

論 文

UDC 621.785.6 : 620.192.5 : 669.14-422.1-156

円柱鋼材の冷却過程における熱応力の計算*

坂 井 一 男**

Calculation of Thermal Stress in Cylindrical Steel during Cooling

Kazuo SAKAI

Synopsis:

The paper presented a calculation of thermal stress in a cylindrical steel induced during cooling by introduction of strain-history into Hara's calculation method.

Calculation was based on elastic-plastic theory and total strain was calculated by non-linear integral equation through a successive integration. Plastic strain was calculated by total strain theory and stress-strain diagram.

A calculation was made for a cylindrical steel bar with 1500mm in diameter quenched in mist from 850°C, and the results are as follows.

(1) Tensile stresses (σ_t , σ_z) at surface of bar are the largest, when temperature difference between surface and core was the largest.

(2) Stresses (σ_t , σ_z) at starting point of transformation always show the maximum tensile values.

(3) Reverse of stresses (σ_r , σ_t , σ_z) takes place after completion of transformation of core.

(4) At final stage of cooling, core has tensile stresses (σ_r , σ_t , σ_z) and surface layer has compressive stresses (σ_t , σ_z) of characteristic pattern.

(Received March 16, 1974)

1. 緒 言

圧延ロールや発電機用ならびに蒸気タービン用軸類などでは、年々、大型化と品質の高級化が要求され、苛酷な焼入れが行なわれるので、焼割れや置割れなどの事故も少なくない。また、このような事故の主原因が焼入れに伴う熱応力や残留応力によるものであることも知られている^{1)~3)}。それゆえ、焼入れの冷却過程での熱応力が予知されれば熱処理上有益である。

残留応力の測定法としては周知のザックス法があるが、鋼材が大型化すると経済的にも負担が大きく、高度な測定技術も要求される。さらに、この方法では最終状態しか測定できないので、冷却途中での状況をも知るためには計算以外に方法がない。

従来、冷却過程の熱応力の理論解析として、適当な温度を仮定することによって、弾性域と塑性域を分離して、物性値とくに、ヤング率の温度依存性を無視して計算する方法が提案されているが^{4)~7)}、鋼は焼入れの冷却過程を通じて弾塑性的挙動を示すことは周知の事実であり、また、物性値が温度依存性をもつことも明白な事実であ

る。したがって、冷却過程の熱応力は弾塑性理論によって展開され、更に、物性値の温度依存性も考慮に入れた計算方法によつてもとめられるべきである。

円柱鋼材の加熱過程の熱応力について、原⁸⁾⁹⁾は変態による体積変化ならびに物性値の温度依存性を考慮に入れて弾塑性理論によつて計算している。

筆者は、この原の計算手法に、更に歪履歴の影響を導入することによつて冷却過程の熱応力を計算する方法を試みた。この計算方法によつて、設定したモデルについて計算した結果は、他の研究者による残留応力の実測例に照らして妥当性をもつものと考えられるので、以下この計算方法の概要と計算例について説明する。

2. 理論計算式

2.1 熱応力の計算式

円柱鋼材の冷却過程の熱応力の計算式は、等方性の無限円柱鋼材で半径方向にのみ温度分布をもつと仮定すれば、原⁸⁾⁹⁾が導入している加熱過程の計算式がそのまま、

* 昭和49年3月16日受付

** 三菱製鋼(株)技術研究所

適用できるので、詳細は省略して、必要な計算式と概略の説明を述べる。まず、以下の報告に用いる註記以外の記号をつぎに示す。

記 号

- r : 半径方向の位置, a : 円柱鋼材の半径
- e_r, e_t, e_z : 半径, 接線, 軸方向の全歪
- $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z$: 半径, 接線, 軸方向の応力
- e_r', e_t' : 半径, 接線方向の偏差全歪
- $\epsilon_{rp}, \epsilon_{tp}, \epsilon_{zp}$: 半径, 接線, 軸方向の塑性歪
- ϵ_{et} : 相当全歪, ϵ_{ep} : 相当塑性歪
- $\Sigma \epsilon_{rp}, \Sigma \epsilon_{tp}, \Sigma \epsilon_{zp}$: 半径, 接線, 軸方向の残留塑性歪
- $\Delta \epsilon_{rp}, \Delta \epsilon_{tp}, \Delta \epsilon_{zp}$: 半径, 接線, 軸方向の塑性歪増分
- $\bar{\sigma}$: 相当応力, E : 縦弾性係数
- α : 線膨張係数, ν : ポアソン比
- T : 中心に対する低意点の温度差
- n, b : 応力-歪線図に関する材料定数
- ϵ : 応力-歪線図の歪
- $\theta_0, \theta_s, \theta_f$: 中心, 変態開始, 変態終了温度

円柱鋼材の応力-歪関係式と釣合いの条件式および歪の適合条件式から求められる微分方程式に境界条件を適用すれば、全歪について次の非線型積分方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} e_r &= G_1 \left(\frac{1}{a^2} \right) \int_0^a \alpha T \cdot r \cdot dr - G_2 \left(-\frac{1}{r^2} \right) \\ &\quad \times \int_0^r \alpha T \cdot r \cdot dr + G_2 \alpha T + P_r \\ e_t &= G_1 \left(\frac{1}{a^2} \right) \int_0^a \alpha T \cdot r \cdot dr + G_2 \left(-\frac{1}{r^2} \right) \\ &\quad \times \int_0^r \alpha T \cdot r \cdot dr + P_t \\ e_z &= \frac{2}{a^2} \int_0^a \alpha T \cdot r \cdot dr + P_z \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

ここで、 P_r, P_t, P_z は全歪の塑性項で、次の(2)式によつて与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_r &= G_3 \left(\frac{1}{a^2} \right) \int_0^a (\epsilon_{rp} + \epsilon_{tp}) \cdot r \cdot dr - G_4 \left(\frac{1}{r^2} \right) \\ &\quad \times \int_0^r (\epsilon_{rp} + \epsilon_{tp}) \cdot r \cdot dr - G_4 \left[\int_0^a (\epsilon_{rp} - \epsilon_{tp}) r^{-1} \cdot dr \right. \\ &\quad \left. - \int_0^r (\epsilon_{rp} - \epsilon_{tp}) r^{-1} \cdot dr \right] + G_5 \epsilon_{rp} \\ P_t &= G_3 \left(\frac{1}{a^2} \right) \int_0^a (\epsilon_{rp} + \epsilon_{tp}) \cdot r \cdot dr + G_4 \left(\frac{1}{r^2} \right) \\ &\quad \times \int_0^r (\epsilon_{rp} + \epsilon_{tp}) \cdot r \cdot dr - G_4 \left[\int_0^a (\epsilon_{rp} - \epsilon_{tp}) r^{-1} \cdot dr \right. \\ &\quad \left. - \int_0^r (\epsilon_{rp} - \epsilon_{tp}) r^{-1} \cdot dr \right] \\ P_z &= -\frac{2}{a^2} \int_0^a (\epsilon_{rp} + \epsilon_{tp}) \cdot r \cdot dr \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

ただし、 $G_1 = (1-3\nu)/(1-\nu)$, $G_2 = (1+\nu)/(1-\nu)$, $G_3 = \frac{1}{2}(1-\nu)$, $G_4 = (1-2\nu)/[2(1-\nu)]$, $G_5 = (1-2\nu)/(1-\nu)$ である。(1)式から、全歪をもとめる際には、逐次積分法による。また、応力は次の(3)式によつて計算される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= E_1 e_r + E_2 (e_t + e_z) - E_3 \epsilon_{rp} - E_4 \alpha T \\ \sigma_t &= E_1 e_t + E_2 (e_z + e_r) - E_3 \epsilon_{tp} - E_4 \alpha T \\ \sigma_z &= E_1 e_z + E_2 (e_r + e_t) - E_3 \epsilon_{zp} - E_4 \alpha T \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

ただし、 $E_1 = E(1-\nu)/[(1+\nu)(1-2\nu)]$, $E_2 = E\nu/[(1+\nu)(1-2\nu)]$, $E_3 = E/(1+\nu)$, $E_4 = E/(1-2\nu)$ である。

2.2 塑性歪の計算式

(2)式で全歪の塑性項 P_r, P_t, P_z を計算するには、塑性歪 $\epsilon_{rp}, \epsilon_{tp}, \epsilon_{zp}$ をもとめる必要がある。3軸応力場の塑性歪は1軸引張試験によつて得られる応力-歪線図と相当全歪を導入することによつて全歪理論よりもとめることができる⁸⁾⁹⁾。相当全歪 ϵ_{et} , 相当応力 $\bar{\sigma}$, 相当塑性歪 ϵ_{ep} は次の(4), (5), (6)式によつて定義される。

$$\epsilon_{et} = \frac{\sqrt{2}}{3} [(e_r - e_t)^2 + (e_t - e_z)^2 + (e_z - e_r)^2]^{1/2} \dots (4)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{2}{\sqrt{2}} [(\sigma_r - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2]^{1/2} \dots\dots (5)$$

$$\epsilon_{ep} = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\epsilon_{rp} - \epsilon_{tp})^2 + (\epsilon_{tp} - \epsilon_{zp})^2 + (\epsilon_{zp} - \epsilon_{rp})^2]^{1/2} \dots\dots (6)$$

したがつて、塑性歪は次の(7)式で与えられる。

$$\epsilon_{rp} = \frac{\epsilon_{et}}{\epsilon_{ep}} e_r', \quad \epsilon_{tp} = \frac{\epsilon_{et}}{\epsilon_{ep}} e_t', \quad \epsilon_{zp} = -(\epsilon_{rp} + \epsilon_{tp}) \dots\dots (7)$$

また、 $\epsilon_{et}, \bar{\sigma}, \epsilon_{ep}$ の間には $\bar{\sigma} = 3E(\epsilon_{et} - \epsilon_{ep})/2(1+\nu)$ の関係がある。一方、1軸引張試験の応力-歪線図より $\bar{\sigma}$ と ϵ_{ep} の関係がもとめられるので、 ϵ_{ep} は次の(8)式によつて計算される。

$$\epsilon_{ep} = A\epsilon_{et} - B \dots\dots (8)$$

ただし、 $A = 3(E-n)/[3E-n(1-2\nu)]$, $B = 2(1+\nu)b/[3E-n(1-2\nu)]$ であり、 $\epsilon_{ep} < 0$ のとき、 $\epsilon_{ep} = 0$ とする。ここで、 n, b は1軸引張試験による応力-歪線図に関する材料定数である。すなわち、応力-歪線図の弾性変形と弾-塑性変形を、ともに、直線で近似し前者を $\bar{\sigma} = E\epsilon$, 後者を $\bar{\sigma} = n\epsilon + b$ と仮定している。なお、縦弾性係数 E , 材料定数 n, b の温度依存性を考慮することはいうまでもない。

2.3 歪履歴の影響

以上述べた理論計算式によつて、任意の温度分布をもつ円柱鋼材内部の歪と応力を計算することができるが、冷却過程の熱応力をもとめるためには、冷却開始より終

了までを連続した経過として見る必要があり、したがって、歪履歴について考慮しなければならない。すなわち、本研究の計算手法では冷却過程を連続的に計算することは困難であり、冷却開始より終了までの区間を何段階かに分割して、順次、各段階ごとに歪と応力を計算することになるが、その際、前段階で最終的に得られた塑性歪(収斂値)を残留塑性歪として考慮する必要がある。このため、前節までの塑性歪 ϵ_{rp} , ϵ_{tp} , ϵ_{zp} を残留塑性歪 $\Sigma \epsilon_{rp}$, $\Sigma \epsilon_{tp}$, $\Sigma \epsilon_{zp}$ と塑性歪増分 $\Delta \epsilon_{rp}$, $\Delta \epsilon_{tp}$, $\Delta \epsilon_{zp}$ とに分けて、 $\epsilon_{rp} = \Sigma \epsilon_{rp} + \Delta \epsilon_{rp}$, ……とする。そこで、塑性歪増分 $\Delta \epsilon_{rp}$, $\Delta \epsilon_{tp}$, $\Delta \epsilon_{zp}$ は (7) 式により、

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{rp} &= (\epsilon_{et}/\epsilon_{ep})\epsilon_r' - \Sigma \epsilon_{rp}, \\ \Delta \epsilon_{tp} &= (\epsilon_{et}/\epsilon_{ep})\epsilon_t' - \Sigma \epsilon_{tp}, \\ \Delta \epsilon_{zp} &= -(\Delta \epsilon_{rp} + \Delta \epsilon_{tp}) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

となる。(2) 式の全歪の塑性項 P_{ϵ_r} , ……も、残留塑性項 ΣP_r , ……と増分塑性項 ΔP_r , ……に分離できて、

$$P_r = \Sigma P_r + \Delta P_r, \quad P_t = \Sigma P_t + \Delta P_t, \quad P_z = \Sigma P_z + \Delta P_z \dots\dots\dots (10)$$

となる。 ΔP_r , ……は (2) 式の ϵ_{rp} , ……の代りに $\Delta \epsilon_{rp}$, ……を代入して (2) 式により計算する。また、相当塑性歪 ϵ_{ep} は (8) 式でよいが、この場合、 $\epsilon_{ep} < \Sigma \epsilon_{ep}$ のとき、 $\epsilon_{ep} = \Sigma \epsilon_{ep}$ となる。ここで、 $\Sigma \epsilon_{ep}$ は残留相当塑性歪である。なお、冷却開始直前の状態では残留歪はすべて零と仮定する。このように冷却過程では、残留歪を考慮する関係上、加熱過程より計算手順がやや、複雑となるが、これは次章で詳述する。

3. 計算の条件と手順

実際に、熱応力を計算するにあたって、対象物の鋼種や大きさ、温度分布、変態状況ならびに材料定数 n , b および縦弾性係数 E の温度依存性などが定量的に与えられなければならない。以下これらの計算条件と計算手順について述べる。

3.1 温度分布

冷却過程の温度分布については、最近、差分方程式によつて比較的正確な計算も可能になったが、本研究では、径 1500 mm の円柱鋼材を噴霧焼入れした際の実測値に多少修正を加えたものを用いることにした¹⁰⁾。Fig. 1 はその温度分布曲線を示す。横軸は冷却開始よりの経過時間を示し、時間軸上の分割点(記号, I , $I=1\sim 15$)の各冷却段階について、順次、計算を実行した。(1) 式で弾性歪のみ(零次近似解)を計算するにあたって、数値積分を行なうので、円柱の半径を 20 等分して位置の分割点(記号: J , $J=2\sim 22$)を設定し、各計算時刻(I)に対してこの分割点(J)上の温度差 T を Fig. 1 より

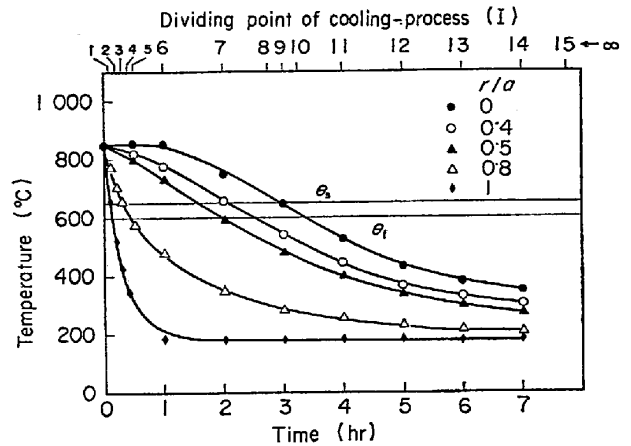


Fig. 1. Temperature diagram of the solid cylindrical steel 1500mmφ section in fog quenching from 850°C. The surface temperature is held at 180°C.¹⁰⁾

もとめた。

3.2 変態による体積変化

焼入れに際して、鋼の変態は表面から内部へと進行する。変態は体積変化を伴うので、この影響についても考慮する必要がある⁹⁾⁹⁾。本研究の対象鋼種はロール材(Ni-Cr-M₆鋼)で、焼入れ後は内外ともに均一なパーライト相になるものと仮定し、変態開始温度 θ_s および終了温度 θ_f をそれぞれ、650°C および 600°C とした。変態前後の熱膨張係数は、原⁹⁾¹¹⁾の SK 6 材の実測値を参考にして、変態前 α_1 , 変態中 α_2 , 変態後 α_3 として、それぞれ、 $\alpha_1 = 0.25 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$, $\alpha_2 = -0.35 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$, $\alpha_3 = 0.17 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$ とした。

つぎに、変態前、変態中、変態後の組織をそれぞれ γ 相, ($\gamma + \alpha$) 相, α 相とすれば、変態の進行状況に応じて、円柱鋼材の内部には

Table 1. Amount of thermal expansion at each step of transformation.

Step	Phase	Amount of thermal expansion	Dividing Point (I)
(1)	γ	$\alpha_1 T$	1
(2)	γ ($\gamma + \alpha$)	$\alpha_1 T$ $\alpha_2 T + (\alpha_1 - \alpha_2) T_1$	—
(3)	γ ($\gamma + \alpha$) α	$\alpha_1 T$ $\alpha_2 T + (\alpha_1 - \alpha_2) T_1$ $\alpha_3 T + (\alpha_1 - \alpha_2) T_1 + (\alpha_2 - \alpha_3) T_2$	2~9
(4)	($\gamma + \alpha$) α	$\alpha_2 T$ $\alpha_3 T + (\alpha_2 - \alpha_3) T_2$	10
(5)	α	$\alpha_3 T$	11~15

$$T_1 = \theta_s - \theta_0, \quad T_2 = \theta_f - \theta_0$$

(1) γ 相, (2) γ 相 + ($\gamma + \alpha$) 相, (3) γ 相 + ($\gamma + \alpha$) + α 相, (4) ($\gamma + \alpha$) 相 + α 相, (5) α 相の5種類の状態が考えられる. この各段階の単位長さ当たりの膨張量 αT は Table 1 のようになる.

(1) 式で, 弾性歪のみを計算する際にこの Table 1 を考慮して積分を行なう.

3-3 諸定数の温度依存性

縦弾性係数 E , ポアソン比 ν , 材料定数 n, b は温度依存性をもつ. E, ν に関しては原⁹⁾¹¹⁾ がいくつかの鋼種について実測例を報告しているが, それによると, E, ν は組織不感性であり, 低合金鋼では鋼種による差が明りょうではないとしている. Fig. 2 は原⁹⁾¹¹⁾ のフェライト系鋼の E の実測値を示すが, 本研究では, E の温度依存性としてこれを用いる. ポアソン比 ν は温度依存性が小さく, 応力計算の結果に大きな影響がないと考えられるので, $\nu = 0.3$ として計算することとした.

材料定数 n, b については, 上記の E, ν と異なり,

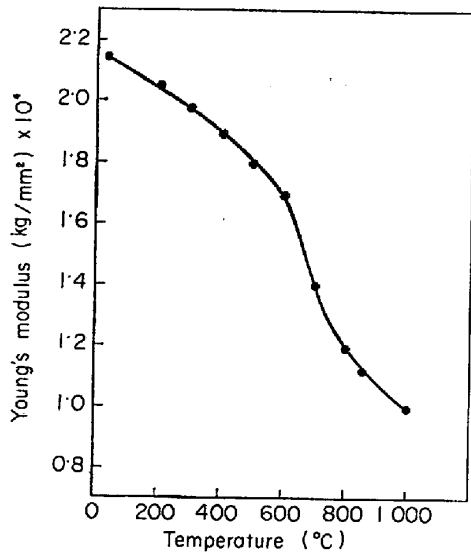


Fig. 2. Variation of Young's modulus E of ferritic steel with temperature.⁹⁾¹¹⁾

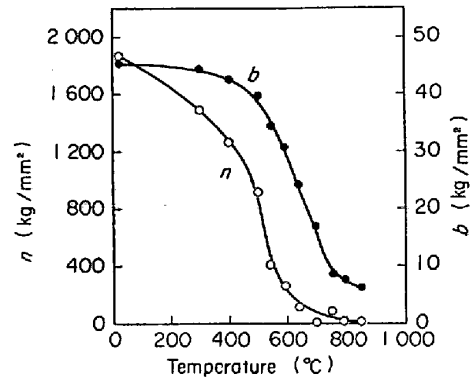


Fig. 3. Variation of material constants n and b with temperature. Chemical composition of specimen (wt %) is 0.76C-1.03Mn-0.4Si-1.0Ni-1.0Cr-0.4Mo.

鋼種や熱処理条件によつて大きな差があるので, 対象鋼種について室温から 850°C までの区間で引張試験を行ない, それを解析して n, b をもとめた. Fig. 3 はその結果を示す. なお, 供試材料は高周波溶解炉 (容量 10 kg) で溶製 (化学成分は Fig. 3 に併記した) し, 15 mm ϕ に鍛伸し, 焼なまし処理後, 試験片 (平行部径: 6 mm, 標点距離: 50 mm) に加工して試験に供した. 引張試験機はインストロン型 (容量 10 t) を使用して, 各試験温度で 10~20 min 保持後, 引張試験 (引張速度: 2 mm/min) を行なつた.

3-4 計算手順

1) Fig. 1 により計算する時刻 (I) での温度差を半径方向の各分割点 (J) についてもとめる. つぎに, Fig. 2~3 によつて, 各分割点の温度に対応する E, n, b をもとめる. この4種類のデータと材料の半径 a , ポアソン比 ν , 比例係数 $G_1 \sim G_5$, 各相の熱膨張係数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 計算時刻 I , 変態開始点 ($J = N_1$), 同終了点 ($J = N_2$), 変態開始および終了時の温度差 T_1 および T_2 を入力データとする. Table 2 はこれらの数値例として冷却開始後 1 時間 ($I = 6$) の時のデータの一部を示す.

Table 2. Example of input values for computation.

J	T (°C)	n (kg/mm²)	b (kg/mm²)	E (kg/mm²)	J	T (°C)	n (kg/mm²)	b (kg/mm²)	E (kg/mm²)
2	0	10	6.5	1.12 × 10 ⁴	13	-140	60	13	1.42 × 10 ⁴
3	-10	10	6.7	1.13 × 10 ⁴	14	-170	79	17	1.47 × 10 ⁴
4	-15	11	6.75	1.14 × 10 ⁴	15	-200	104	22.5	1.56 × 10 ⁴
5	-25	15	6.80	1.15 × 10 ⁴	16	-245	180	28.75	1.66 × 10 ⁴
6	-35	19	7.2	1.18 × 10 ⁴	17	-270	270	31.75	1.70 × 10 ⁴
7	-45	20	7.4	1.19 × 10 ⁴	18	-330	620	36.5	1.80 × 10 ⁴
8	-55	24	7.7	1.22 × 10 ⁴	19	-380	1080	39.75	1.84 × 10 ⁴
9	-70	30	8.25	1.24 × 10 ⁴	20	-440	1240	42.3	1.89 × 10 ⁴
10	-95	40	9.25	1.27 × 10 ⁴	21	-525	1410	44.0	1.96 × 10 ⁴
11	-110	45	10.25	1.31 × 10 ⁴	22	-670	1640	45.0	2.06 × 10 ⁴
12	-120	50	11.0	1.38 × 10 ⁴					

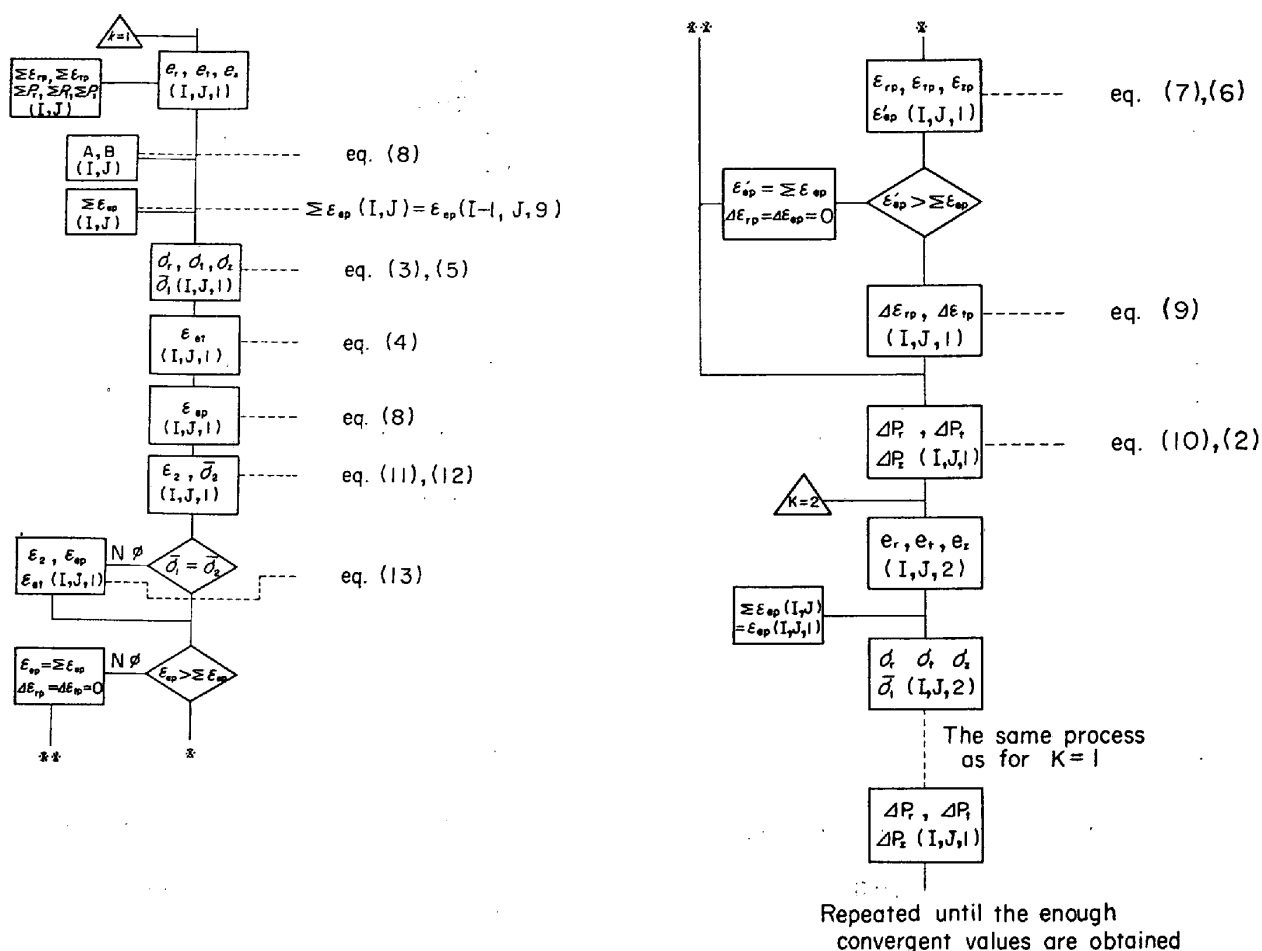


Fig. 4. Flow chart.

2) (1) 式によつて、塑性項を無視して、全歪 $e_r(I, J, K=1)$, $e_t(I, J, K=1)$, $e_z(I, J, K=1)$ をもとめる。ここで、 K は繰り返し数を示す。これを歪の零次近似解とする。これに残留塑性項 $\Sigma P_r(I, J)$, $\Sigma P_t(I, J)$, $\Sigma P_z(I, J)$ をそれぞれ、加えたものを歪の 1 次近似解とする。なお、 $\Sigma P_r(I, J) = \Sigma p_r(I-1, J) + \Delta P_r(I-1, J, 9)$ ……である。十分な収斂値を得るために繰り返し数を 9 とした。

3) この歪の 1 次近似解を改めて $e_r(I, J, 1)$, ……とおき、(4) 式に代入して $\epsilon_{et}(I, J, 1)$ をもとめる。これを (8) 式に代入すると相当塑性歪 $\epsilon_{ep}(I, J, 1)$ が計算される。これらを (9) 式に代入すれば塑性歪増分 $\Delta \epsilon_{rp}(I, J, 1)$, ……がもとなり、さらに、(10) 式の関係を考慮して、(2) 式より歪の増分塑性項 $\Delta P_r(I, J, 1)$, ……を計算する。

4) 次に、歪の 2 次近似解として $e_r(I, J, 2) = e_r(I, J, 1) + \Delta P_r(I, J, 1)$, ……をとり、3) 以下の手順を解が十分収斂するまで繰り返し行なう。この収斂解 $e_r(I, J, 9)$, ……を (3) 式に代入すれば、その計算時刻での熱応力 $\sigma_r(I, J, 9)$, $\sigma_t(I, J, 9)$, $\sigma_z(I, J, 9)$ が計算される。な

お、歪の 3 次、4 次の近似解は $e_r(I, J, 3) = e_r(I, J, 1) + \Delta P_r(I, J, 2)$, ……、 $e_r(I, J, 4) = e_r(I, J, 1) + \Delta P_r(I, J, 3)$, ……である。以上の計算手順を、さらに、満すべき条件を考慮して、フローチャート概要図として Fig. 4 に示す。歪の零次近似解をもとめる方法については割愛し、1 次近似解以後の繰り返し計算について示している。これについて若干、説明する。 $\epsilon_2(I, J, 1)$ は歪の 1 次近似解 $e_r(I, J, 1)$, ……に対応する応力-歪線図の歪に相当し、相当全歪 ϵ_{et} , 相当塑性歪 ϵ_{ep} から次の (11) 式によつて計算される。

$$\epsilon_2(I, J, 1) = \frac{3\epsilon_{et}}{2(1+\nu)} + \frac{(2\nu-1)}{2(1+\nu)}\epsilon_{ep} \dots\dots\dots (11)$$

また、 $\bar{\sigma}_2(I, J, 1)$ は次の (12) 式によつて計算する。

$$\bar{\sigma}_2(I, J, 1) = E(I, J) [\epsilon_2(I, J, 1) - \Sigma \epsilon_{ep}(I, J)] \dots\dots\dots (12)$$

$\bar{\sigma}_1(I, J, 1)$ と $\bar{\sigma}_2(I, J, 1)$ の比較判定で $\bar{\sigma}_1 \approx \bar{\sigma}_2$ の場合、 $\epsilon_2(I, J, 1)$, $\epsilon_{ep}(I, J, 1)$, $\epsilon_{et}(I, J, 1)$ を順次、計算するがこれは次の式による。

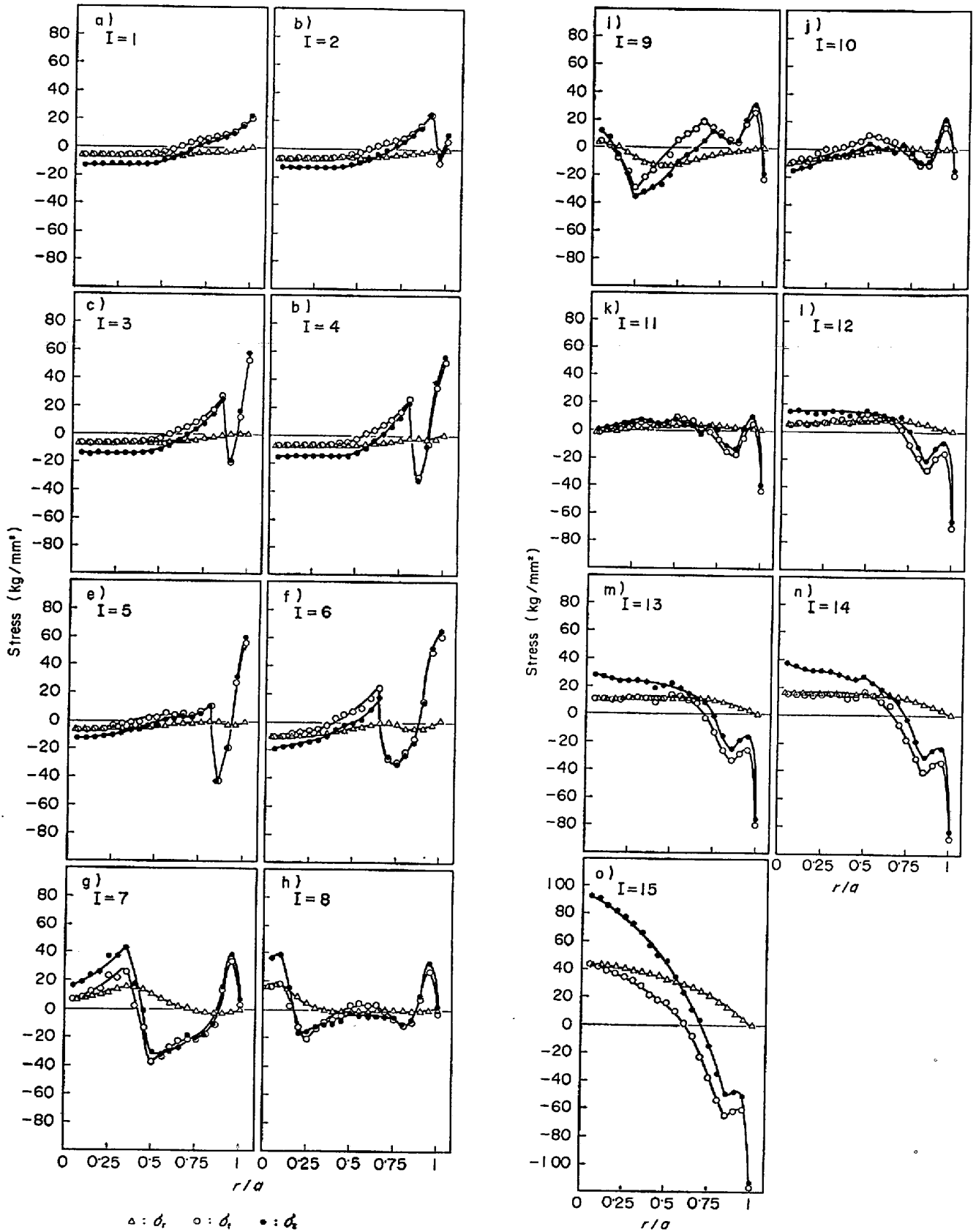


Fig. 5. Distribution of thermal stresses on the radius at the steps of cooling process.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_z(I, J, 1) &= \frac{\bar{\sigma}_1(I, J, 1)}{E(I, J)} + \Sigma \varepsilon_{ep}(I, J) \\ \varepsilon_{ep}(I, J, 1) &= \frac{1}{E(I, J)} \\ &\times [\varepsilon_z(I, J, 1)\{E(I, J) - n(I, J)\} - b(I, J)] \\ \varepsilon_{et}(I, J, 1) &= \frac{2(1+\nu)}{3} \\ &\times \left[\varepsilon_z(I, J, 1) - \frac{(2\nu-1)}{2(1+\nu)} \varepsilon_{ep}(I, J, 1) \right] \end{aligned} \right\} (13)$$

4. 計算結果

各冷却段階での熱応力 σ_r , σ_t , σ_z の径方向の分布 (収斂値) を Fig. 5 に示す. a) は冷却開始直後 (10 min) で最表面も, まだ, 変態点に達していない時点での応力分布であるが, この時点では, σ_r が圧縮応力, σ_t , σ_z は中心部で圧縮応力, 表面層で引張応力を示している. b) ~ f) は変態が表面層より始まり内部へ進行し, 内外の温度差が最大となる時点までの経過を示すが, σ_t , σ_z は変態開始点および終了点のところで極大値および極小値を示している. 最表面では, 変態によつて, 引張応力 (σ_t , σ_z) が最初, 緩和されて小さくなる傾向 (b)) を示すが, 以後, 徐々に増加して, 温度差が最大となる時点 (f)) で最大値となる. σ_r については, 初期 (a)) に比較して大きな変化は見られない. 冷却が進行して $I=7$ (g)) に達すると応力分布に大きな変化が現われる. すなわち, 最表面で引張応力 (σ_t , σ_z) が急激な低下を示し, 変態開始点以外の表面直下にも極大値が現われる. 中心部も変態の影響によつて引張応力 (σ_r , σ_t , σ_z) とともに) に反転する. この中心部の引張応力は中心部の変態完了時点の直前 (h)) に最大に達し, 変態完了時 (k)) には, ほとんど, 零の状態になる. また, この時点では, 中心部ばかりでなく $r/a=0.75$ ぐらいまでの広い領域にわたつて応力の零状態が現われ, 応力の反転前の無応力状態が出現している. さらに, 冷却が進行するにつれて (l) ~ n)), 中心部で引張応力, 表層部で圧縮応力が徐々に増加して, 内外の温度が平衡状態 (o)) に達すると中心部で引張応力, 最表面で圧縮応力が最も高められた状態になる. これが残留応力であることはいうまでもない. なお, $I=7$ の時点で発生した表面直下の応力 (σ_t , σ_z) の極大値は, 冷却が進行するにつれて, 明りょうな極小値を伴つて, 表面層の応力分布に極大極小の特徴ある形状を与えている.

5. 考 察

各冷却段階での熱応力分布の形状ならびに推移の状況は以上, 述べたとおりであるが, とくに, 印象的なのは

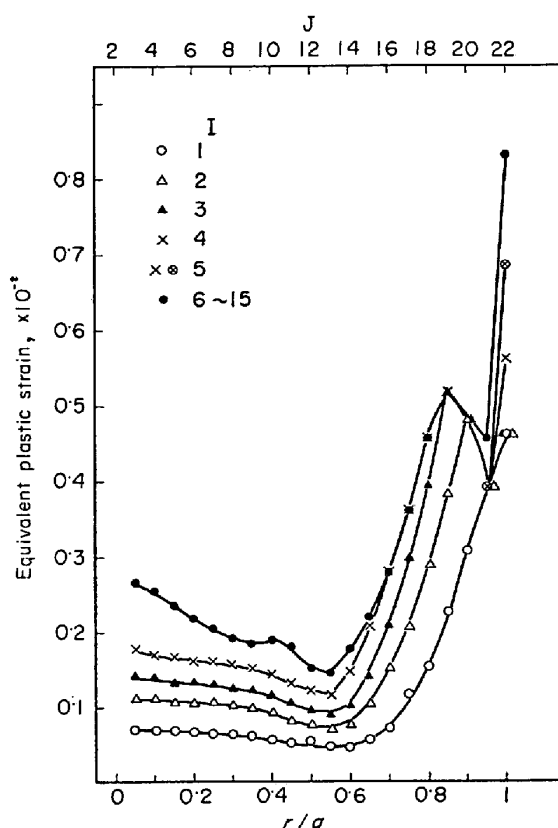


Fig. 6. Distribution of equivalent plastic strains on the radius at the times of calculation.

$I=7$ の時点で発生する表面直下の極大値の形状である. これが冷却の進行とともに, どのような変化を辿るのかについては前述した. このような熱応力分布形状は各位置の塑性変形度と関係があると予想されるので, この関連性について考察する.

Fig. 6 は各冷却段階での半径方向の各位置における塑性変形度を示す. 塑性変形度として収斂値の相当塑性歪 $\varepsilon_{ep}(I, J, 9)$ をとつた. $I=1$ の時点では, 中心より $r=0.7a$ までは, ほぼ, 均一な塑性変形度を示しているが, 表面に近づくにつれて急激に上昇して, 最表面で最高値を示している. $I=2, 3$ の時点では, 表面層 ($J=21, 22$) を除く各位置で, さらに, 塑性変形が, ほぼ, 均等に追加されたことを示し, 変態開始点のところで, いずれも, 極大値を示している. すなわち, $I=3$ の時点までは応力 (σ_t , σ_z) と塑性変形度が, ほとんど, 対応関係にあることがわかる. ところが, $I=4\sim 6$ の時点では応力が極大値を示した変態開始点の位置で, 塑性変形度は極大値を示していない. すなわち, この時点になると, 両者の対応関係は, 少なくとも表面的には, 認めがたくなる. また, Fig. 6 は各位置の塑性変形度が $I=6$ の時点で飽和値に達して, それ以後, 生じないことを示している. ところで, $I=7$ 以降に表面層に現われた応力

(σ_t, σ_z) の極大、極小の位置は塑性変形度が極小、極大を示す位置と完全に、一致している。したがって、残留応力の表面層に発生する特徴的な形状 (σ_t, σ_z) は下田¹²⁾の実測例にも見られるが、塑性変形度と密接な関係があるものと考えられる。

以上の現象は、塑性変形が、たんに、力と変形能だけで決定される1軸応力場の考え方だけでは、十分に説明できない。2, 3軸応力場では、塑性拘束が生ずる。したがって、3軸応力場での塑性変形度は力、変形能のほかに塑性拘束の条件によっても影響をうけるものと考えられる。結局、これら三者の相互作用の結果、塑性拘束が比較的弱く、かつ、最大の力をうける最表面で最大の、冷却初期に比較的高い力をうける変態開始点の位置で極大の塑性変形度が生じたものと考えられる。

6. 結 言

円柱鋼材の加熱過程における熱応力の計算手法に、歪履歴の影響を導入することによつて、円柱鋼材の冷却過程の熱応力ならびに残留応力を計算する方法を得た。設定したモデルについて計算した結果は、従来、定性的に知られている熱応力の発生、推移の状況に照らして妥当性ありと考えられる。計算結果は次のようである。

(1) 内外の温度差が最も大きくなる時点で、表面の引張応力 (σ_t, σ_z) は最大となる。

(2) 変態開始点の位置が、常に、引張応力 (σ_t, σ_z)

の極大値を示す。

(3) 応力 $(\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z)$ の反転は中心部の変態完了後におこり、以後、冷却の進行とともに、中心部に引張 $(\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z)$ 、表面に圧縮 (σ_t, σ_z) の応力が徐々に、高められ、温度の平衡状態で最高値に達する。

(4) 冷却の途中 ($I=7$ 以降) から現われる表面直下の特徴的な形状 (σ_t, σ_z) は表面層の塑性変形度と密接な関係がある。

終わりに、本研究の遂行に貴重な論文を頂戴した原隆啓博士に深甚なる謝意を表する次第である。

文 献

- 1) 磯村, 佐藤: 日本金属学会誌, 25 (1961), p. 360
- 2) E. SCHEIL: Arch. Eisenhüttenw., 8 (1934/35), p. 309
- 3) 下田: 日本金属学会分科会報告, V-A (1952), p. 8
- 4) 広根: 理研彙報, 16 (1973), p. 1 229
- 5) 下田: 日本金属学会誌, B-14 (1950) 3, p. 13
- 6) H. TREPPSCHUH: Arch. Eisenhüttenw., 13 (1940), p. 429
- 7) 利岡, 深川, 雑賀: 鉄と鋼, 57 (1971), p. 2 230
- 8) 原: 鉄と鋼, 49 (1963), p. 1 765
- 9) 原: 鋼塊の熱応力割れに関する研究 (1963)
- 10) 佐藤: 三菱製鋼(株)社内報告 (1968)
- 11) 原: 鉄と鋼, 49 (1963), p. 1 885
- 12) H. SCHIMODA: Proceeding of the Forth International Conference of Nondestruction Testing (1964), London Butterworths, p. 327