'72−S236　　536.68: 536.42: 62-434.1

(232)　円柱体の熱応力を最小にする表面温度変化

日立製作所 日立研究所　　新山英輔

1. 緒言　：　円柱体の表面温度を一定時間内に一定温度にしなければならないとき，表面温度にどのような途中変化を与えたとき，熱応力が最小になるかについて考察する。ここで無限長円柱（半径 a），完全弾性体，初期温度均一を仮定し，熱膨張係数（μ），熱伝導度（k），比熱（C），密度（ρ），弾性係数（E）は定数とし，表面温度をコントロールできるものとする。

2. 計算方法と結果　：　時間0から t_1 までに表面温度を0から θ_1 にするには，種々の経路が考えられるが，ここでは図1の形を考え，初期急熱度 $\phi=\theta_0/\theta_1$ を定義する。ある瞬間のある点の温度 θ，全断面平均温度 θ_m とすると，その点の軸方向熱応力はポアソン比を ν として[1]

$$\sigma_z=(E\mu/1-\nu)(\theta_m-\theta) \cdots\cdots\cdots (1)$$

となり，温度だけの関数になる。内部温度は表面温度に支配されるから，応力を表わす無次元数として $S=(\theta_m-\theta)/\theta_1$ を定義すると，S は τ, τ_1, ϕ だけの関数になる。表面応力については熱伝導の公式から[2]

$$S=-(1-\phi)/8\tau_1+4\sum_{n=1}^{\infty}e^{-\beta_n^2\tau}\{(1-\phi)/\beta_n^4\tau_1-\phi/\beta_n^2\} \cdots\cdots\cdots (2)$$

ここで無次元時間 $\tau=\alpha t/a^2$，$\alpha=k/\rho C$，β_n は0次ベッセル関数の第n根。$\tau_1=0.1$ の場合の τ と S の関係を図2に示す。$\phi=1$（急熱）では S は最大値から次第に小さくなる。$\phi=0$（徐熱）では S は0から次第に大きくなる。$\phi\doteqdot 0.5$ で S の変化が少なく，その最大値がもっとも小さい。S の最大値を最小にする ϕ の臨界値 ϕ_c は $S)_{\tau=0}=S)_{\tau=\tau_1}$ から求まるが，仮に $S)_{\tau=\tau_1}\approx S)_{\tau=\infty}$ とおくと，$S)_{\tau=0}=S)_{\tau=\infty}$ から

$$\phi_c=1/(1+8\tau_1) \cdots\cdots\cdots (3)$$

さらに正確には種々の ϕ を（2）に代入して数値的に ϕ_c を求めることができる。これを図3に示す。中心応力についても（2）に対応する式を導くことができ，これから ϕ_c を求めて図3に記した。

3. 結言　：　与えられた加熱時間 τ_1 に対して（3）式又は図3から ϕ_c を求め，$\phi=\phi_c$ に選ぶことにより加熱中の表面，中心応力の最大値を最小に抑えることができる。$\phi=\phi_c$ にすれば応力は $\phi=1$ の約半分，$\phi=0$ の約80%になる。冷却についても考え方は同じである。

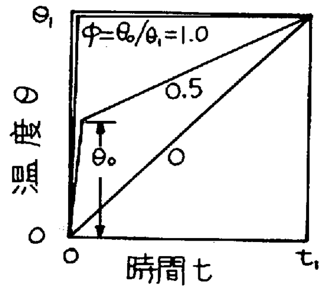

図1　種々の初期急熱度

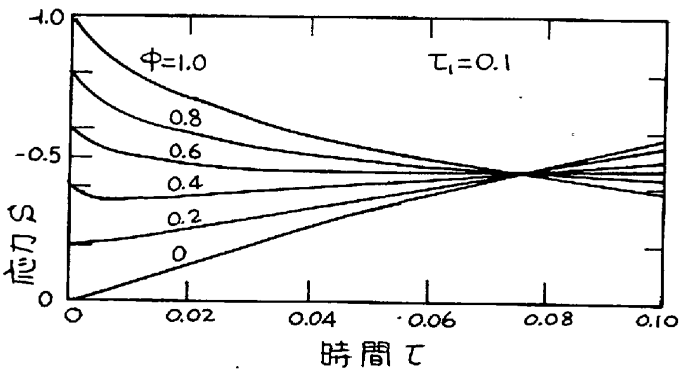

図2　時間τに伴う表面応力Sの変化

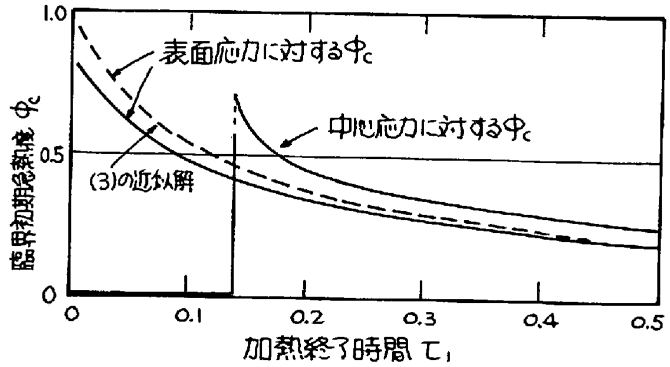

図3　加熱終了時間 τ_1 と臨界急熱度 ϕ_c の関係

文献 1)　A. Nadai : Theory of Flow and Fracture in Solids, p.391 (1950. McGraw-Hill).
2)　H.S. Carslaw, J.C. Jaeger : Conduction of Heat in Solids, p.199/201 (1959. Oxford).