数、冷却条件などの関係についての広い見通しを与えることにある。

これに対して数値計算法では上のような制約はほとんどなく、どのような条件についても計算が可能である。ただ、条件を具体的に与えて個別的に計算するのであまり一般的な規則性などを見出すことは困難である。したがつて、この方法は具体的な設計計算とか既存設備についての適正操作条件の設定に必要な情報を得るのに適している。

解析の手法については、両者にそれほどの差があるわけではない。どちらの方法も、鑄片内の温度分布をそれぞれ特定の点のまわりのMACLAURIN展開で表わし、これを有限項で打ち切つた形で近似している点では共通している。すなわち任意断面における鑄片内の温度分布を

$$T(x) = T(x_0) + \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=x_0} (x-x_0) + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]_{x=x_0} (x-x_0)^2 + \frac{1}{6} \left[ \frac{\partial^3 T}{\partial x^3} \right]_{x=x_0} (x-x_0)^3 \dots (16)$$

ただし

$T$  : 型度,  $x$  : 厚さ方向座標,  $x_0$  : 基準点座標の形で表わす。異なつてゐるのは、解析的方法では展開の基準点が1個であり、固相内全体の温度分布を1個の展開式で表わすのに対して、数値計算法では鑄片内を多くの区間に分割してその各区間について別々の展開を行なう点である。解析的方法における展開の基準点の位置は固相領域の両端すなわち凝固面と鑄片表面のいずれかであり、数値計算法の基準点は鑄片内に適宜にとつた網目点である。近似式の次数としては、解析的方法で1次式および3次式の例もあるが一般には2次式が用いられる。なお数値計算法においては基礎式である微分方程式を3点法による中心差分で近似するのが普通であるが、これも(16)式から容易にわかるように

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=x_0} = \frac{T(x_0 + \Delta x) - T(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \dots (17)$$

$$\left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]_{x=x_0} = \frac{T(x_0 + \Delta x) - 2T(x_0) + T(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2}$$

$$\dots (18)$$

なので、展開を2次式で打ち切つたものと等価である。

したがつて計算上の相異点として、解析的方法では最終的に1個の常微分方程式に帰着して解析解が得られるのに対して、数値計算法では網目点の数だけの式よりなる多元連立常微分方程式を解くことになり数値的な解法によらざるをえない。

### 3.2 計算の方法

先に述べたように、解析的方法では固相内の温度分布を1個の多項式で近似する。その係数は境界条件から定められるが、MACLAURIN展開の基準点をどこにとるかによつて用いる境界条件が若干異なる。基準点を凝固面にとつた例としては森山ら<sup>12)</sup>とFÖRSTER<sup>13)</sup>の解析がある。FÖRSTERのものが簡明なのでこれについて紹介する。

基礎式および境界条件は

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \dots (19)$$

$$x=0 \text{ (鑄片表面) で } k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_a) \dots (20)$$

$$x=X \text{ (凝固面) で } T = T_m \dots (21)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial x} = L \frac{dX}{dt} \dots (22)$$

ここに

- $\alpha$  : 熱拡散率 ( $=k/c\rho$ ),  $c$  : 比熱,  $\rho$  : 密度
- $k$  : 熱伝導度,  $h$  : 鑄片表面の伝熱係数,
- $L$  : 凝固潜熱,  $T_a$  : 冷却水温度,  $T_m$  : 凝固温度
- $t$  : 時間,  $x$  : 厚さ方向距離,  $X$  : 凝固厚さ

ただし、液体が過熱度を有するときはその分の顕熱を凝固潜熱に含める。

(16)式において $x_0=X$ とし、境界条件(21)および(22)式を用いると固相内の温度分布として次式が得られる。

$$T(x) = T_m + \frac{L}{k} \frac{dX}{dt} (x-X) + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]_{x=X} (x-X)^2 \dots (23)$$

残る未定の係数 $[\partial^2 T / \partial x^2]_{x=X}$ を定めるために境界条件(21)式の全微分形

$$\left[ \frac{dT}{dt} \right]_{x=X} = \left[ \frac{\partial T}{\partial t} \right]_{x=X} + \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=X} \frac{dX}{dt} = 0 \quad (24)$$

を用いる。(24)式と基礎式から

$$\left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]_{x=X} = -\frac{L}{\alpha k} \left( \frac{dX}{dt} \right)^2 \dots (25)$$

が得られ、凝固面における境界条件から固相内の温度分布が(26)式のように求められた。

$$T(x) = T_m + \frac{L}{k} \cdot \frac{dX}{dt} (x-X) - \frac{L}{2\alpha k} \left(\frac{dX}{dt}\right)^2 (x-X)^2 \dots\dots\dots (26)$$

この式を用いて鋳片表面における温度と温度勾配を求めて境界条件 (20) 式に代入することにより、凝固速度  $dX/dt$  と凝固厚さ  $X$  の関係が (27) 式のように得られる。

$$\frac{X}{2} \left(2 + \frac{hX}{k}\right) \left(\frac{dX}{dt}\right)^2 + \alpha \left(1 + \frac{hX}{k}\right) \frac{dX}{dt} - \frac{\alpha^2 C \rho (T_m - T_a)}{L} = 0 \dots\dots\dots (27)$$

ここで  $X$  および  $t$  を次のように無次元化する。

$$X^* = X/X_0, \quad t^* = \alpha t/X_0^2 \dots\dots\dots (28)$$

ただし

$X_0$ : 鋳片厚さ

これによつて (27) 式は 2 個の無次元数

$$Bi = hX_0/k, \quad Ph = L/C\rho(T_m - T_a) \dots\dots\dots (29)$$

のみを含む一般的な表現になる。

$$\frac{X^*}{2} (2 + Bi X^*) \left(\frac{dX^*}{dt}\right)^2 + (1 + Bi X^*) \frac{dX^*}{dt} - \frac{Bi}{Ph} = 0 \dots\dots\dots (30)$$

$Bi$  はビオ数,  $Ph$  は FÖRSTER により相変化示数と定義された量である。(30) 式を  $(dX^*/dt)$  について解き、積分することにより無次元凝固厚さが無次元時間の関数として次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} t^* &= \frac{Ph}{4Bi} X^* (2 + Bi X^*) + \frac{Ph}{4Bi^2} \{ (1 + Bi X^*) R - 1 \} \\ &\quad - \frac{1}{2Bi^2 \sqrt{1 + \frac{2}{Ph}}} \ln \left[ \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{2}{Ph}}} \right. \\ &\quad \left. \left\{ R + \sqrt{1 + \frac{2}{Ph}} (1 + Bi X^*) \right\} \right] \\ R &= \sqrt{(1 + Bi X^*)^2 + 2 Bi X^* (2 + Bi X^*) / Ph} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

森山ら<sup>12)</sup>の得た解も表式は異なるが内容的にはまったく同一のものである。森山らはそのほかに基礎式を鋳片表面から凝固面まで積分した (32) 式を用いる方法でも計算している。

$$\frac{d}{dt} \int_0^X T dx = T_m \frac{dX}{dt} + \alpha \left( \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=X} - \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=0} \right) \dots\dots\dots (32)$$

つぎに HILLS<sup>11)</sup> は固相内の温度分布を鋳片表面のまわりに MACLAURIN 展開した 3 次式で近似した。境界条件 (20)~(22) 式のほかに、鋳片表面で基礎式およびその微分形を適用して導いた関係

$$\left[ \frac{\partial^3 T}{\partial x^3} \right]_{x=0} = \frac{h}{k} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]_{x=0} \dots\dots\dots (33)$$

を用いて温度分布式の係数を定め、(32) 式によつて凝固速度と凝固厚さの関係を (34) 式のように求めた。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX^+}{dt^+} &= \frac{12B}{6B^2(Ph+1) - D + \sqrt{[6B^2(Ph+1) - D]^2 + 24PhAB}} \\ A &= X^+ (X^+ + 2) (X^+ + 3) \\ B &= X^+ + 1 \\ D &= 5(X^+)^2 + 12X^+ + 6 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

ただし  $X^+$  と  $t^+$  は凝固厚さと時間を次のように無次元化したものである。

$$X^+ = hX/k = Bi X^*, \quad t^+ = \alpha h^2 t/k^2 = Bi^2 t^* \dots (35)$$

(34) 式右辺の根号の中は  $X^+$  の 4 次式であるため積分不能で、凝固厚さと時間の関係を求めるには数値積分を行なわなければならない。

一方、数値計算法の代表例は MIZIKAR<sup>17)</sup> のものである。計算の基礎式としては (19) 式よりも一般的な

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (36)$$

を用い、熱伝導度の温度依存性を考慮して

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{c\rho} \left[ k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{dk}{dT} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (37)$$

の形で計算を行なつた。(37) 式は (19) 式にくらべて右辺第 2 項が付加された形である。KUNG<sup>16)</sup>によれば、この項の有無によつて最終凝固位置の計算値で 6~11% の差が生じる。右辺の微分を (17) および (18) 式により差分化し、左辺の時間微分を前進差分で近似すれば

$$\left. \begin{aligned} T'(x_0) &= T(x_0) + \frac{\Delta t}{c\rho(\Delta x)^2} [k\{T(x_0 + \Delta x) + T(x_0 - \Delta x) \\ &\quad - 2T(x_0)\} + \frac{1}{4} \frac{dk}{dT} \{T(x_0 + \Delta x) - T(x_0 - \Delta x)\}^2] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

ただし

$\Delta t$ : 時間差分,  $T'$ :  $\Delta t$  後の温度

数値計算法では鋳片表面における境界条件 (20) 式と鋳片中心における境界条件

$$x = X_0 / 2 \text{ で } \partial T / \partial x = 0 \dots\dots\dots (39)$$

を用いる。MIZIKAR は境界条件の差分化を次のように行なつた。まず (20) 式の差分化は基礎式を  $x=0 \sim \Delta x/2$  の間で積分して

$$\int_0^{\Delta x/2} c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dx = k \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=\Delta x/2} - k \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=0} \dots (40)$$

表面から  $\Delta x/2$  の範囲の温度を鋳片表面の温度に等しいと近似すれば

$$\int_0^{\Delta x/2} c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx \approx \frac{c_p \Delta x}{2} \frac{dT(0)}{dt} \dots\dots\dots (41)$$

であるから、(40) 式に (17), (20), (41) の関係を用いることにより

$$T'(0) = T(0) + \frac{2\Delta t}{c_p(\Delta x)^2} [k\{T(\Delta x) - T(0)\} - h\Delta x\{T(0) - T_a\}] \dots\dots\dots (42)$$

また (39) 式の差分は

$$\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x=X_0/2} = \left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x=X_0/2-\Delta x} + \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right]_{x=X_0/2-\Delta x} \Delta x \dots\dots\dots (43)$$

とにおいて (17), (18) 式を用いることにより

$$T'(X_0/2) = \frac{4}{3} T''\left(\frac{X_0}{2} - \Delta x\right) - \frac{1}{3} T''\left(\frac{X_0}{2} - 2\Delta x\right) \dots\dots\dots (44)$$

とした。

以上鑄片の表面と中心の間を  $\Delta x$  の間隔で等分して鑄片表面および中心においては (42) および (44) 式をその他の網目点については (38) 式を用いることにより計算を進めて各点の温度の時間的な変化を知ることができる。この場合、物性質を温度の関数として与えるので、(38) および (42) 式中の係数は網目点および時間によって変化しその都度計算する必要がある。なお MIZIKAR は鑄型内における表面冷却条件については (20) 式の形でなく熱流束を時間の関数として (45) 式で与えた。

$$k[\partial T/\partial x]_{x=0} = q = A - B\sqrt{t} \dots\dots\dots (45)$$

$q$  : 鑄片表面における熱流束,  $A, B$  : 定数

したがって鑄型内では (42) 式の  $h$  を含む項を  $q$  で置きかえて用いた。

なお著者ら<sup>22)</sup> は熱伝導度 および 比熱の温度依存性を (37) 式のように微分形で用いることを避けるために

$$\phi = \frac{1}{k_d} \int_{T_d}^T k dT \dots\dots\dots (46)$$

$$H = \int_{T_d}^T C_p dT \dots\dots\dots (47)$$

$T_d$  : 基準温度,  $k_d$  : 温度  $T_d$  における熱伝導度で定義される換算温度  $\phi$  およびエンタルピー  $H$  を導入して基礎式を (48) 式の形にした。

$$\frac{\partial H}{\partial t} = k_d \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \dots\dots\dots (48)$$

この方法では (37) 式と異なりわずかな温度変化で係数が急変することがないので計算を安定して進めやすい。

(48) 式の差分表示は (49) 式ようになる。

$$H'(x_0) = H(x_0) + \frac{k_d \Delta t}{(\Delta x)^2} \{\phi(x_0 + \Delta x) + \phi(x_0 - \Delta x) - 2\phi(x_0)\} \dots\dots\dots (49)$$

$H'$  :  $\Delta t$  後の  $H$

計算は  $\phi$  を  $T$  の関数,  $T$  を  $H$  の関数として与えておき,  $T \rightarrow \phi \rightarrow H' \rightarrow T' \rightarrow \phi'$  のサイクルを繰り返す手順で進めた。

### 3.3 鑄片表面における伝熱条件

注入された溶鋼が持ち込む熱はすべて鑄片表面を通して失われる。したがって、凝固および温度降下を解析する際に最も重要なのは表面における伝熱条件である。

表面での伝熱条件は鑄型内、スプレイ冷却帯、ふく射放熱帯と位置によって異なっている。まず鑄型内での表面伝熱は図 11 のようにモデル化される<sup>17)</sup>。熱の流れは鑄片→鑄型→冷却水の経路をたどるが、このうち鑄片と鑄型の間の熱抵抗が問題である。鑄片と鑄型が完全に接触していれば熱抵抗は全くないが、固体シェルの収縮によって両者の間に空隙が生じるとふく射伝熱となり抵抗は非常に大きくなる。MIZIKAR<sup>17)</sup> は完全接触と空隙形成の中間に断続接触の状態を考へて熱抵抗が連続的に増大するものと想定した。図 11 はその様子を示したものである。

鑄型内での表面熱流束の実測値としては SAVAGE ら<sup>9)</sup> のものがよく用いられる。実験の方法は円筒型の水冷銅鑄型内で静止凝固を行なわせ、冷却水の温度変化から熱流束の時間変化を求めた。その結果を図 12 に示す。図中には KRAINER ら<sup>27)</sup> が実験用の小型連続鑄造装置において測定した鑄型温度と冷却水温度から SAVAGE らが計算

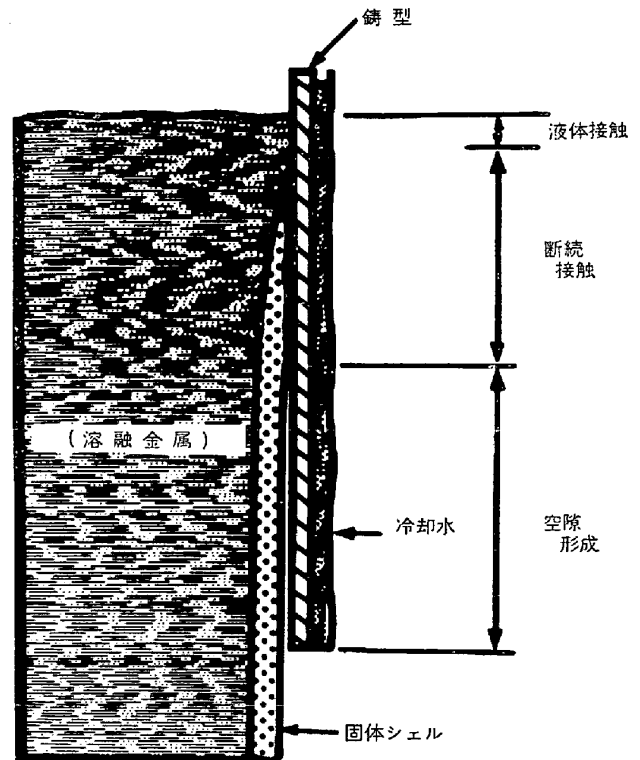


図 11 鑄片と鑄型の境界に関する模式図<sup>17)</sup>



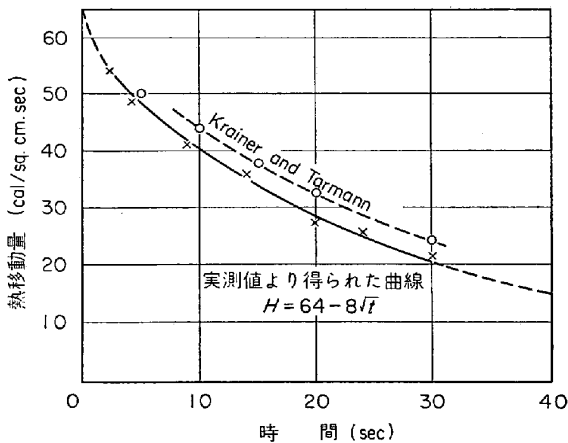


図12 鋳型への熱移動量の実測値<sup>17)</sup>

- ① A.D AKIMENKO<sup>28)</sup>
- ② H.KRAINER, B.TARMAN<sup>27)</sup>
- ③ J.SAVAGE, W.H.PRITCHARD<sup>9)</sup>

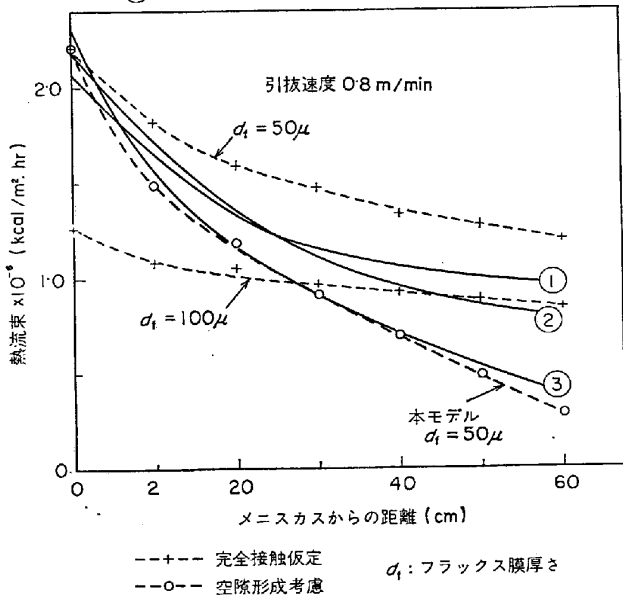


図13 鋳型内熱流束の比較<sup>22)</sup>

した熱流束値もあわせて示されているが両者はよく一致しその時間変化は (47) 式に示したような関数形で近似される。また AKIMENKO<sup>28)</sup> は熱流束を

$$q = (T_m - T_a) / [X/k + (T_m - T_a)/q_0] \dots (50)$$

$q_0$ :  $t=0$  における  $q$  の値

のように凝固厚さ  $X$  から逆算して与えている。

これに対して著者ら<sup>22)</sup>は実際の連続鋳造設備における冷却水の温度上昇から鋳型内の平均熱流束を求め、熱流束の時間的な変化を (47) 式の形で近似した場合の係数を定めた。この際、熱抵抗としては空隙によるものほかに鋳片表面に付着した湯面被覆用フラックスによる抵抗も考慮した。フラックス膜の厚さを  $50\mu$  としたとき、熱流束の時間的な変化は SAVAGE ら<sup>9)</sup>の得た値とほとんど

ど一致する。その様子を図 13 に示す。

つぎにスプレイ冷却の場合の表面伝熱の基本は水滴による高温面の冷却である。個々の水滴によつて熱が奪われる現象はライデンフロスト現象として理論的にも実験的にも詳細な研究が行なわれているが、多数の水滴が高速で衝突する場合は複雑な統計現象であつて理論的な解明が困難である。実験的には高温に加熱した鋼板をスプレイ冷却して温度降下を測定した三塚らの研究<sup>26)</sup>がある。三塚らはスプレイ冷却における表面伝熱係数を水量と水温の関数として与える実験式として (51) 式のように示した。

$$h = 2.25 \times 10^4 W^{0.55} (1 - 7.5 \times 10^{-3} T_a) \dots (51)$$

$W$ : 冷却水量 ( $l/cm^2 \cdot min$ )

測定結果の一例を図 14 に示す。

スプレイ冷却帯では冷却水が鋳片表面に一様にかかっているのではなく、一定の間隔をおいてロールの間隔か

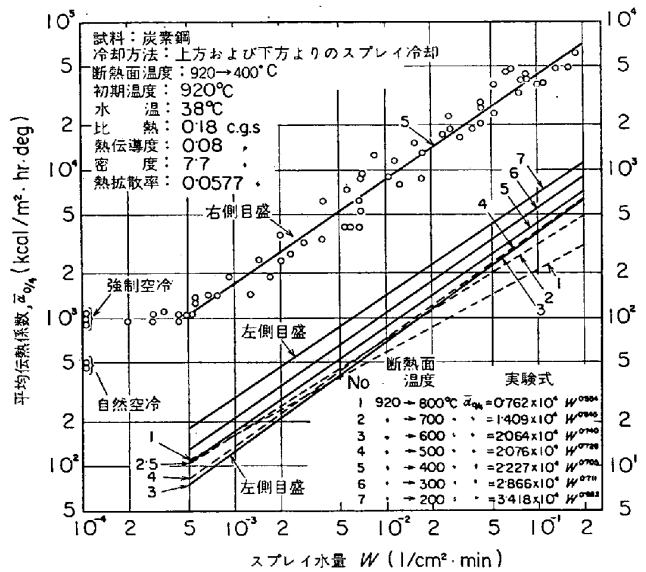


図14 スプレイ冷却における伝熱係数と冷却水量の関係<sup>26)</sup>

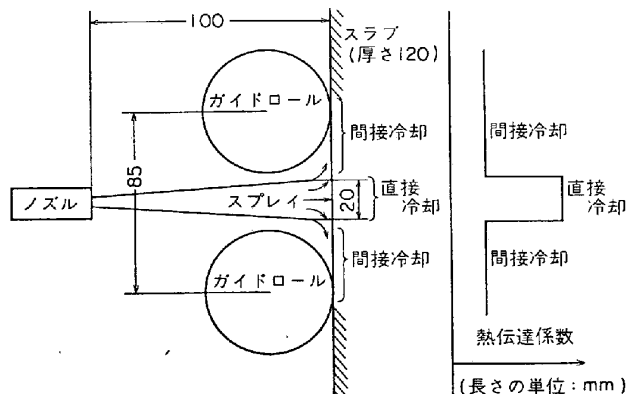


図15 スプレイ冷却帯における熱伝達係数のモデル<sup>25)</sup>

らかけられている。模式的には図 15 に示すような状態である。したがって (51) 式が用いられるのは鑄片表面の一部だけであり、他の分部については間接的な冷却となるためどのような伝熱係数を用いたらよいか明かでない。著者ら<sup>22)</sup>は便宜的に平均的な伝熱係数を考えて、

それが (51) 式で与えられる伝熱係数のある定数で割った形で与えられるとした。すなわち

$$h = 2.25 \times 10^4 W^{0.55} (1 - 7.5 \times 10^{-3} T_a) / \alpha \dots (52)$$

$\alpha$  : 定数パラメーター

定数  $\alpha$  の値はスプレイ冷却帯下端 (ピンチロール入口) における表面温度の実測値と伝熱解析による計算値が一致するように定めた。その結果を図 16 に示す。  $\alpha$  の値は連続鑄造機ごとに異なつた値になるべきものである。

最後にふく射放射帯での伝熱係数はふく射法則により簡単に与えられる。すなわち

$$h = q / \{T(0) - T_a\} = \epsilon \sigma \{[T(0)]^4 - T_a^4\} / \{T(0) - T_a\} \dots (53)$$

ただし  $\epsilon$  : 放射率,  $\sigma$  : ステファン-ボルツマン定数  
この場合の  $T_a$  は雰囲気温度である。

### 3.4 解析例

解析は前述のように、モデル解析は凝固量の推定を目的としたものが多い。そこで各種の解析法による凝固厚さの計算値を実測値と比較した結果についてまとめてみた。凝固厚さの実測はトレーサーを用いる方法が最も簡単であるが、この方法は凝固の初期でしか信頼できるデータが得られないので、計算値との比較もほとんど鑄型内に限られている。

BRIMACOMBE ら<sup>21)</sup> は Wey bridge 型のピレット鑄造機における凝固厚さを測定し、HILLS<sup>11)</sup> の方法および MIZIKAR の方法<sup>17)</sup> による 2 種類の計算値と比較した。

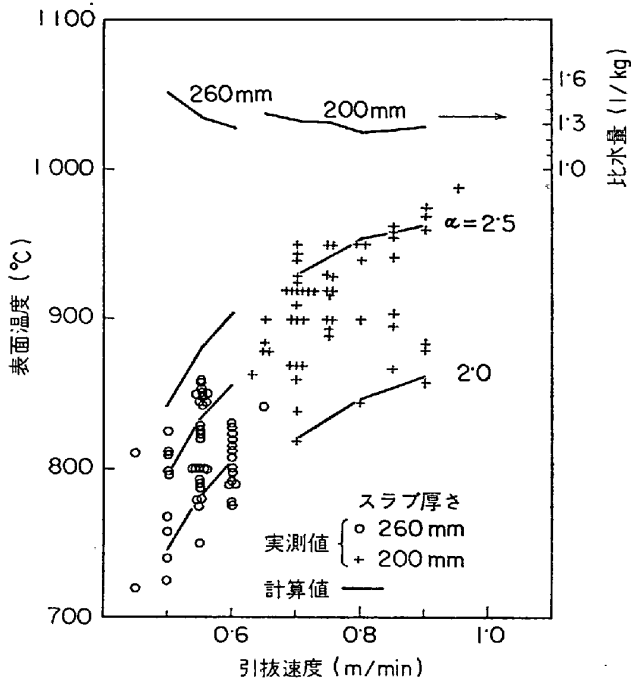


図 16 ピンチロール入口におけるスラブ表面温度に対する引抜速度の影響 (計算値と実測値の比較によるパラメーター  $\alpha$  の決定)<sup>22)</sup>

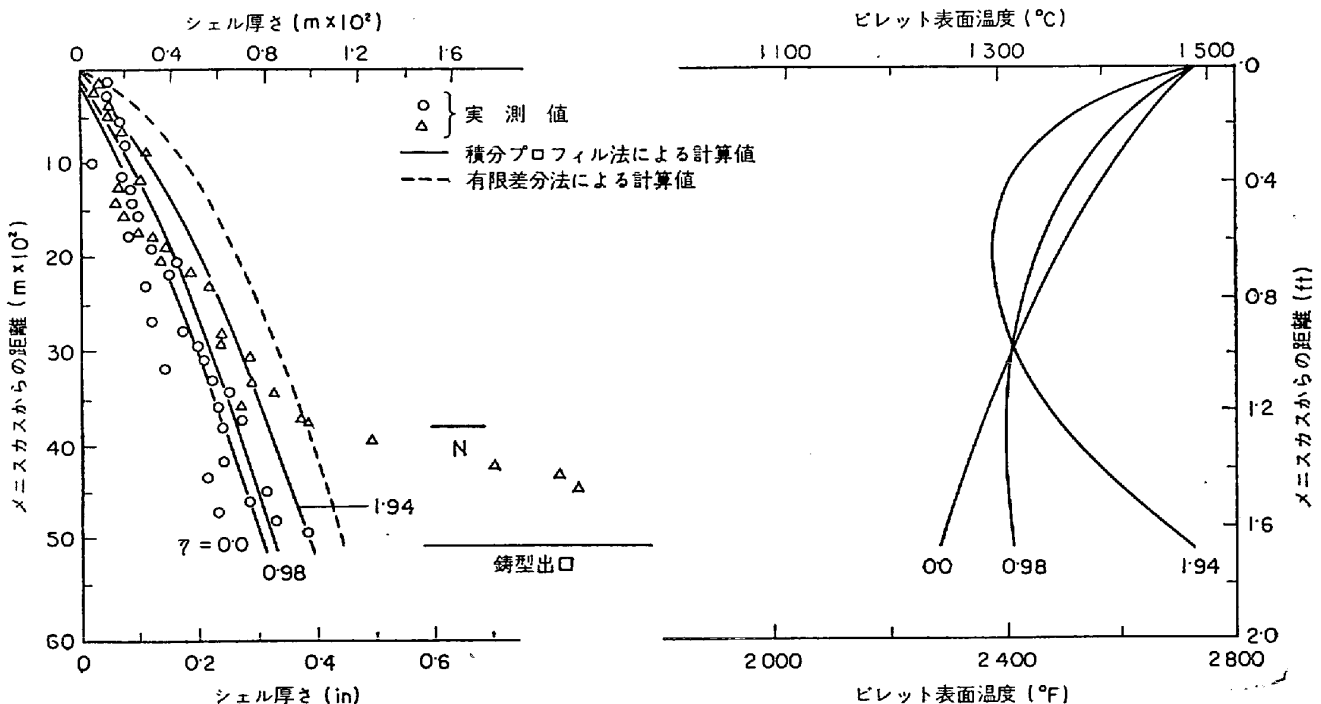


図 17 シェル厚さと表面温度の計算値と実測値<sup>21)</sup>

その一例を図 17 に示す。これによれば解析的方法である HILLS の方法による計算値が、数値計算による MIZIKAR の方法による計算値にくらべて実測値との一致がよい。しかし、MIZIKAR の方法を用いた場合には表面熱流束として SAVAGE ら<sup>9)</sup> の値をそのまま用いているのに対して HILLS の方法を用いた場合には冷却水の温度上昇値から求めた平均熱流束を用いているので、計算凝固厚さの差をそのまま解析方法の差異に帰すことができない。なお、HILLS の方法を用いた場合には熱流束が湯面からの距離

に対して直線的に減少するとみなした。図 17 中のパラメーター  $\eta$  はその勾配であつて、 $\eta=0\sim 0.98$  の間では計算結果にほとんど差がなく実測値とよく一致している。

ところでモデル解析の概念からはずれるが、一般の凝固問題として無限厚さのスラブで表面温度一定の場合には (19) 式の厳密解が得られる。川和ら<sup>14)</sup> は表面温度を  $1200^{\circ}\text{C}$  とおいてつぎのような凝固速度式を求めた。

$$X = 0.25\sqrt{t} \dots \dots \dots (54)$$

(54) 式と実測値の比較を図 18 に示す。凝固厚さのみに

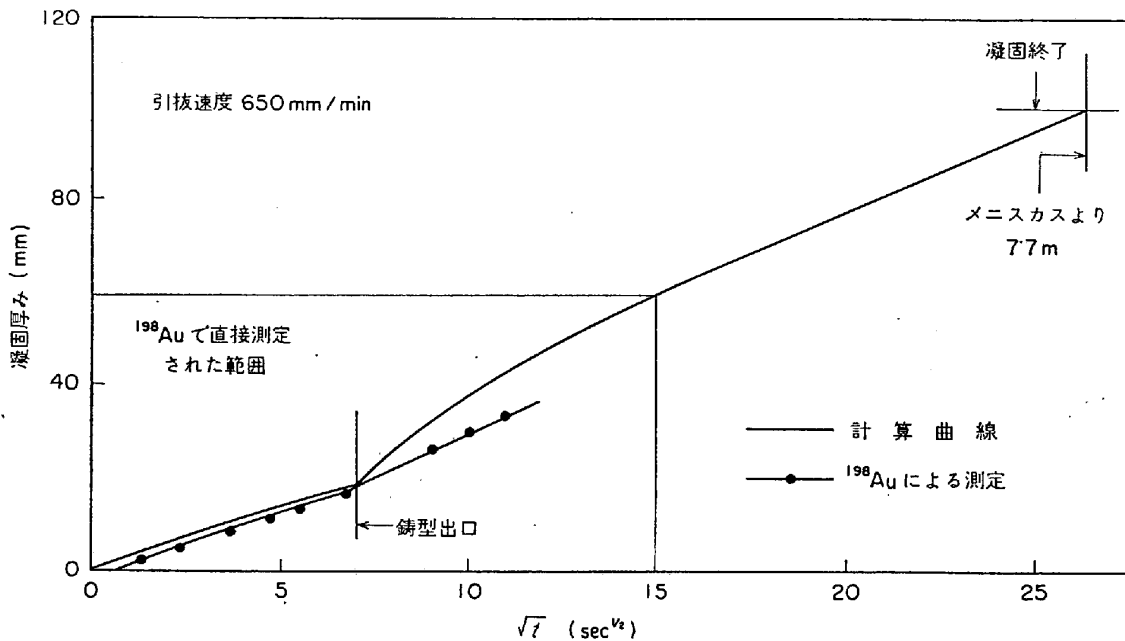


図18 計算値と <sup>198</sup>Au による凝固厚み測定値の比較<sup>14)</sup>

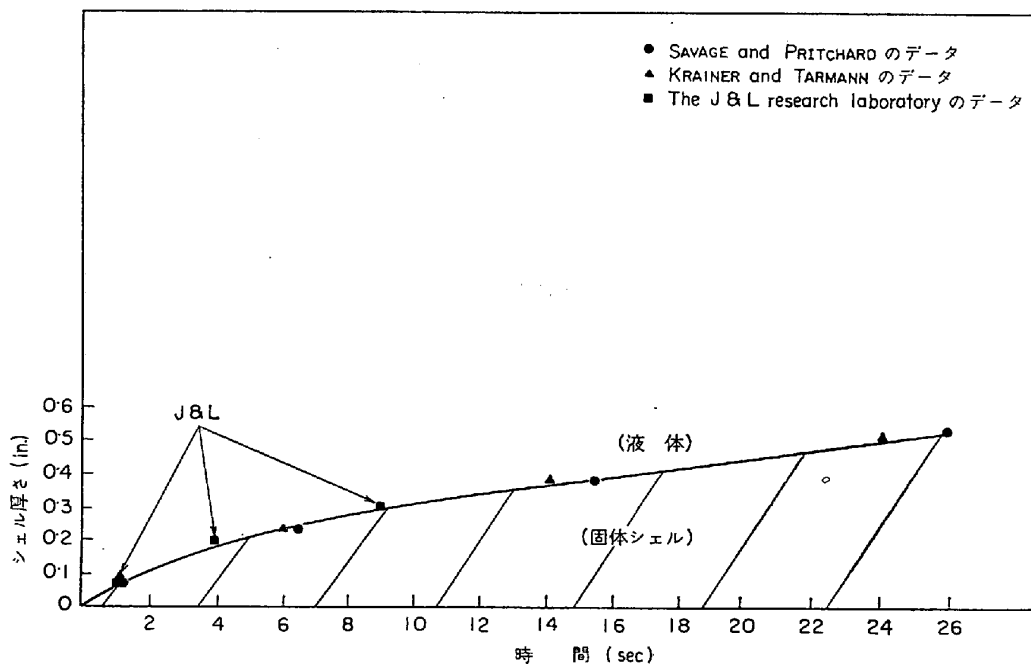


図19 凝固プロファイルの計算値と実測値の比較<sup>17)</sup>

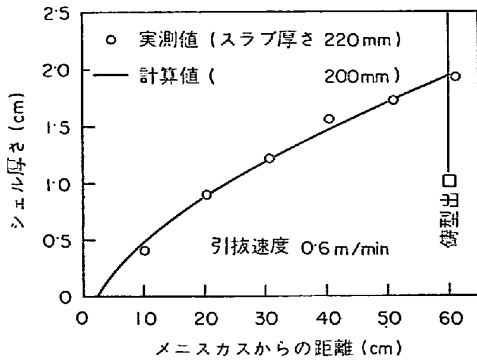


図20 鑄型内凝固プロファイルの計算値と実測値の比較<sup>22)</sup>

関して言えばこのように簡単な計算でもかなり正確な値が得られることがわかる。

図 19 および 20 には MIZIKAR<sup>17)</sup> および著者ら<sup>22)</sup> の計算値と実測値の比較を示す。MIZIKAR は表面熱流束として SAVAGE ら<sup>9)</sup> の値を用い、著者らは図 13 に示した値を用いた。いずれの計算値も実測値とよく一致している。

これらの結果を総合すれば、初期の凝固量に関するかぎりどの方法によつても一応信頼できる計算値が得られるといえよう。したがつてモデルとしての適否はどれだけ多くの情報がその計算から得られるかによつて判定されることになる。

図 21 は最終凝固までの凝固プロファイルと鑄片表面温

度の推移に関する MIZIKAR<sup>17)</sup> の結果である。スプレイ冷却帯を 5 ゾーンに分けて各ゾーンにおける表面伝熱係数を個別に与えているが、その根拠が不明であり冷却水量や引抜速度の変化に対してどのような挙動を示すかわることができない点が不満である。著者ら<sup>22)</sup>はこの点を考慮して、表面伝熱係数を(52)式のように与えることによつて操作条件の変化に対応した結果が得られるようにした。図 22 はその一例で、冷却水量を増減した場合の表面温度および凝固プロファイルの変化を示す。冷却水量を変えることによつて表面温度が著しい影響を受けるのに対して凝固プロファイルはあまり変わらないことがわかる。

以上のほかにも多くの研究<sup>15)16)18)19)20)25)</sup>があるが、いずれも類似の解析法によるもので、ここに述べた以上の結果は得られていない。モデル解析が真にその価値を示すためにも現場的な経験を越えた未知の情報を提供できるすぐれたモデルの開発が望まれる。

3.5 流動の影響

未凝固溶鋼の流動は物質移動のみならず熱の移動にも影響を及ぼす。したがつて伝熱解析においても流動の効果を考慮することが必要である。MIZIKAR<sup>17)</sup> は液相内の伝熱が流動によつて著しく促進されるとみなして液相内の熱伝導度の 7 倍にとつて計算を行なっている。

SZEKELY ら<sup>23)</sup> は液相内が完全混合である場合と流動

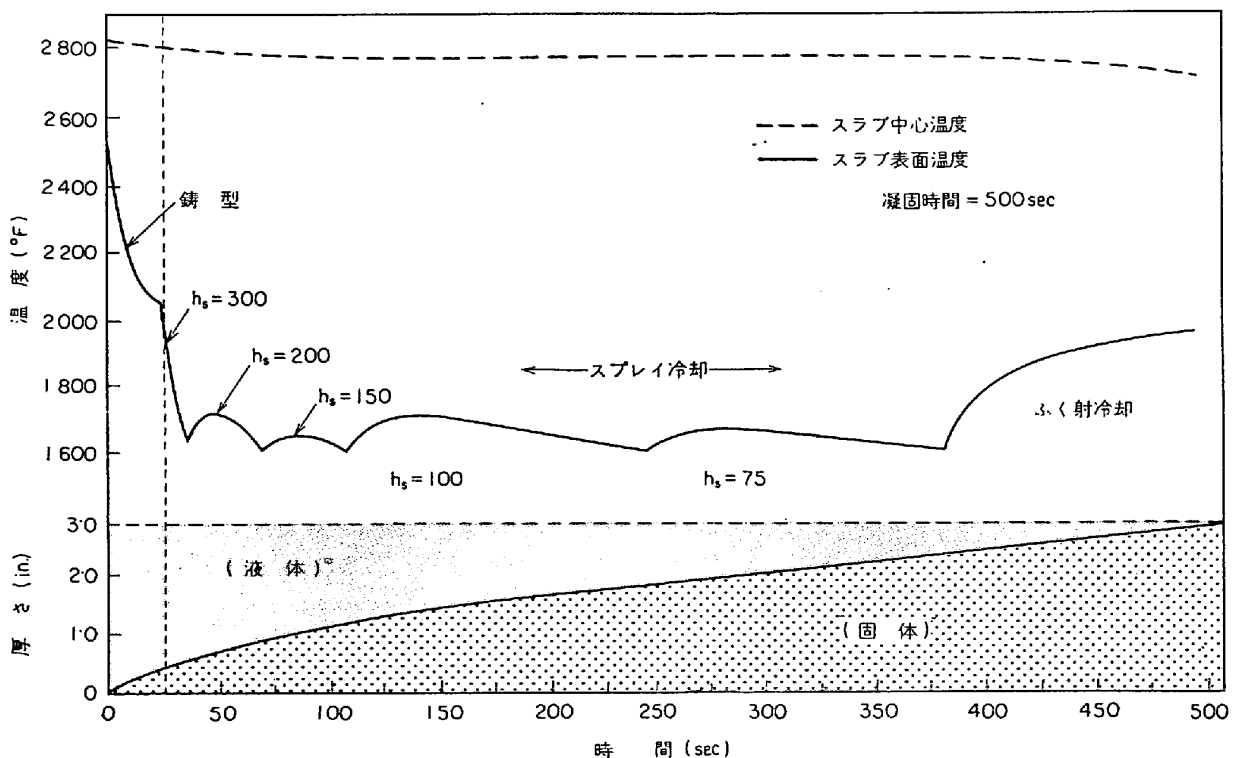


図21 凝固プロファイルとスラブ中心および表面温度の計算結果<sup>17)</sup>

がポテンシャル流れである場合について計算し、MIZIKARの方法による結果と比較した。完全混合の場合液相温度は同一水平面上で一定。凝固は液相が過熱度を失うまで起こらない。またポテンシャル流れの場合は(37)式に流動項をつけ加えて(55)式のような基礎式を

用いた。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{c_p} \left[ k \frac{\partial^2 k}{\partial x^2} + \frac{dk}{dT} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 - U_x \frac{\partial T}{\partial x} - U_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] \dots (55)$$

ここに

Z: 軸方向距離,  $U_x, U_z$ : x および z 方向流速

それぞれの場合の液相線および固相線位置に関する比較結果を図 23 に示す。これによれば固相線位置はいずれの場合にもほとんど差がない。すなわち、通常凝固厚さとして求められる固相線位置に対しては流動の影響は認められないと言える。これに対して液相線位置は流動の状態によって著しく変わる。鋳片の中心が液相線温度に達する位置は、MIZIKAR の仮定を用いた場合メナスから 4m であるのに対してポテンシャル流れの場合には約 8m である。なお図 23 には完全混合の場合の液相線位置が記されていないが、仮定によって固相線が現われた位置ですでに消滅している。

このように凝固厚さのみを問題にするときは流動を考慮しなくてもよいが、凝固組織などを考えるときは固液共存状態にある時間が問題になるので流動が重要な要素となる。著者ら<sup>5)</sup>は溶質の混合解析から得られた混合係数を用いて有効熱伝導度を求め、軸方向の伝熱も考慮した 2 次元定常モデルにより液相線および固相線位置を求めた。この場合の基礎式は (56) 式である。

$$U c_p \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) \dots \dots \dots (56)$$

$k_e (= c_p E_z)$ : 有効熱伝導度,  $U$ : 引抜速度

結果を図 24 に示す。興味深いのは湯面における溶鋼温度が 1530°C の場合と 1518°C の場合で液相線位置

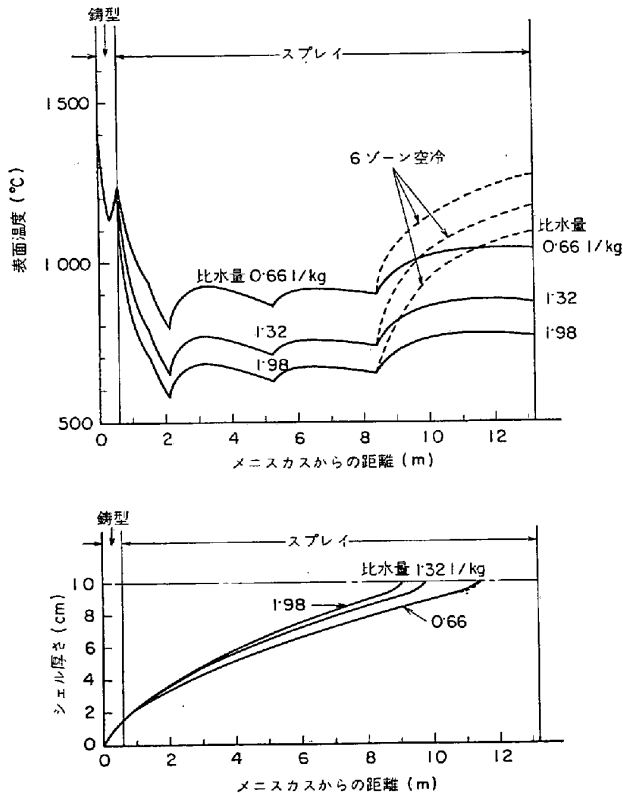


図22 凝固プロファイルとスラブ表面温度に及ぼすスプレイ冷却条件の影響<sup>22)</sup>

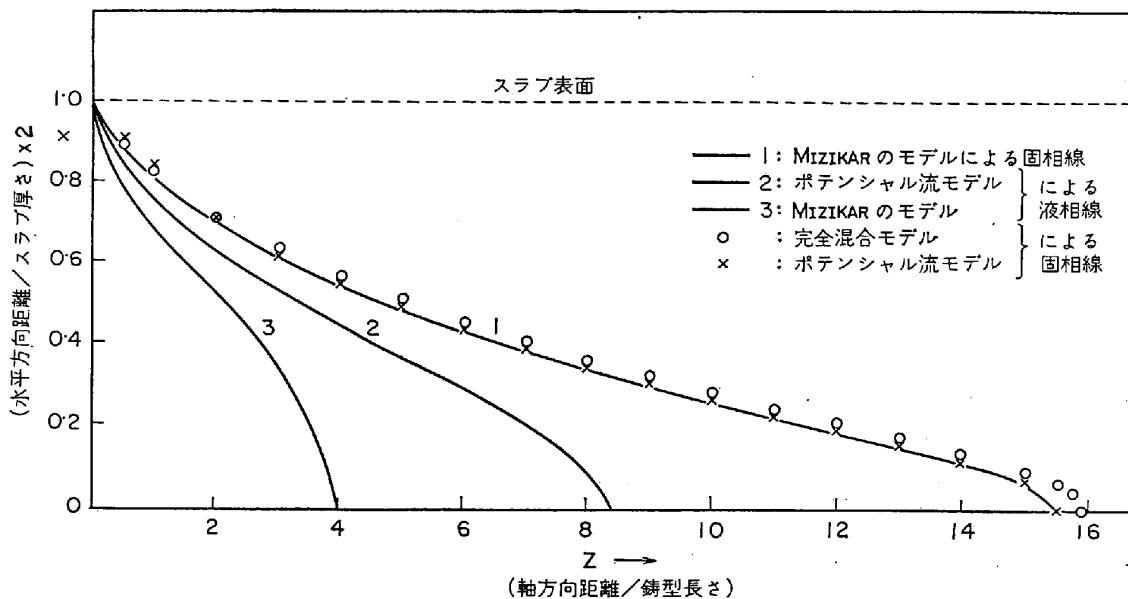
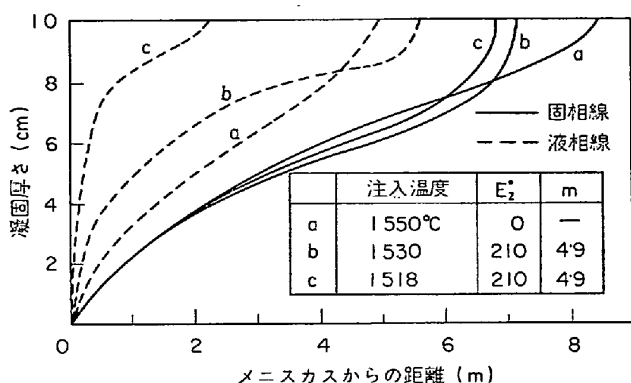
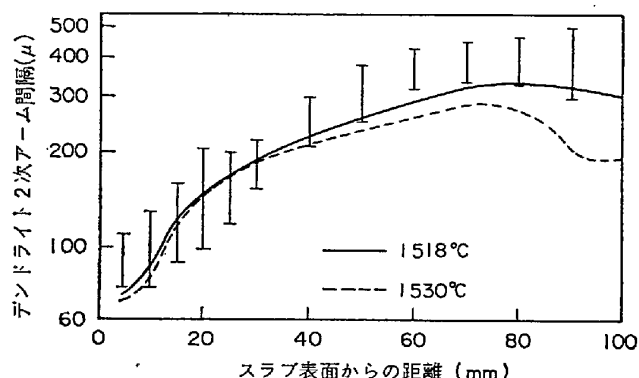


図23 固相線および液相線の形に関する各モデルによる計算値の比較<sup>23)</sup>

図24 凝固厚さの計算結果<sup>5)</sup>図25 デンドライト2次アーム間隔の測定値と計算値の比較<sup>6)</sup>

が著しく異なることである。凝固組織に対して铸込温度が最も強い影響を及ぼすことはよく知られた事実であるが、それとこの図24の結果が関連しているものと推察される。図24で得られた結果から局所凝固時間を算出してデンドライトの二次アーム間隔を計算し、凝固後スラブでの測定値と比較した結果を図25に示す。湯面における溶鋼温度を1518°Cとしたときの計算値が測定値とよく合っているのが認められる。

このように、クレーター内の流動を考慮したモデルを用いることによつて単なる熱伝導モデルでは求められない知見が得られる可能性が大きい。今後の大きな課題であろう。

#### 4. 結 言

連続铸造に関係した現象のモデル解析について概観した。連続铸造設備は今後ますます普及して普通造塊法は連続铸造におきかえられていくであろうが、操業の安定化と品質の向上のために役立つモデル解析に対する要求もそれだけ強くなると考えられる。

操業の安定化と省力化のためにはプロセス制御に用いられるような比較的簡単に応用範囲が広く柔軟性のある

モデルが有用であろうし、設備の改良や品質の向上のためには正確さを主眼とする精密なモデルが必要であろう。いずれの方向を目指すにしろ、真に有用なモデルを開発するための努力が重ねられ、連続铸造の設備と操業に関する基礎理論が確立することが望まれる。

#### 文 献

- 1) 森, 平居, 田中, 下山, 関: 鉄と鋼, 54 (1968), S. 432
- 2) 藤井, 垣生, 大井: 鉄と鋼, 57 (1971), No. 10, p. 1645
- 3) J. SZEKELY and R. T. YADOYA: Met. Trans., 3 (1972), Oct., p. 2673
- 4) J. SZEKELY and R. T. YADOYA: Met. Trans., 4 (1973), May, p. 1379
- 5) 藤井, 松野, 大井: 鉄と鋼, 投稿中
- 6) 広沢: 住友軽金属技報, 11 (1970), No. 3, p. 240
- 7) 牛島: 第4回西山記念技術講座 (日本鉄鋼協会), (1969), p. 105
- 8) 森山: 水曜会誌, 17 (1972), No. 6, p. 243
- 9) J. SAVAGE and W. H. PRITCHARD: JISI, (1954). Nov., p. 269
- 10) J. SAVAGE: JISI (1962), Jan., p. 41
- 11) A. W. HILLS and M. R. MOORE: Heat and Mass Transfer in Process Metallurgy (The Inst. Mining and Metallurgy, London), (1967), p. 141
- 12) 森山, 河合, 鞭: 日本金属学会誌, 31 (1967), p. 1010
- 13) V. H. FÖRSTER: Z. Metallk., 60 (1969), No. 12 p. 898
- 14) 川和, 永岡, 根本: 鉄と鋼, 56 (1970), No. 4, S. 268
- 15) D. J. P. ADENIS, K. H. COATS, and D. V. RAGONE: J. Inst. Metals, 91 (1962~63), p. 395
- 16) E. Y. KUNG and J. C. POLLOCK: Simulation, 10 (1968), p. 29
- 17) E. A. MIZIKAR: Trans. Met. Soc. AIME, 239 (1967), p. 1747
- 18) J. J. GAUTIER, Y. MORILLON and J. DUMONT-FILLON: JISI (1970), Dec., p. 1053
- 19) W. R. IRVING: ISIJ, (1967), March, p. 271
- 20) D. P. EVTSEV: Stahl in English, (1869). Aug., p. 708
- 21) J. K. BRIMACOMBE and F. WEINBERG: JISI (1973), Jan., p. 24
- 22) 松野, 中戸, 大井: 鉄と鋼, 投稿中
- 23) J. SZEKELY and V. STENAK: Met. Trans., 1 (1970), Jan., p. 119
- 24) W. POPPMEIER and B. TARMANN: Z. Metallk., 60 (1969). Apr., p. 266
- 25) 吉田, 島田, 森, 三塚: 製鉄研究, 261 (1967), p. 54
- 26) 三塚: 鉄と鋼, 54 (1968), 14, p. 1457
- 27) H. KRÄINER and B. TARMANN: Stahl u. Eisen, 69 (1949), p. 813
- 28) A. D. AKIMENKO: Izv. VUZ-Chem. Met., (1963) 2, p. 45