

## 論 文

UDC 669.162.228.3 : 532.546 : 532.55 : 539.215.2

## 2種粒径粒子並列充填層のガス流モデル\*

荒木 和男\*\*・森山 昭\*\*・西尾 賢一\*\*\*

## Theoretical Model of Gas Flow through Parallel-Packed Beds with Two Kinds of Particles

Kazuo ARAKI, Akira MORIYAMA, and Kenichi NISHIO

## Synopsis:

In the laminar regions, a theoretical model, which is named the cross flow model, of gas flow through parallel-packed beds with two kinds of particles is developed taking account of its axial distribution, on which basis the exact solutions on flow velocities and the pressures are derived. Effects of flow resistances through a distributor, particle size-ratios of each packed zones of the bed and a geometrical factor for the bed on flow rates and the profile and total losses of the gaseous pressure are shown.

Due to the difference among flow resistances through the distributor and each zones of parallel packed beds, lateral pressure differences and hence gas flow (i.e., cross flow) occur and those become largest just behind the distributor.

Thus, the lateral pressure difference is ordinarily limited near the boundary region between the distributor and the packed bed, although it tends to develop all through the bed as the particle size-ratio of each zones becomes larger and as the height-to-diameter ratio of the bed smaller.

(Received Nov. 26, 1973)

## 1. 緒 言

従来、製鉄高炉の反応工学的研究においては、炉内ガス流れを押し出し流れと仮定して取り扱っている。実際高炉に限らず、不均一な粒子充填構造を有する各種気固間接触操作において、装置内部のガス流れの問題はほとんど未検討のまま残されているのが現状である。最近、直接製鉄法に関連して天辰ら<sup>1)</sup>が移動層還元反応器内のガス流に付言した例にみられるように、この分野の研究は基礎的な段階に問題が残されているのが実状である。現在明らかにしなければならない主要な問題は、(イ)不均一充填構造におけるガス流量と圧損失の関係、および、(ロ)層内におけるガス流速およびガス圧力の分布の2点であると考えられる。この立場から、本報でも前報<sup>2)</sup>にひきつづいて2種粒径粒子並列充填層のガス流れの問題を考察し、各種充填装置内のガス流れに関する諸問題を理解する上での基礎的知見と方法の提出を試みた。2種粒径粒子並列充填層のガス流れに関する諸特性の把握は、一般に不均一な充填構造を有する充填層の諸特性を理解するための基礎として重要な問題である。

前報<sup>2)</sup>で筆者らは比較的単純な集中定数系モデルに基

づき、2種粒径粒子並列充填層の圧損失が、クロス流の存在を無視する並列モデルおよび分散部直上でのみ無限大のクロス流を仮定する直列モデルの両計算値の中間にあること、したがって、一般にクロス流が層内に存在することを理論および実験の両面から示すことができた。

一方、層内部における軸方向ガス流、半径方向のクロス流およびガスの圧力分布などは集中定数系モデルの性質上、未検討のままに残されている。

本報では、層内のガス圧力および流速の軸方向分布を考慮した比較的簡単な分布定数系モデルを設定し、前報<sup>2)</sup>の集中定数系モデルの妥当性を示し、ガス流れについて、さらに詳細な層内分布の問題を理論的に考察する。なお、ここでの解析は理論上の簡便さから、まず層流領域にかぎられる。

この種の問題に関する研究として移動層に関する天辰ら<sup>1)</sup>の研究を除けば、不均一構造充填層に関する V. STANEK ら<sup>3)</sup>の理論解析が知られているにすぎない。彼

\* 昭和48年10月本会講演大会にて発表  
昭和48年11月26日受付

\*\* 名古屋工業大学 材料開発研究施設 工博

\*\*\* 名古屋工業大学大学院 (現在豊田自工(株))

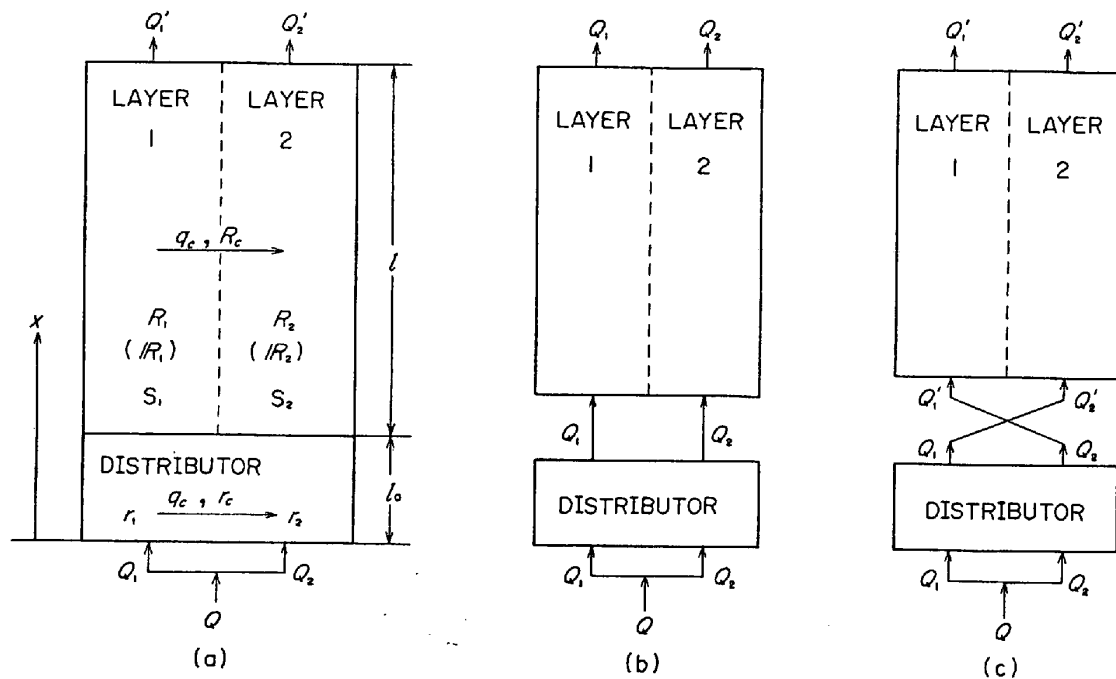


Fig. 1. Schematic models of gas flow in parallel-packed beds with two kinds of particles : (a) cross flow model, (b) parallel model and (c) series model.

ら<sup>3)</sup>の研究は2次元分布定数系モデルに基づき、層内ガス流れの諸特性を数値解析したものであるが、層底のガス流入部で半径方向に圧力分布を仮定したため、その現実性、実体性に乏しく、結果の妥当性に問題がある。また、ポテンシャル流にたいする管壁部の境界条件として、粘性流体に関する関係を採用していることも疑問である。

## 2. 層流域におけるガス流モデル

粒径の異なる2種類の粒子を一樣な流通抵抗を有するガス分散部上に並列に充填すると、分散部の存在に起因して、層軸方向のガス流に対する流通抵抗が不均一となり、層の半径方向にガス流の圧力差を生じ、このためクロス流が生ずると考えられる。したがって、2種粒径粒子並列充填層を Fig. 1(a) のようにモデル化できる。これをクロス流モデルと呼ぶことにする。Fig. 1(b) は前報<sup>2)</sup>で名付けた並列モデルであり、層1および、2を流れるガス流  $Q_1$  および  $Q_2$  は層内位置  $x$  に無関係に一定でクロス流は存在しない。Fig. 1(c) は直列モデルで分散部および粒子層内でガス流れは並列的であるが、分散部と充填層の境界面で短絡し、層1および2の流通抵抗に逆比例して再分配される。

いま、層1の流通抵抗  $\rho_1$  が層2のそれ  $\rho_2$  よりつねに大きいと仮定しても一般性を失わないから、 $k = \rho_2 / \rho_1 \leq 1$  の領域で理論解析を行なう\*。

### 2.1 基礎式とその厳密解

Fig. 1(a) のモデルに基づく層内ガス流れに関する物質収支式および D'Arcy の法則<sup>4)</sup>または Kozeny-Carman 式<sup>5)</sup>の微分形に基づく圧力分布に関する基礎式は、(1), (2) および、(3) あるいは (3') 式で与えられる。

$$\begin{aligned} dQ_1/dx &= -q_c \dots\dots\dots (1) \\ dQ_2/dx &= q_c \dots\dots\dots (2) \\ -dP_i/dx &= r_i Q_i \quad (0 \leq x \leq l_0) \dots\dots\dots (3) \\ -dP_i/dx &= R_i Q_i \quad (l_0 \leq x \leq l_0 + l) \dots\dots\dots (3') \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} dQ_1/dx &= -q_c \\ dQ_2/dx &= q_c \\ -dP_i/dx &= r_i Q_i \\ -dP_i/dx &= R_i Q_i \end{aligned}} \right\} (i=1, 2)$$

並列充填層の半径方向圧力差に基づくクロス流についても D'Arcy の法則<sup>4)</sup>があてはまると考え、(4) および (4') 式が導かれる。

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= r_c q_c \quad (0 \leq x \leq l_0) \dots\dots\dots (4) \\ P_1 - P_2 &= R_c q_c \quad (l_0 \leq x \leq l_0 + l) \dots\dots\dots (4') \end{aligned}$$

境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ および } x=l_0+l \text{ で, } P_1 &= P_2 \\ x=l_0 \text{ で, } P_i \text{ および } Q_i \text{ が連続} \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

ここで、無次元変数およびパラメーター：

$$\begin{aligned} \delta_i &= S_i/S_0, \quad k = \rho_2/\rho_1, \quad h = R_B/R_1 \quad (= \rho_0 \delta_1 b / \rho_1 (1-b)), \\ \eta &= x/(l_0+l), \quad b = l_0/(l_0+l), \quad c = l^2/S_0 \\ &= 4\{(l_0+l)/D_i\}^2(1-b)^2/\pi, \quad \alpha = \sqrt{(r_1+r_2)/r_c \cdot l_0} \\ &= \sqrt{(1r_1+1r_2)/r_c}, \quad \beta = \sqrt{(R_1+R_2)/R_c \cdot l}, \\ &= \sqrt{(1R_1+1R_2)/1R_c}, \quad \pi_{is} = P_i/\Delta P_s, \quad \pi_{ip} = P_i/\Delta P_p, \\ \Delta \pi_s &= (\pi_{is})_{\eta=0}, \quad \Delta \pi_p = (\pi_{ip})_{\eta=0}, \quad \nu_i = Q_i/Q, \\ \nu_c &= q_c(l_0+l)/Q \end{aligned}$$

\*  $\rho_1 < \rho_2$  の場合は、本報の取り扱いで添字1と2を交換すればよい。

を定義し、(1)~(4) 式を解くと以下に示す無次元領域における理論解 (8)~(23) 式を得る (付録参照)。

ここで、 $\pi_{is}$  および  $\pi_{ip}$  に含まれる  $\Delta P_s$  および  $\Delta P_p$  は、それぞれ (6), (7) 式で定義する直列モデル (Fig. 1(c)) および並列モデル (Fig. 1(b)) の場合の全圧損失である。

$$\Delta P_s = \left( h + \frac{k\delta_1}{\delta_2 + k\delta_1} \right) R_1 Q \quad (6)$$

$$\Delta P_p = \frac{(h + \delta_1)(h + k\delta_1)}{h + \delta_1\delta_2 + k\delta_1^2} R_1 Q \quad (7)$$

$0 \leq \eta \leq b$  のとき、

$$\pi_{1s} = 1 + P_{s0} - P_{s1}\eta + P_{s2}\delta_2 f(\alpha\eta/b) \quad (8)$$

$$\pi_{2s} = 1 + P_{s0} - P_{s1}\eta - P_{s2}\delta_1 f(\alpha\eta/b) \quad (9)$$

$$\pi_{1p} = 1 - P_{p0} - P_{p1}\eta + P_{p2}\delta_2 f(\alpha\eta/b) \quad (10)$$

$$\pi_{2p} = 1 - P_{p0} - P_{p1}\eta - P_{p2}\delta_1 f(\alpha\eta/b) \quad (11)$$

$$\nu_1 = \delta_1 - \alpha(1-k)\delta_1^2\delta_2 f(\beta)g(\alpha\eta/b)/A_1 \quad (12)$$

$$\nu_2 = 1 - \nu_1 \quad (13)$$

$$\nu_c = \{h(1-k)\delta_1 f(\beta)g(\alpha\eta/b)/A_1 b\} (R_1/r_c) \quad (14)$$

$b \leq \eta \leq 1$  のとき、

$$\pi_{1s} = (\delta_1/A_2) F_1(\zeta) \quad (15)$$

$$\pi_{2s} = (k\delta_1/A_2) F_2(\zeta) \quad (16)$$

$$\pi_{1p} = \{A_3\delta_1/h(\delta_2 + k\delta_1)\} F_1(\zeta) \quad (17)$$

$$\pi_{2p} = \{kA_3\delta_1/h(\delta_2 + k\delta_1)\} F_2(\zeta) \quad (18)$$

$$\nu_1 = \{\delta_1/(\delta_2 + k\delta_1)\} \{k + \beta h(1-k)\delta_2 f(\alpha)g(\beta\zeta)/A_1\} \quad (19)$$

$$\nu_2 = 1 - \nu_1 \quad (13)$$

$$\nu_c = \{h(1-k)\delta_1 f(\alpha)g(\beta\zeta)/A_1(1-b)\} (R_1/R_c) \quad (20)$$

Table 1. Theoretical solutions on the flow velocities and the pressures in some limited cases.

		When $r_c \rightarrow \infty$ and $R_c = \text{finite}$	When $r_c = \text{finite}$ and $R_c \rightarrow \infty$
$0 \leq \eta \leq b$	$\pi_{1s}$	$1 + P'_{s0} - [P_{s1}\{\beta hg(\beta) + k\delta_1 f(\beta)\}/B] \eta$ , (24)	$1 + P''_{s0} - P_{s1}\eta + \{P_{s2}A_1\delta_2/D\} f(\alpha\eta/b)$ , (38)
	$\pi_{2s}$	$1 + P'_{s0} - [P_{s1}\{\beta hg(\beta) + \delta_1 f(\beta)\}/B] \eta$ , (25)	$1 + P''_{s0} - P_{s1}\eta - \{P_{s2}A_1\delta_1/D\} f(\alpha\eta/b)$ , (39)
	$\pi_{1p}$	$1 - P'_{p0} - [P_{p1}\{\beta hg(\beta) + k\delta_1 f(\beta)\}/B] \eta$ , (26)	$1 - P''_{p0} - P_{p1}\eta + \{P_{p2}A_1/f(\beta)D\} \delta_2 f(\eta/b)$ , (40)
	$\pi_{2p}$	$1 - P'_{p0} - [P_{p1}\{\beta hg(\beta) + \delta_1 f(\beta)\}/B] \eta$ , (27)	$1 - P''_{p0} - P_{p1}\eta - \{P_{p2}A_1/f(\beta)D\} \delta_1 f(\eta/b)$ , (41)
	$\nu_1$	$\delta_1\{\beta hg(\beta) + k\delta_1 f(\beta)\}/B$ , (28)	$\delta_1 - \{\alpha(1-k)\delta_1^2\delta_2/D\} g(\alpha\eta/b)$ , (42)
	$\nu_c$	0, (29)	$\{(1-k)\delta_1 f(\alpha\eta/b)/bD\} g(R_1/r_c)$ , (43)
$b \leq \eta \leq 1$	$\pi_{1s}$	$(\delta_1/A_2) F_1(\zeta)$ , (30)	$\{\delta_1(\delta_2 + k\delta_1)(\alpha\delta_1 kg(\alpha) + hf(\alpha))/A_2 D\} \zeta$ , (44)
	$\pi_{2s}$	$(k\delta_1/A_2) F_2(\zeta)$ , (31)	$\{k\delta_1(\delta_2 + k\delta_1)(\alpha\delta_1 g(\alpha) + hf(\alpha))/A_2 D\} \zeta$ , (45)
	$\pi_{1p}$	$\{A_3\delta_1/h(\delta_2 + k\delta_1)\} F_1(\zeta)$ , (32)	$\{A_3\delta_1(\alpha\delta_1 kg(\alpha) + hf(\alpha))/hD\} \zeta$ , (46)
	$\pi_{2p}$	$\{kA_3\delta_1/h(\delta_2 + k\delta_1)\} F_2(\zeta)$ , (33)	$\{kA_3\delta_1(\alpha\delta_1 g(\alpha) + hf(\alpha))/hD\} \zeta$ , (47)
	$\nu_1$	$\{\delta_1/(\delta_2 + k\delta_1)\} \{k + \beta h(1-k)\delta_2 g(\beta\zeta)/B\}$ , (34)	$\delta_1(\alpha\delta_1 kg(\alpha) + hf(\alpha))/D$ , (48)
	$\nu_c$	$\{h(1-k)f(\beta\zeta)\delta_1/(1-b)B\} (R_1/R_c)$ , (35)	0, (29)
$\Delta \pi_s$		$1 + P'_{s0}$ , (36)	$1 + P''_{s0}$ , (49)
$\Delta \pi_p$		$1 - P'_{p0}$ , (37)	$1 - P''_{p0}$ , (50)
		When $r_c$ and $R_c \rightarrow \infty$	When $r_c$ and $R_c \rightarrow 0$
$0 \leq \eta \leq b$	$\pi_{1s}$	$1 + P'''_{s0} - \{P_{s1}(h + k\delta_1)/A_4\} \eta$ , (51)	$1 - P_{s1}\eta$ , (63)
	$\pi_{2s}$	$1 + P'''_{s0} - \{P_{s1}(h + \delta_1)/A_4\} \eta$ , (52)	$1 - P_{s1}\eta (= \pi_{1s})$ , (63)
	$\pi_{1p}$	$1 - \{h + \delta_1\} \delta_1 \eta$ , (53)	$1 - P'_{p0} - P_{p1}\eta$ , (64)
	$\pi_{2p}$	$1 - \{h + k\delta_1\} b \eta$ , (54)	$1 - P'_{p0} - P_{p1}\eta (= \pi_{1p})$ , (64)
	$\nu_1$	$\delta_1(h + k\delta_1)/A_4$ , (55)	$\delta_1$ , (65)
	$\nu_c$	0, (29)	0, (29)
$b \leq \eta \leq 1$	$\pi_{1s}$	$\{\delta_1(\delta_2 + k\delta_1)(h + \delta_1)/A_2 A_4\} \zeta$ , (56)	$(k\delta_1/A_2) \zeta$ , (66)
	$\pi_{2s}$	$k\pi_{1s}$ , (57)	$(k\delta_1/A_2) \zeta (= \pi_{1s})$ , (67)
	$\pi_{1p}$	$\{\delta_1/(h + k\delta_1)\} \zeta$ , (58)	$\{k\delta_1 A_3/h(\delta_2 + k\delta_1)\} \zeta$ , (68)
	$\pi_{2p}$	$k\pi_{1p}$ , (59)	$\{k\delta_1 A_3/h(\delta_2 + k\delta_1)\} \zeta (= \pi_{1p})$ , (69)
	$\nu_1$	$\delta_1(h + k\delta_1)/A_4$ , (60)	$k\delta_1/(\delta_2 + k\delta_1)$ , (70)
	$\nu_c$	0, (29)	0, (29)
$\Delta \pi_s$		$1 + P'''_{s0}$ , (61)	0, (29)
$\Delta \pi_p$		1, (62)	$1 - P'''_{p0}$ , (72)

Where,  $P'_{s0} = P_{s0}A_1/f(\alpha)B$ ,  $P''_{s0} = P_{s0}A_1/f(\beta)D$ ,  $P'''_{s0} = P_{s0}A_1/f(\alpha)f(\beta)A_4$ ,  $P'_{p0} = h^2(1-k)^2\{\beta g(\beta) - f(\beta)\} \delta_1^2\delta_2/(h + \delta_1)(h + k\delta_1)(\delta_2 + k\delta_1)B$ ,  $P''_{p0} = h(1-k)^2\{\alpha g(\alpha) - f(\alpha)\} \delta_1^3\delta_2/(h + \delta_1)D$ ,  $P'''_{p0} = h(1-k)^2\delta_1^2\delta_2/(h + \delta_1)(h + k\delta_1)(\delta_2 + k\delta_1)$ ,  $B = \delta_1(\delta_2 + k\delta_1)f(\beta) + \beta hg(\beta)$ ,  $D = \alpha\delta_1(\delta_2 + k\delta_1)g(\alpha) + hf(\alpha)$ ,  $F_1 = k\zeta + h(1-k)\delta_2 f(\beta\zeta)/B$ ,  $F_2 = \zeta - h(1-k)\delta_1 f(\beta\zeta)/B$ .

ここで,

$$\begin{aligned}
 P_{s0} &= h(1-k)^2 \delta_1^2 \delta_2 f(\alpha) f(\beta) / A_1 A_2, & P_{s1} &= h(\delta_2 \\
 &+ k\delta_1) / A_2 b, & P_{s2} &= h(1-k)(\delta_2 + k\delta_1) \delta_1 / A_1 A_2, & P_{p0} \\
 &= A_3(1-k)^2 \delta_1^2 \delta_2 [1/A_4 - f(\alpha) f(\beta) / A_1] / (\delta_2 + k\delta_1), \\
 P_{p1} &= A_3 / b, & P_{p2} &= A_3(1-k) \delta_1 f(\beta) / A_1, & A_1 &= \alpha \delta_1 (\delta_2 \\
 &+ k\delta_1) g(\alpha) f(\beta) + \beta h f(\alpha) g(\beta), & A_2 &= (\delta_2 + k\delta_1) h \\
 &+ k\delta_1, & A_3 &= h A_4 / (h + \delta_1) (h + k\delta_1), & A_4 &= h + \delta_1 \delta_2 \\
 &+ k\delta_1^2, & f(\eta) &= \sinh \eta, & g(\eta) &= \cosh \eta, & \zeta &= (1-\eta) / \\
 &(1-b), & F_1(\zeta) &= k\zeta + h(1-k) \delta_2 f(\alpha) f(\beta \zeta) / A_1, \\
 F_2(\zeta) &= \zeta - h(1-k) \delta_1 f(\alpha) f(\beta \zeta) / A_1
 \end{aligned}$$

2 種粒径粒子並列充填層の全圧損失  $\Delta \pi_s$  および  $\Delta \pi_p$  は (8)~(11) 式で  $\eta=0$  とおくことにより,

$$\Delta \pi_s = 1 + P_{s0} \dots\dots\dots (21)$$

$$\Delta \pi_p = 1 - P_{p0} \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる。ここで、つねに  $P_{s0}$  および  $P_{p0} \geq 0$  であるから、全圧損失は直列モデルのそれよりつねに大きく、並列モデルのそれよりつねに小さいことがわかる。

また、 $R_1$  基準の無次元流通抵抗 (これは  $R_1 Q$  基準の無次元圧損失でもある) は、(6) および (21) 式、あるいは (7) および (22) 式から、

$$\begin{aligned}
 \Delta P / R_1 Q &= [(\delta_2 + k\delta_1) h + k\delta_1 + \{h(1-k) \\
 &\delta_1^2 \delta_2 f(\alpha) f(\beta)\} / A_1] / (\delta_2 + k\delta_1) \dots\dots\dots (23)
 \end{aligned}$$

で与えられる。

**2.2 極限状態における解式**

以上の一般的な解式に基づき、実際的な条件を考慮した極限状態に関する解式が Table 1 のように導かれる。

$R_c = \text{finite}$ , かつ,  $r_c \rightarrow \infty$  の場合は粒子層ではクロス流が存在するが、分散部ではクロス流は存在しない。  $r_c = \text{finite}$ , かつ,  $R_c \rightarrow \infty$  の場合は、分散部でクロス流があるが粒子層ではクロス流がない。  $r_c, R_c \rightarrow \infty$  および  $r_c, R_c \rightarrow 0$  の場合は、それぞれ並列および直列モデルと一致し、ともにクロス流は存在しない。

**2.3 クロス流の流通抵抗**

以上で 2 種粒径粒子並列充填層の層内圧力、ガス流れおよび全圧損失に関する理論式を求めることができたが解式中、 $r_c, R_c$  をのぞくすべての他の変数およびパラメーターは、任意もしくは実際操作に対応して、その数値を設定することが可能である。一方、半径方向の流通抵抗については、ほとんどなんの知見も得られていないのが現状である。もちろん、 $r_c$  および  $R_c$  を適当なパラメーターとして数値計算することは可能であるが、そのような計算は、 $r_c$  と  $R_c$  に関してなんら有用な知見を付加することにはならない。そこで、本研究では Fig. 2 のように半径方向圧力分布についてモデルを設定し、 $r_c$  および  $R_c$  に関する理論式を導出する。

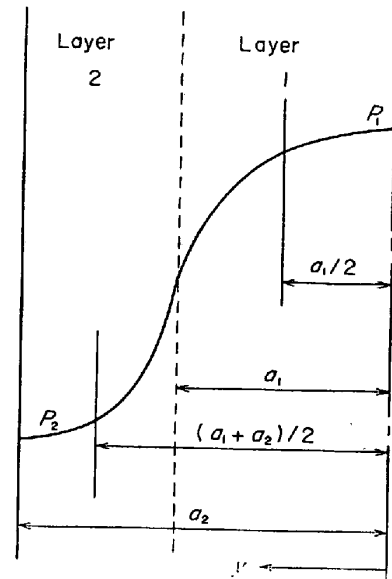


Fig. 2. Model of the lateral pressure profile in the bed.

Fig. 2 で、層 1 は中心部の円筒状充填層、また層 2 は周縁部の円環状充填層である。この場合、系は中心軸対称であるから中心軸近傍でクロス流は零となり、また層最外壁近傍でもクロス流はほとんど消失すると考えられるので、層内半径方向圧力分布は Fig. 2 のようなプロフィールを示すであろう。さて、いま図のように  $y = a_1/2 \sim (a_1 + a_2)/2$  の領域にのみ半径方向の圧力分布が存在するものと仮定すれば、 $r_c$  および  $R_c$  の理論式として次式が導かれる。

$$r_c = \int_{a_1/2}^{(a_1+a_2)/2} \frac{\rho_0}{2\pi r} dr = \frac{\rho_0}{2\pi} \ln(1 + 1/\sqrt{\delta_1}), \dots (73)$$

$$\begin{aligned}
 R_c &= \int_{a_1/2}^{a_1} \frac{\rho_1}{2\pi r} dr + \int_{a_1}^{(a_1+a_2)/2} \frac{\rho_2}{2\pi r} dr = \frac{\rho_1}{2\pi} \\
 &\{k \ln(1 + 1/\sqrt{\delta_1}) + (1-k) \ln 2\}, \dots\dots\dots (74)
 \end{aligned}$$

したがって、(8)~(23) 式に含まれる  $\alpha$  および  $\beta$  は、それぞれ、

$$\alpha = b\sqrt{2\pi c / \delta_1 \delta_2} \ln(1 + 1/\sqrt{\delta_1}) / (1-b) \dots\dots (75)$$

$$\begin{aligned}
 \beta &= \sqrt{\frac{2\pi(\delta_2 + k\delta_1)c}{\delta_1 \delta_2 \{k \ln(1 + 1/\sqrt{\delta_1}) + (1-k) \ln 2\}}} \\
 &\dots\dots\dots (76)
 \end{aligned}$$

また、

$$\frac{R_1}{r_c} = \frac{2\pi c}{h \ln(1 + 1/\sqrt{\delta_1})} \cdot \left(\frac{b}{1-b}\right)^2 \dots\dots\dots (77)$$

$$\frac{R_1}{R_c} = \frac{2\pi c}{\delta_1 \{k \ln(1 + 1/\sqrt{\delta_1}) + (1-k) \ln 2\}} \dots (78)$$

以下、本章で誘導した理論式に基づき、式中の変数およびパラメーターに種々の数値を代入して、クロス流を伴うガス流れの特性に及ぼす諸因子の影響を検討する。なお、以下では、一般に認められているように、各充填

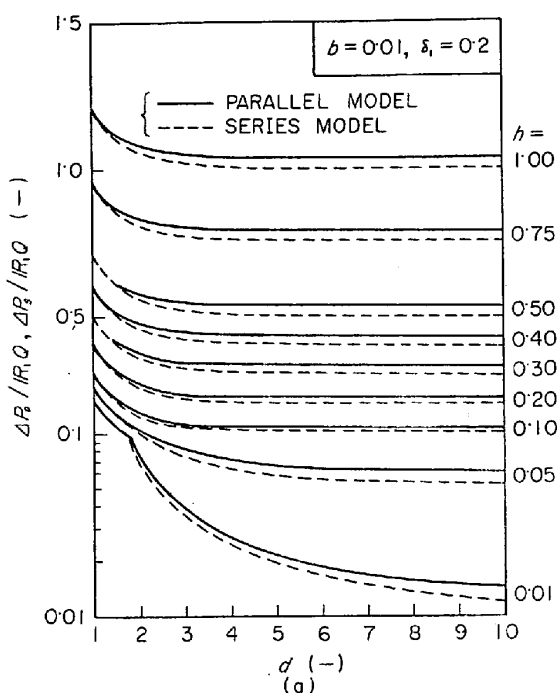


Fig. 3 (a)

層の層空間率が等しいと仮定したが、層空間率が異なる、より一般的な場合には、 $k=1/d^2$  の関係により並列充填層の粒径比  $d$  を固有流通抵抗比  $k$  に変換して考察すればよい。

### 3. クロス流を伴う並列充填層のガス流れに及ぼす諸因子の効果

#### 3.1 並列および直列モデルの全圧損失

まず、層内圧力の無次元化の際に基準として採用した並列および直列モデルの全圧損失を  $\Delta P_p/R_1Q$  および  $\Delta P_s/R_1Q$  の形で無次元化し、無次元分散部流通抵抗  $h$  をパラメーターとし、並列充填層の粒径比  $d$  の関数として示したのが Figs. 3(a)~(c) である。Figs. 3(a)~(c) は並列および直列モデルの実際の流通抵抗および全圧損失を見積るために利用できる。いずれの場合も、直列モデルに比較して並列モデルの場合の無次元圧損失が大きく、前報<sup>2)</sup> の集中定数系モデルと同様の傾向を示している。

#### 3.2 層内圧力分布に及ぼす粒径比、分散部流通抵抗および層の幾何学的因子の影響

Fig. 4 は、層内圧力分布に及ぼす並列充填層の粒径比  $d$  の影響を示す 1 例である。あきらかに層の半径方向に圧力差を生じ、それらは分散部と粒子層の境界面上で最大の値を示す。並列充填層の最大圧力差  $(\pi_{1p} - \pi_{2p})_{\max}$  は、層 1 および 2 に充填した粒子の粒径比  $d$  とともに増大し、 $d=10$  では、全圧損失の 50% 近くの大きな値を

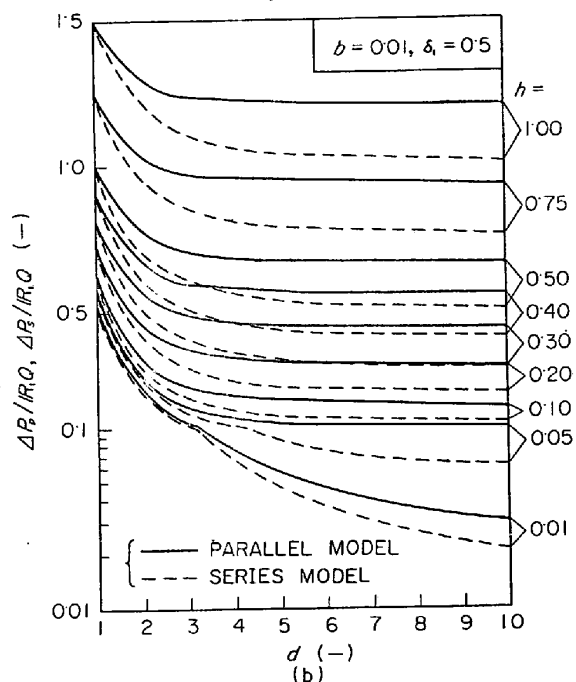


Fig. 3 (b)

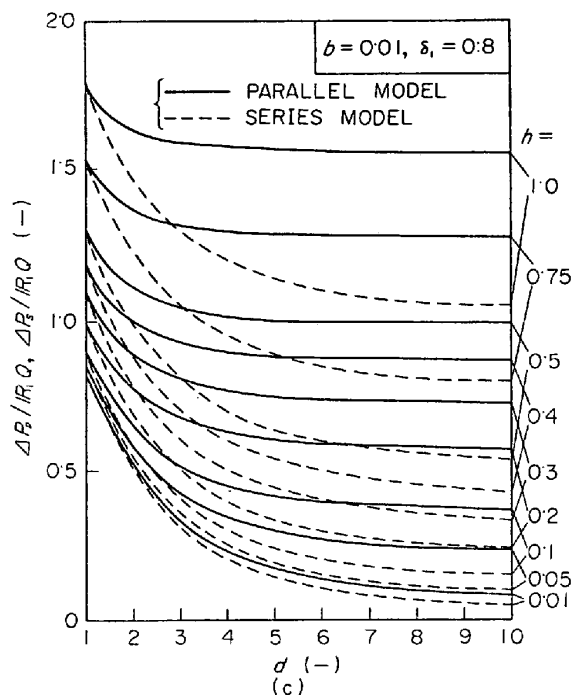


Fig. 3 (c)

Fig. 3. Axial flow resistance calculated from the parallel and the series models.

示している。

分散部の流通抵抗  $h$  の効果 (Fig. 5) は、 $h$  の増加とともに分散部での圧損失が相対的に増大し、圧力分布曲線は下方へずれる形で現われる。

層高  $L$  と管径  $D_t$  の比、すなわち充填層の幾何学的因子によつて層内圧力分布は影響をうける。Fig. 6 から、

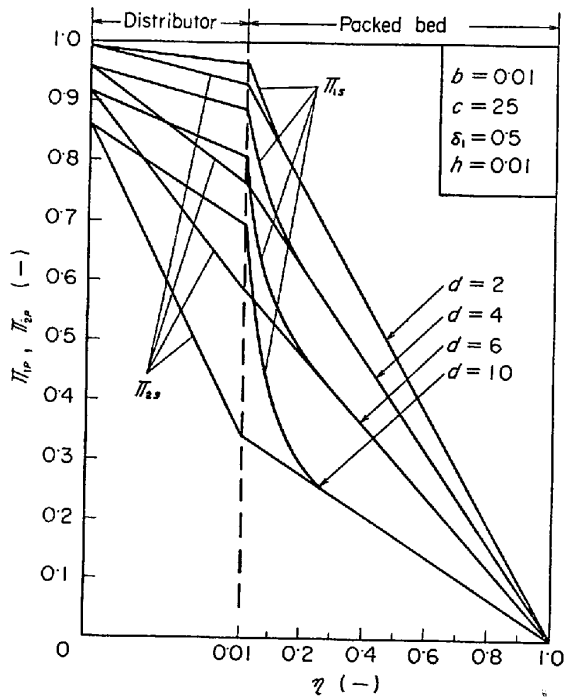


Fig. 4. Effects of particle size-ratio  $d$  on the pressure profile.

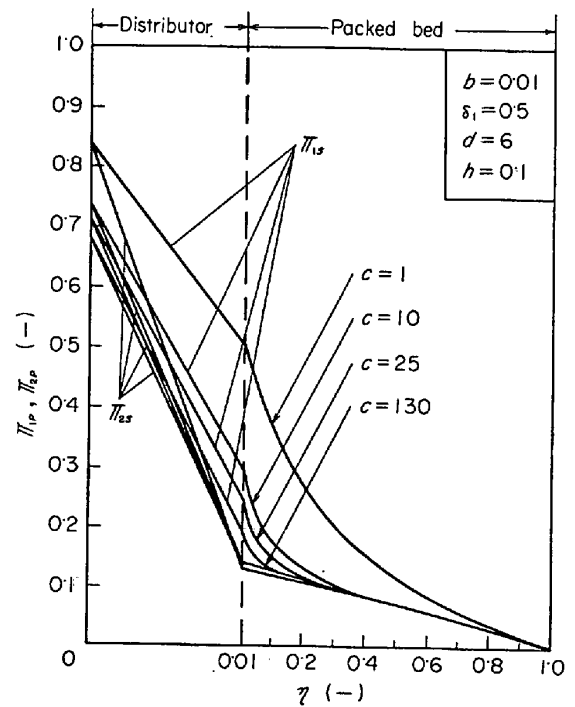


Fig. 6. Effects of geometrical factor  $c$  on the pressure profile.

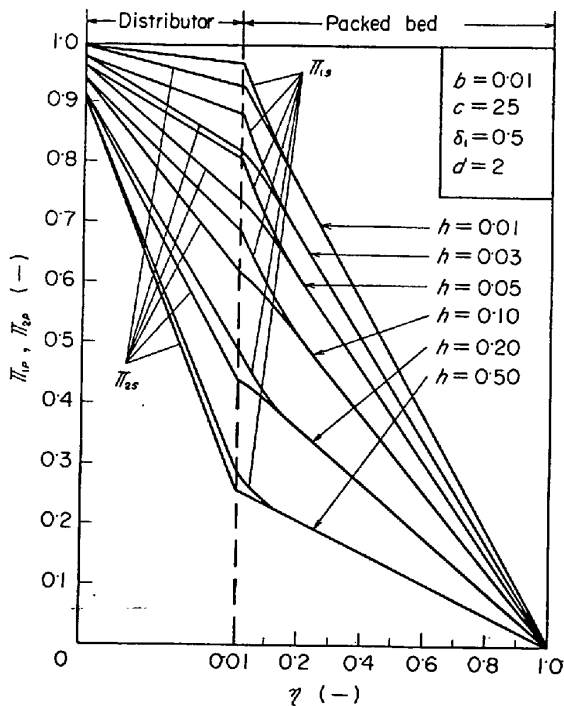


Fig. 5. Effects of flow resistance of distributor  $h$  on the pressure profile.

$c$  が 1 程度まで小さくなり、相対的に幅広の充填層に近づくとき、層内半径方向の圧力差が層頂近くまで残留する傾向がうかがわれる。充填層の幾何学的因子  $c$  が大きくなると、半径方向の圧力差が存在する領域は、分散部と粒子層の境界面近傍に限られてくる。  $L/D_t$  が 5 程度

以上の通常の充填層ではこのような状況にあるので、前報<sup>1)</sup>の集中定数系モデルは実体的にも十分近似的に妥当なものである。

### 3.3 層内の軸方向ガス流量分布

前節までの計算結果から並列充填層内の半径方向圧力差は分散部直後で最大となることがわかった。これに対応して層 1 および 2 における軸方向のガス流量も、分散部と粒子層の境界面近傍で大きく変化する。この様子を示したのが Fig. 7 および 8 である。図ではクロス流を伴う実際の並列充填層のガス流とともに、比較の便のために並列および直列モデルに基づく軸方向ガス流量分布をプロットした。この結果、分散部内および分散部直後付近でクロス流を生じていることがよく理解される。一般に、分散部の流通抵抗  $h$  が大きくなると層内ガス流れは直列モデルのそれに近づき、また、層が幅広となりパラメーター  $c$  が小さくなると並列モデルのそれに接近する。

また、層頂部近傍のガス流量は、分散部にほとんど関係せず、層 1 および 2 のガス流に対する流通抵抗の逆比に比例して一義的に定まるので、ガス流出部のガス流量の測定値のみから、層内部におけるクロス流の有無もしくは大小を論じるのは正しくない。

### 3.4 半径方向ガス流量 (クロス流量)

Fig. 9 は層内クロス流分布に及ぼす分散部流通抵抗の効果を示す 1 例である。クロス流は分散部内部で軸方向

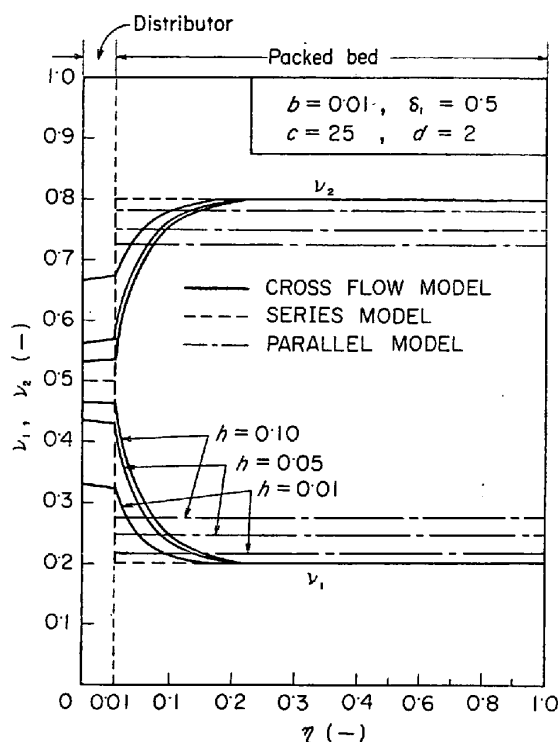


Fig. 7. Effects of flow resistance of distributor  $h$  on flow rates through the bed.

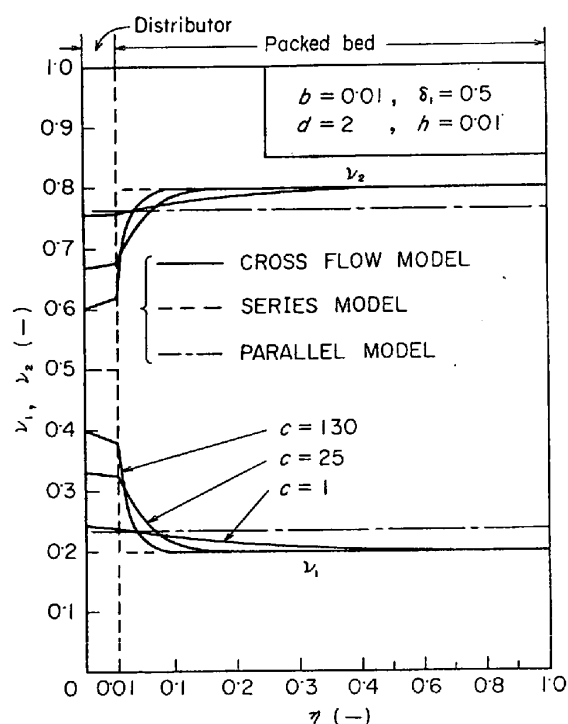


Fig. 8. Effects of geometrical factor  $c$  on flow rates through the bed.

に単調増加するが、充填層内部では単調に減少する。この結果、クロス流すなわち半径方向ガス流も、層内圧力差と同様に分散部直上で最大となる。

また、分散部内部のクロス流は、分散部流通抵抗  $h$  に

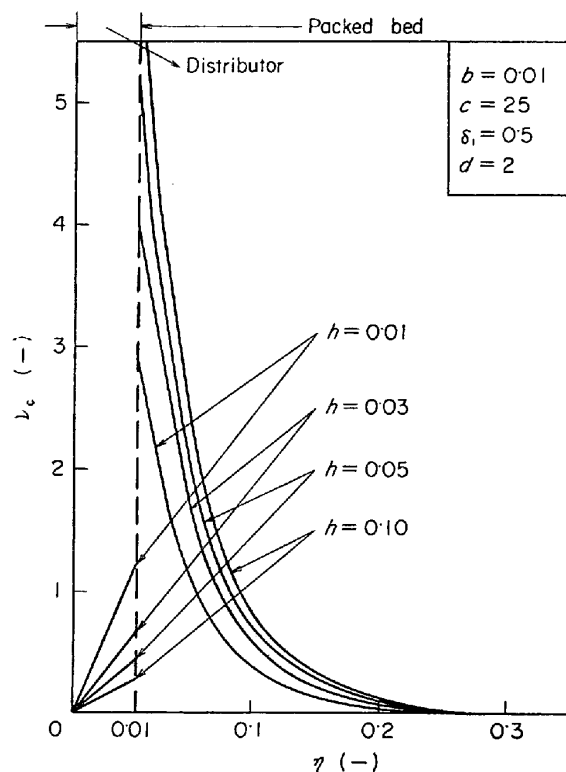


Fig. 9. Effects of flow resistance of distributor  $h$  on the lateral cross flow rates.

関する単調減少関数であるが、充填層内部では逆に  $h$  に関する単調増加関数となる。一方、(14) および (20) 式からわかるように\*、並列充填層の粒径比  $d$  の増大とともに、クロス流は並列充填層の全域で単調に増加する。

### 3.5 並列充填層の全圧損失

層流域における並列充填層の全圧損失が並列および直列モデルのそれから偏倚する程度は、(21) および (22) 式に基づき見積ることができるが、図上でその値を推定できれば便利である。この目的で示したのが Figs. 10(a) ~ (i) である。図では  $c=1 \sim 130$  の間の 9 種の場合につき  $h$  をパラメータとして  $\Delta\pi_s$  を  $d$  に対して描いた。Fig. 10(a), (d) および (g) に点線で示した直列モデル基準の並列モデルの全圧損失  $\Delta P_p / \Delta P_s$  との比較により、並列充填層の全圧損失の並列および直列モデルのそれへの接近度を評価できる。

ちなみに、Fig. 11 は、 $c$  をパラメータにして粒径比  $d$  にたいして示した全圧損失の計算結果の 1 例である。図から、並列充填層の全圧損失は、 $c$  の減少とともに並列モデルのそれに近づき、 $c$  の増大とともに逆に直列モデルに近づくことが明らかである。

粒径比  $d$  とともに並列充填層の全圧損失  $\Delta\pi_s$  は増大するが、一方、分散部流通抵抗  $h$  に関しては、ある  $h$  の

\* (14) および (20) 式を  $h(=1/d^2)$  に関して微分すればよい。

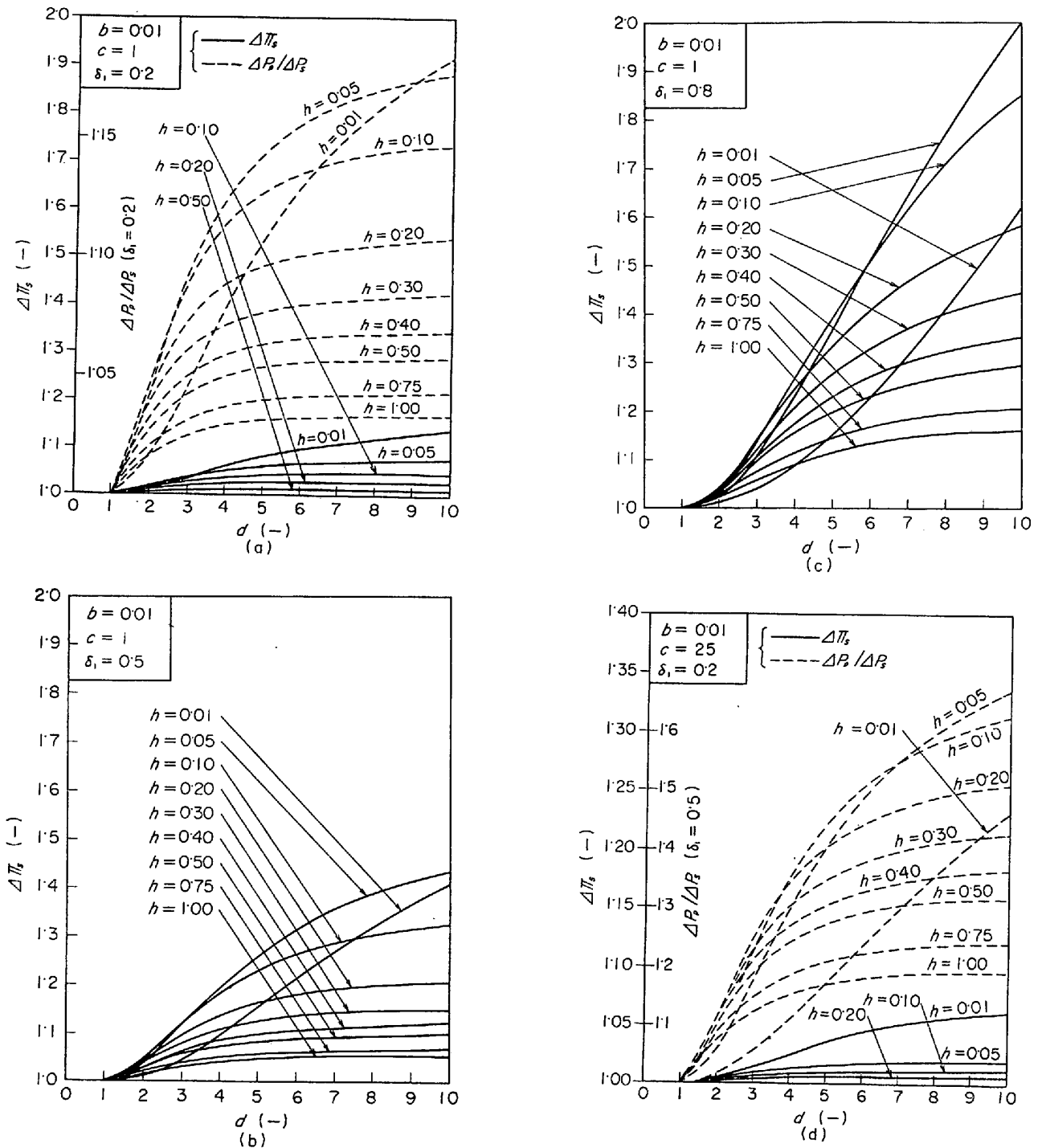


Fig. 10. Total pressure drops

値で最大となる。この最大値を与える  $h$  は、

$$h = \sqrt{(\alpha \coth \alpha \cdot \tanh \beta) / \beta \cdot \delta_1 / d} \dots\dots\dots (79)$$

となり、粒径比  $d$  の増大とともに小さくなる。以上の関係を全圧損失  $\Delta\pi_s$ —粒径比  $d$  の関係で表わすと、Fig. 10(a)~(i) の曲線群の包絡線を与える。この包絡線は、次式

$$\Delta\pi_s = 1 + \frac{(d^2 - 1) \delta_1 \delta_2 \tanh \beta}{\beta (h_0 \delta_2 d^2 + d + h_0 \delta_1)^2}$$

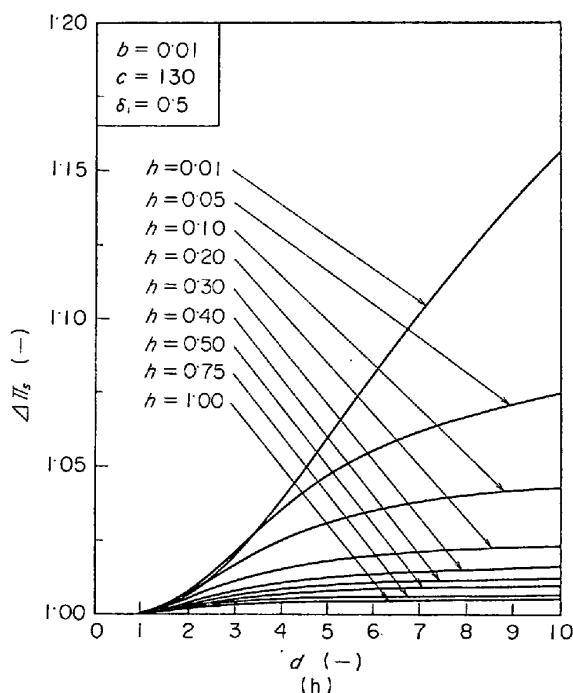
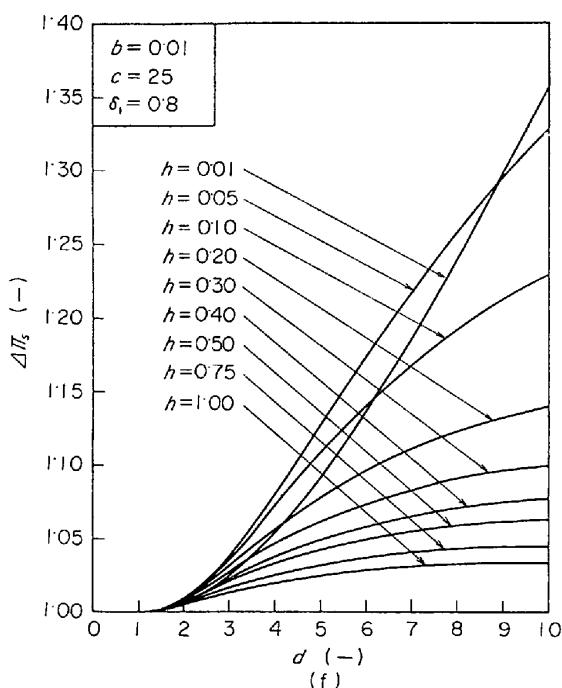
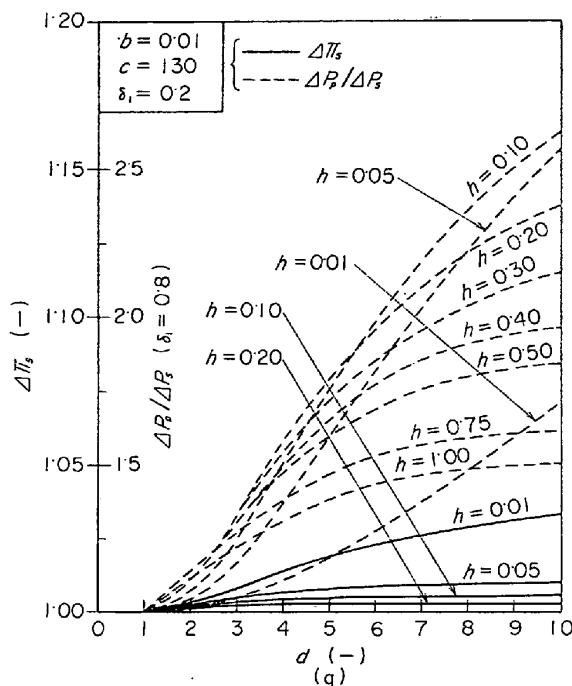
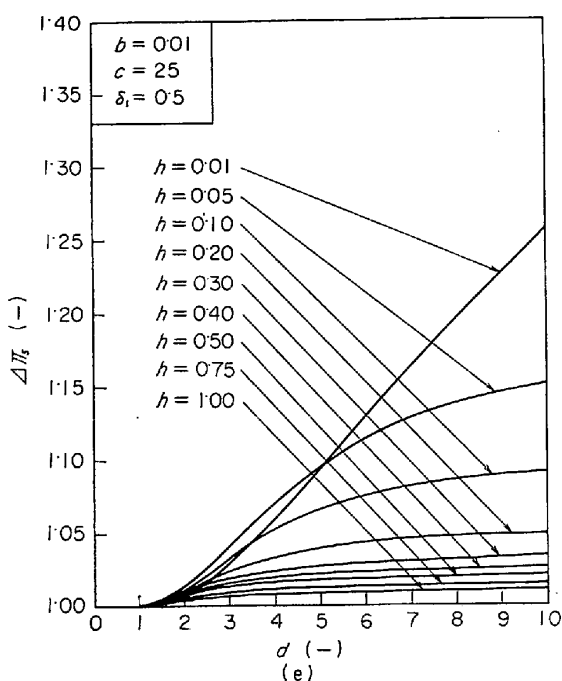
ここで、

$$h_0 = \sqrt{\frac{\alpha \coth \alpha \tanh \beta}{\beta}} \dots\dots\dots (80)$$

で与えられ、並列充填層の全圧損失  $\Delta\pi_s$  が直列モデルのそれから偏倚する割合の最大値を示す。

前報<sup>2)</sup> で並列充填層の全圧損失が層1および2の占有断面積率に関して最大値をとることを示したが、同様の傾向が本報の場合についても示される (Fig. 12)。





through parallel-packed bed.

### 3.6 並列充填層の流通抵抗

並列充填層の全圧損失とともに、ガス流に対する流通抵抗の数値も図上で推算できれば便利である。この目的で作成したのが Fig. 13(a)~(c) である\*。なお、並列充填層の流通抵抗は、充填層の粒径比  $d$  および並列充填層の幾何学的因子  $c$  に関する単調減少関数であるが、一方、分散部流通抵抗  $h$  に関しては単調増加関数である。

\* (23) 式より求められる。

## 4. 考 察

2 種粒径粒子並列充填層のガス流に関する諸特性が並列および直列モデルのそれらと一致するものではないこと、および、それらの間の偏れの程度を層流域において定量的に示すのが、本報の具体的目的の一つであつたから、前章までの計算では、層内のガス圧および全圧損失を無次元表示する際の基準量として、並列および直列モデルの全圧損失  $\Delta P_p$  および  $\Delta P_s$  を採用している。し

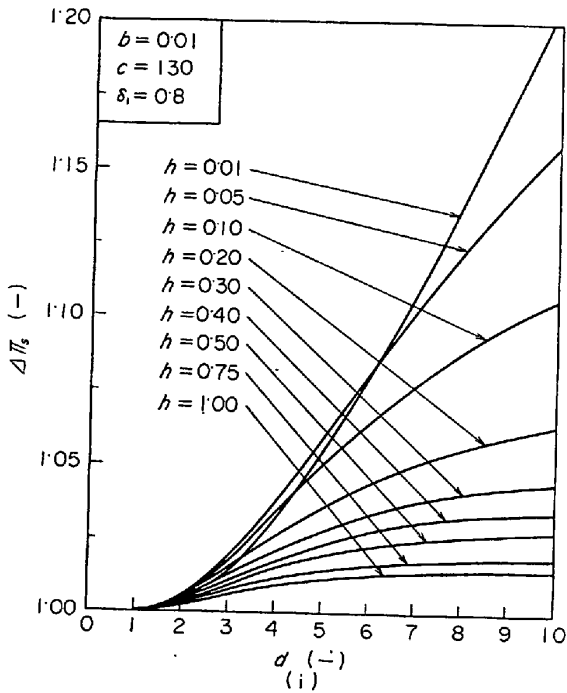


Fig. 10. Total pressure drops through parallel-packed bed.

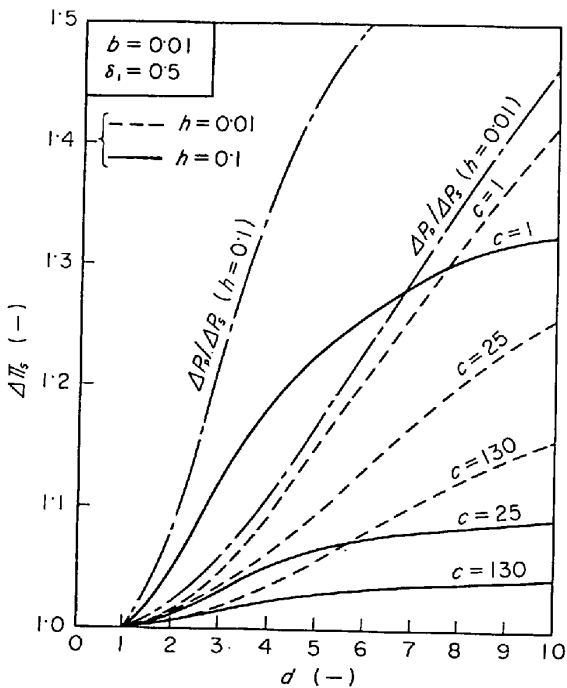


Fig. 11. Effects of geometrical factor  $c$  on total pressure drops through the bed.

かし、これらの全圧損失  $\Delta P_d$  および  $\Delta P_s$  は、Fig. 3 に示したように、分散部流通抵抗  $h$ 、並列充填層における層 1 の占有断面積率  $\delta_1$ 、粒径比  $d$  および幾何学的形状因子  $c$  などによつて変化する。この結果、無次元表示した圧力および全圧損失がたどる一般的傾向と、有次元表示に基づくそれとは必ずしも一致しない。たとえば、無次

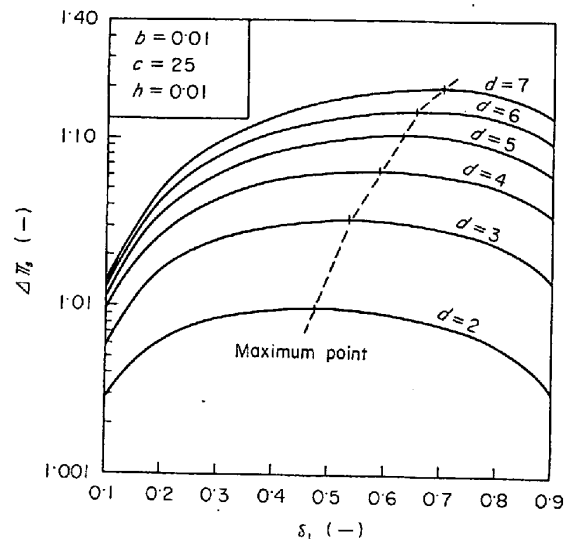


Fig. 12. Effects of cross-sectional area occupied with one of the parallel-packed zones  $\delta_1$  on total pressure drops through the bed, with particle size-ratio  $d$  as a parameter.

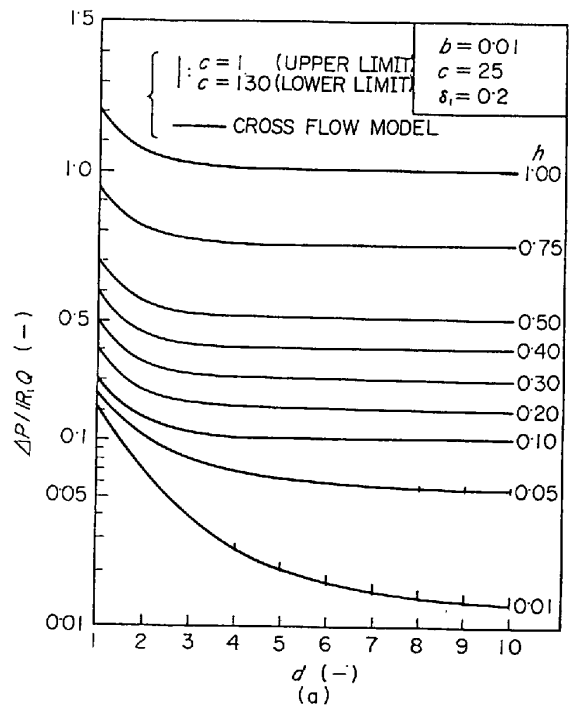


Fig. 13 (a)

元圧損失  $\Delta \pi_s$  が分散部流通抵抗に関して最大となる点は、その  $h$  の値で、クロス流を伴う並列充填層の全圧損失  $\Delta P$  が、直列モデルに基づく全圧損失  $\Delta P_s$  から偏倚する割合が最大となる点に相当し、 $\Delta P$  の絶対値が最大となることを意味しない。ちなみに、 $\Delta \pi_s$  に Fig. 3 の  $\Delta P_s$  の値を乗じて  $\Delta P$  の一般的傾向を求めると、Figs. 13 (a) ~ (c) が得られるが、これらの図から、 $\Delta P$  が  $h$  に関する単調増加、また、 $d$  に関する単調減少関数であること

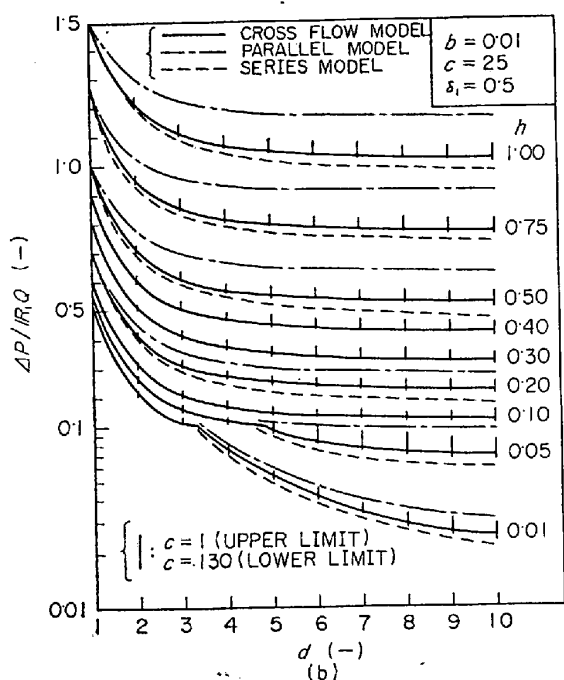


Fig. 13 (b)

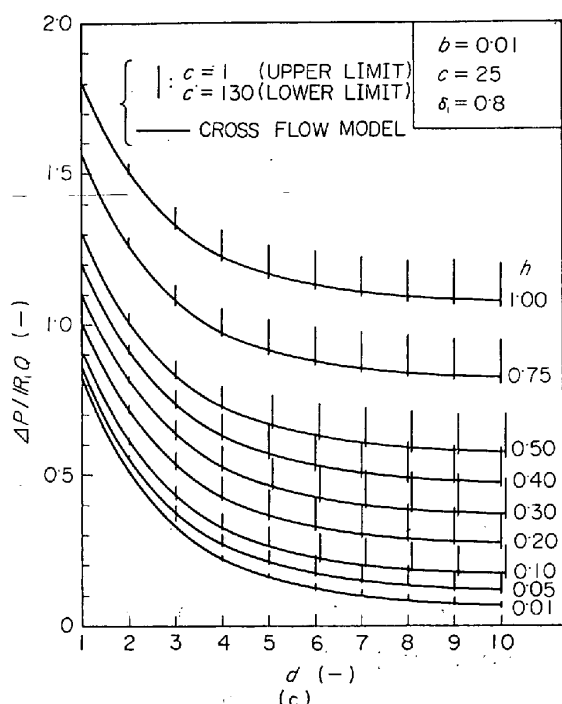


Fig. 13 (c)

Fig. 13. Axial flow resistance of parallel-packed bed.

がわかる。

$\Delta P_s$  が  $h$  に関して極大点をもつ事実は、また、その点で  $\Delta P$  が  $\Delta P_p$  に最も接近することを意味するものではない。なぜなら、 $\Delta P_p/\Delta P_s$  も  $h$  とともに変化し、 $\Delta P_s$  の極大点で  $\Delta P_s$  が  $\Delta P_p/\Delta P_s$  に相対的に最も接近することにはならないからである。2種粒径粒子並列充填層の

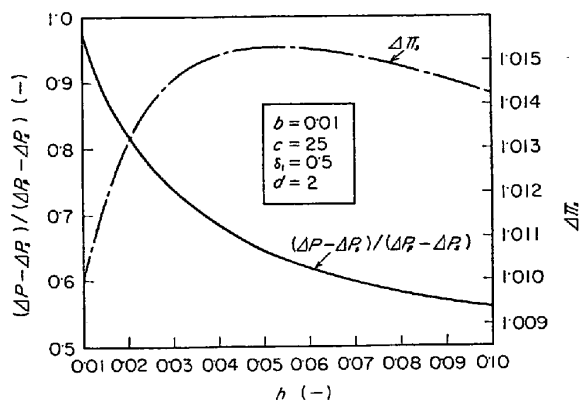


Fig. 14. Degree of proximity of pressure drops from the cross flow model to that from the parallel model.

全圧損失  $\Delta P$  の並列または直列モデルに基づくそれら  $\Delta P_p$  または  $\Delta P_s$  への接近度を評価するためには、たとえば、

$$\frac{(\Delta P - \Delta P_s)}{(\Delta P_p - \Delta P_s)} = (h + \delta_1 \delta_2 + k \delta_1^2) \cdot f(\alpha) f(\beta) / A_1 \dots \dots \dots (81)$$

の数値を評価すればよいが、(81) 式の右辺は  $h$  に関する単調減少関数となるため、分散部流通抵抗  $h$  が小さくなるほど、 $\Delta P$  が並列モデルの  $\Delta P_p$  に近づくことがわかる (Fig. 14).

なお、並列充填層の全圧損失  $\Delta P$  の測定値から、分散部のみの圧損失の測定値を差し引くことによつて充填層自身の圧損失を評価する慣用的な手法は、並列充填層、ひいては、不均一充填構造を有する充填層の場合に不適当であることは注意を要する問題であろう。

### 5. 結 論

層流域における2種粒径粒子並列充填層の層内ガス圧力および流速に関する分布定数系モデルを設定し、厳密な理論解を導出した。この理論解に基づき、分散部流通抵抗  $h$ 、並列充填層における層1の占有断面積率  $\delta_1$ 、粒径比  $d$  および幾何学的形状因子  $c$  をパラメーターにして、層内軸方向圧力分布、ガス流量分布、クロス流分布、並列充填層の全圧損失および流通抵抗に関する数値計算を行ない、これらを使用上の便宜を考慮して図示した。同時に、並列充填層のガス流れの諸特性に及ぼす諸因子の効果をあきらかにした。

2種粒径粒子並列充填層においては、分散部、並列充填層の層1および2の流通抵抗の差に起因して、層半径方向にガス流の圧力差を生ずる。この圧力差は分散部直上で最大となる。

ガス流の半径方向圧力差に対応して、半径方向のガス

流, すなわち, クロス流を生ずる. クロス流もまた分散部直上で最大となる.

層半径方向に圧力差を生ずる領域, したがって, クロス流が存在する領域は, 並列充填層の層高  $L$  と管径  $D_t$  の比  $L/D_t$  が 5 程度以上の通常の充填層では, 分散部と充填層の境界面近傍に限られるため, 前報<sup>2)</sup> で示した集中定数系モデルは近似的に妥当である.

なお, 層頂部近傍のガス流量は, 分散部の流通抵抗によつてほとんど影響されることなく, ガス流に対する層 1 および 2 の逆比に比例して一義的に定まる. このため, 層頂におけるガス流出端部のガス流量の測定値のみから, 層内部におけるクロス流の有無, もしくは大小を論ずるのは正しくない.

付 録

$0 \leq x \leq l_0$  のとき,

(3) 式に  $i=1$  および 2 を代入して辺々引き合うと,  

$$-d(P_1 - P_2)/dx = r_1 Q_1 - r_2 Q_2 = (r_1 + r_2) Q_1 - r_2 Q_2 \dots\dots\dots (A1)$$

(A1) 式と (4) 式とから,

$$-d^2(P_1 - P_2)/dx^2 = (r_1 + r_2) dQ_1/dx = -\{(r_1 + r_2)/r_c\} (P_1 - P_2) \dots\dots\dots (A2)$$

(A2) 式の一般解は,

$$P_1 - P_2 = c_1 \cosh \lambda_0 x + C_2 \sinh \lambda_0 x \dots\dots\dots (A3)$$

ここで,  $\lambda_0 = \sqrt{(r_1 + r_2)/r_c}$

(A1) および (A3) 式より,

$$Q_1 = \{r_2 Q - \lambda_0 (c_1 \sinh \lambda_0 x + c_2 \cosh \lambda_0 x)\} / (r_1 + r_2) \dots\dots\dots (A4)$$

$l_0 \leq x \leq l_0 + l$  のとき,

上と同様にして,

$$P_1 - P_2 = c_3 \cosh \lambda x + c_4 \sinh \lambda x \dots\dots\dots (A5)$$

$$Q_1 = \{R_2 Q - \lambda (c_3 \sinh \lambda x + c_4 \cosh \lambda x)\} / (R_1 + R_2) \dots\dots\dots (A6)$$

ここで,  $\lambda = \sqrt{(R_1 + R_2)/R_c}$

境界条件 (5) より

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 0 \\ c_2 &= \frac{(r_2 R_1 - r_1 R_2) Q \sinh \lambda l}{\lambda (r_1 + r_2) \sinh \lambda_0 l_0 \cosh \lambda l + \lambda_0 (R_1 + R_2) \cosh \lambda_0 l_0 \sinh \lambda l} \\ c_3 &= c_2 \sinh \lambda_0 l_0 \sinh \lambda (l_0 + l) / \sinh \lambda l \\ c_4 &= -c_2 \sinh \lambda_0 l_0 \cosh \lambda (l_0 + l) / \sinh \lambda l \end{aligned} \right\} \dots\dots (A7)$$

(A7) 式の関係を (A3)~(A6) 式に代入し, その結果得られる解に, (1)~(4') 式を適用すると, 並列充填層の層内圧力  $P_1$  および  $P_2$ , ガス流量  $Q_1$  および  $Q_2$ , およびクロス流流量  $q_c$  の理論解が求まる. これを 2 章で定義した無次元変数およびパラメーターを使つて無次

元化すれば, (8)~(20) 式が得られる.

記 号

- $a_1$ : 中心部充填層半径, (cm)
- $a_2$ : 円筒半径, (cm)
- $b$ : 分散部無次元厚さ, (-)
- $c$ : 充填層の幾何学的因子  $l^2/S_0$ , (-)
- $D_t$ : 円筒直径, (cm)
- $d$ : 粒径比 = 層 2 の粒子粒径/層 1 の粒子粒径, (-)
- $h$ : 分散部無次元流通抵抗, (-)
- $k$ : 層 1 および 2 の固有流通抵抗比  $\rho_2/\rho_1$ , (-)
- $L$ : 分散部厚さと充填層高の合計  $l_0 + l$ , (cm)
- $l_0$ : 分散部厚さ, (cm)
- $l$ : 充填層高, (cm)
- $P_i (i=1, 2)$ : 層  $i$  を流れるガスの圧力, (cm-(H<sub>2</sub>O))
- $\Delta P, \Delta P_p, \Delta P_s$ : クロス流を伴う並列充填層, 並列モデルおよび直列モデルの各全圧損失, (cm-(H<sub>2</sub>O))
- $Q, Q_i (i=1, 2)$ : 全ガス流量および層  $i$  を流れるガス流量, (cm<sup>3</sup>/sec)
- $q_c$ : 単位層高あたりクロス流量, (cm<sup>3</sup>/sec · cm)
- $R_i, R_i (i=1, 2)$ : 層  $i$  の軸方向全流通抵抗および単位層高あたり流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec)), (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup> · cm/sec))
- $R_B$ : 分散部の軸方向全流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/cm<sup>3</sup>/sec)
- $R_c, R_c$ : 粒子層の半径方向総括流通抵抗および単位層高あたり流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec)), (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec · cm))
- $r_i, r_i (i=1, 2)$ : 分散部の層  $i$  部分軸方向全流通抵抗および単位層高あたり流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec)), (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup> · cm/sec))
- $r_c, r_c$ : 分散部の半径方向総括流通抵抗および単位層高あたり流通抵抗, (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec)), (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec · cm))
- $S_0, S_i (i=1, 2)$ : 充填層全断面積 および層  $i$  の占有断面積, (cm<sup>2</sup>)
- $x$ : 層内高さ, (cm)
- $y$ : 層内半径距離, (cm)
- $\alpha = \sqrt{(r_1 + r_2)/r_c}$ , (-)
- $\beta = \sqrt{(R_1 + R_2)/R_c}$ , (-)
- $\delta_i (i=1, 2)$ : 層  $i$  の占有断面積率, (-)
- $\rho_0, \rho_i (i=1, 2)$ : 分散部および層  $i$  の固有流通抵抗 (cm-(H<sub>2</sub>O)/(cm<sup>3</sup>/sec) · (cm/cm<sup>2</sup>))

$\nu_i, \nu_c$  ( $i=1, 2$ ): 層  $i$  を流れる無次元ガス流量および  
並列充填層の無次元クロス流量, (-)

$\eta$ : 層内無次元高さ, (-)

$\pi$ : 円周率, (-)

$\pi_{ip}, \pi_{is}$  ( $i=1, 2$ ): 並列および直列モデル基準の層  $i$   
内無次元ガス圧, (-)

$\Delta\pi_p, \Delta\pi_s$ : 並列および直列モデル基準の並列充填層  
の無次元全圧損失, (-)

2) 森山, 西尾: 鉄と鋼, 60 (1974), p.1271

3) V. STANEK, J. SZEKELY: Canad. J. Chem. Eng.,  
50 (1972), 9

4) J. M. DALLA VALLE: Micromeritics. The Tech-  
nology of Fine Particles, (1948), p. 262, [New  
York; Pitman Publ, Co]

5) P. C. CARMAN: Trans. Inst. Chem. Engrs.,  
(London), 15 (1937), p.150; J. Soc. Chem.  
Ind., (London), 57 (1938), p.225

#### 文 献

1) 天辰, 吉沢, 館: 鉄と鋼, 59 (1973), p. 46