

(37) 焼結プロセスの近似解析

名古屋大学工学部

○堀尾 正毅, 鯉 巖

1 緒言 DL焼結枝における焼結層内のheat waveについては、従来、電算機を利用した数値解法^{1)~3)}が発表されているが、解析解法についてはまだ発表されていない。一般に、焼結や触媒再生操作のような固定層発熱固体反応操作では、基礎式が非線形の偏微分方程式になることのために、粒内拡散律速の反応とみなせる場合⁴⁾を除いて、解析解を求めることは困難とされていた。本研究では、数値計算によるシミュレーションの結果、焼結プロセスに「安定最高温度」が存在すること、および、層内の垂直方向における最高温度がこの温度に達してから以降は、heat waveの前面と後面の進行速度がそれぞれほぼ一定になることを見出したので、この知見に基づいて簡便な近似解法を展開する。

2 安定最高温度 層内軸方向の熱伝導、ガスの比熱の温度変化、および融解・凝固を無視し、反応としてはコークスの燃焼反応だけを考慮して、基礎式(1)~(5)式に基づく解析を行なった。

$$\partial t / \partial \tau = [N(T-t) + \Delta T_R K X r^2] / [(2at + b) / c_{a1}] \dots (1), \quad \partial T / \partial \zeta = N(T-t) \dots (2),$$

$$\partial x / \partial \zeta = \gamma K X r^2 \dots (3), \quad \partial r / \partial \tau = -(1/3) K X \dots (4), \quad \partial w / \partial \tau = -N(T-t) / \Delta T_d \dots (5).$$

I.C. $\tau = 0$ で、 $t = t^0$, $r = 1$, $w = 1$. B.C. $\zeta = 0$ (卓火炉内を除く) で、 $T = T_0 = t^0$, $x = 1$.

ただし、 $K = 6 \rho M c \bar{\theta} X_{O_2,0} k_c / R t d_c \rho_c X_c$: 無次元反応速度定数、 $N = h_p a L / c_g G$: 修正スタントン数、 $r = r' / (d_c / 2)$: コークスの無次元半径、 t, T : 粒子とガスの温度 [°K], $w = W / W_0$: 無次元含水率、 $x = X_{O_2} / X_{O_2,0}$: ガス中酸素の無次元濃度、 $\gamma = n_c \rho_c X_c (\pi/6) d_c^3 L / M c G X_{O_2,0} \bar{\theta}$: 層内のCのモル数と $\bar{\theta}$ 時間に層内に流入した O_2 のモル数との比、 $\Delta T_d = W \Delta H_w / c_{a1} L$: 蒸発潜熱を温度に換算したパラメータ [deg], $\Delta T_R = (-\Delta H) n_c X_c (\pi/6) d_c^3 \rho_c / c_{a1} \rho_0 M c$: 粒子を断熱条件下で完全に燃焼させたときの上昇温度 [deg], $\tau = \theta / \bar{\theta}$: 無次元時間、 $\zeta = z / L$: 無次元化された層底からの距離である。

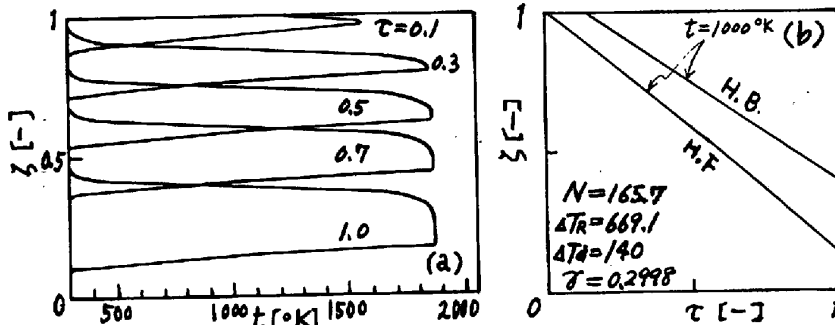


図1 数値計算結果の一例

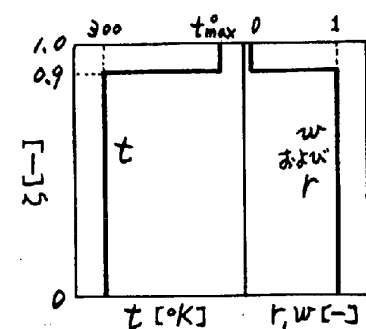


図2. 図3の計算の初期条件

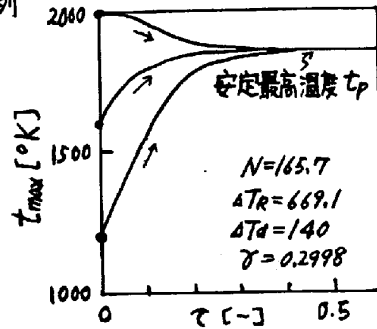


図3. 種々の初期値から出発したときの t_{max} の時間的变化

数値計算結果の一例を計算条件とともに図1に示す。図1(a)から、層内の最高温度がある一定温度に漸近すること、図1(b)から、heat front (H.F.)とheat behind (H.B.)は一定速度で進行することがわかる。この最終的に到達する最高温度は、卓火炉を出てからの条件を変更しない限り卓火炉内の条件に無関係に一定になる。また、

コークス配合率の局所的な不均一性などによって反応進行過程で粒子温度に乱れが発生しても、この乱れは比較的短時間に減衰して、層内粒子の最高温度は前述の温度に復帰する。一例として、層上部に図2のような温度とコークス分率の分布を強制的に作り(これは、層上部に赤熱焼結鉱を装入したことに相当する)、常温の空気を流した場合の層内粒子の最高温度の時間的推移を

計算し、その結果を図3に示した。層内粒子の最高温度 t_{max} はその初期値 t_{max}^0 に無関係に一定の温度に漸近するが、ここではこの温度を「安定最高温度」と呼ぶ。

heat wave に関する総括熱収支により、H.F., H.B. の進行速度は(6),(7)式で表わされる。⁵⁾したがって、もし安定最高温度 t_p を推算できれば、 u_f, u_b は容易に求められ、パレット・スピードの最適化を理論的に行なうことも可能になると考えられる。

$$u_f = (t_p - t^0) / [(C_{ap} t_p - C_a^0 t^0) / C_{ai} + \Delta T_d - \Delta T_R] \dots (6), \quad u_b = (t_p - t^0) C_{ai} / (C_{ap} t_p - C_a^0 t^0) \dots (7)$$

3 近似解法の理論 層内粒子の最高温度が $t_{max} \doteq t_p$ になると、heat waveの幅は時間とともに増加するが、heat wave 前部の乾燥帯から燃焼帯まで、および後部の冷却帯におけるプロセス変数の分布の形状は一定になり、等速度で層内を進行していく。そこで、 t_p を推算するために、燃焼帯で擬定常状態を仮定することができる。すなわち、 $\xi = z - u_f t$ の変換を行なって、(1)~(5)式を ξ を独立変数とした常微分方程式に変換できる。この変換により、燃焼帯の長さ Δz_R (r が1から0になる区間の長さ)は(8)式のように求められる。

$$\Delta z_R = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{6\gamma\alpha^2} \left[\log \left| \frac{Hd+d^2}{(1-d)^2} \right| - \frac{\sqrt{\pi}}{3} + 2\sqrt{3} \tan^{-1} \frac{2+d}{\sqrt{3}d} \right] \dots (8)$$

ここで、 $\bar{K} \equiv \int_0^{\Delta z_R} K d\xi / \Delta z_R$, $\alpha \equiv (1/\gamma u_f)^{1/3}$ 。 \bar{K} は位置に関する平均値であるが、 K は ξ の関数であるなら、燃焼帯における粒子温度の分布を反応開始温度 t_i と t_p の間で2次式で近似(ξ に関する)して、温度による平均値に変換すると(9)式が書ける。(9)式に基づいて、反応速度定数の実験データから、あらかじめ \bar{K} vs t_p の線図を作っておけば、 t_p を仮定して(6),(8)式から Δz_R を簡単に計算できる。つぎに、 Δz_R を既知とみなしておき、(1),(2)式を線形化して積分すると t_p について(10)式が得られる。

$$\bar{K} = \int_{t_i}^{t_p} K / \sqrt{t_p - t} dt / 2\sqrt{t_p - t_i} \dots (9), \quad t_p = (-b + \sqrt{b^2 + 4AC_{ai}X_p}) / 2A \dots (10)$$

ただし、 $X_p \equiv t_i e^{B\Delta z_R} - (C/B)(1 - e^{B\Delta z_R}) + (D/B)[\Delta z_R + (1 - e^{B\Delta z_R})/B]$, $B \equiv N$, $C \equiv \{\Delta T_R u_f + \Delta z_R + N(\Delta T_d - t_i)\} / u_f$, $D \equiv N\{\Delta T_R + (t_p - t_i)u_f\} / \Delta z_R$ 。 t_p を求めるには、(6),(8),(10)式を連立させて解けばよい。 t_p を求める試行錯誤計算のフローチャートを図4に示す。

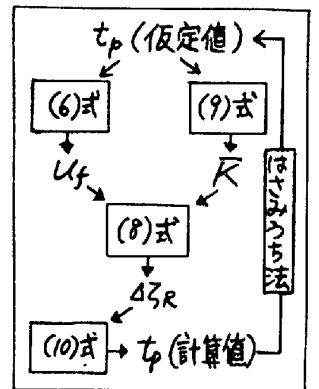


図4 近似解の計算法

4 結果 図1の計算条件と同じ場合について、上記の近似解法によって $t_p, u_f, u_b, \Delta z_R$ を推算した。収束過程を表1に示す。5回の試行で、 t_p の仮定値と計算値が一致し収束は完了した。このようにして得られた t_p は数値計算で解いた数値より約70°低いが、これは、(10)式を得るために(1)式を線形化したことによる誤差を含んでいる。ただし、差分幅 $\Delta t = 0.001, \Delta z = 0.002$ を採用した図1の数値解は-50°~+10°の誤差を有するものと考えられるので、上記の結果は一定満足なものといえる。近似解法の計算は差分法で解く場合にくらべてはるかに迅速であり、実用的な手法であると考えられる。

表1 計算結果

試行回数	t_p [°K]	
	仮定値	計算値
1	1600	15095
2	1700	6335
3	1800	1433
4	1792.7	1809
5	1793.0	1793

$t_p = 1793$ のとき $u_f = 0.999$
 $u_b = 0.752, \Delta z_R = 0.0272$

記号 C_g : ガス比熱, $C_a = at + b$: 粒子比熱, C_a^0, C_{ai}, C_{ap} : $t = t^0, t_i, t_p$ における C_a , d_0 : 初期ユー・クス粒径, G : ガス質量速度, h_{pa} : 熱伝達容量係数, k_c : 反応速度定数, L : 層高, M_c : 炭素原子量, n : 層単位体積中のユー・クス粒子の個数, p : 全圧, r : コークス半径, t^0, t_i : 初期粒子温度および反応開始温度, W : 含水率, X_c : コークス中のCの重量分率, X_{O_2} : 酸素モル分率, δ : 層底からの高さ, ρ_c : コークスの密度, ρ_b : 層のかさ密度, ΔH : コークスの燃焼反応熱, ΔH_w : 蒸発潜熱, θ : 時間。

文献 1) 樋口ら: 鉄と鋼, 53(69), 1171-56('70), 371; 2) 塚本ら: 同, 56('70), 661; 3) 浜田ら: 同, 58('72), 1567; 4) B.M.Johnson et al.: CES, 17(62), 835; 5) 大竹敏幸: 修士論文(1973)