論　文

UDC 669.162.22/.23 : 519.28

熱風炉操業の近似解析*

堀尾正靭**・都築　仁***・鞭　巌****

Approximate Analysis of Hot-Blast Stove Operation

Masayuki HORIO, *Hitoshi* TSUZUKI, and *Iwao* MUCHI

Synopsis:

A method has been proposed for analytical solution of the two point boundary value problem of hot-blast stove operation. The solution obtained from this method consists of two simple equations; the first is for a necessary condition for a balanced cycle and the second is a set of equations which make it possible to calculate the longitudinal distribution of temperatures in checker only from the operating conditions.

Concerning the average flow rate of air and the distribution of temperatures in checker, the solutions obtained by this method are in good agreement with the numerical solutions.

(Received Nov. 15, 1971)

1. 緒　言

熱風炉は代表的な蓄熱式熱交換器として，古くから研究されているが，熱風炉における熱交換過程は分布定数系の周期的な非定常プロセスであるため，通常の貫流式熱交換器の場合よりも解析ははるかに困難である．

熱風炉の厳密な数学的取り扱いについてはNUSSELT[1]，HAUSEN[2]，NAHAVANDI ら[3]，泉ら[4]の報告がある．これらの報告では特殊な条件の下で厳密解が誘導されている．しかし，熱風炉について厳密な解を得ようとすると，まず微分方程式の解を求めてから，これを周期的平衡状態が維持されるための条件式に代入し，こうして得られる新たな方程式（多くは積分方程式）を解くという手順によらなければならず，実際に温度分布の時間的変化を求めるための計算には膨大な手間が必要になる．

なお，これらの厳密解では，レンガ内温度分布が無視されているが，RUMMEL[5] はレンガ内温度分布の効果について検討し，蓄熱期と放熱期におけるガスの時間平均温度の差を熱交換の推進力として採用した場合について総括伝熱係数の推算法を提出した．HAUSEN[6)7] は理論解析に基づいて総括伝熱係数の推算法をさらに精密化し，また，この伝熱係数を用いれば，定常状態で操業している貫流式熱交換器との間にアナロジーが成立することを示した．このアナロジーが成立するならば，両期間のガスの時間平均温度差について入口と出口の間でとった対数平均（または相加平均[8]）値を推進力として貫流式の場合と同様の設計計算法を展開することができる．SCHOFIELD ら[9] は実操業データに関する総括収支を行ない，このアナロジーがほぼ妥当であることを認めている．

しかし，実際の熱風炉では，送風量と送風温度を一定に保つために冷空気の一部分は炉を通らず，自動的にバイパスされており，炉を通過する空気の流量は時間的に変化するため，炉内を通過する空気の平均流量は未知となつている．この平均流量は，熱風炉の周期的な切換え間隔の長さに依存する変数であるが，HAUSEN のアナロジーは，本来非定常的な問題を定常的な問題に帰着させたため，切り換え間隔の効果を考慮することができず，そのままでは，指定された操作条件だけから解を得ることはできない．

したがつて，HAUSEN[8] が行なつているように，出口ガス温度の時間的変化を求めるための理論展開が必要となる．しかし，HAUSEN[8] は熱風炉の二点境界値問題を完全に解くには至つていない．また，HAUSEN[8] の方法は，近似解析ではあるが，複雑な数式のため計算は厄介

* 昭和45年10月本会講演大会にて発表
昭和46年11月5日受付
** 名古屋大学工学部　鉄鋼第3講座
*** 大同製鋼(株)
**** 名古屋大学工学部　工博

である．大まかにいえば，熱風炉に関する実用的な解析手法はまだ確立されていないように思われる．

一方，1960 年代に入り，主として英国の研究者[10)～12)]によつて，電子計算機によるシミュレーションの方法が発表された．このようなシミュレーションにおいては，熱風炉を解析的に取扱う場合の困難は回避されるが，収束計算は必ずしも迅速でないから，多量のデータを処理しようとするときには，計算時間が大きな問題となる．したがつて，熱風炉の基本的特性を表現することができるような簡便な解析法が提出され，設計計算や操作条件の決定がより容易になることが望ましいと考えられる．

ところで，GREEN[12)]も指摘しているように，蓄熱期，放熱期，それぞれに炉内を通過したガスの全熱容量が等しいつりあいサイクル (balanced cycle[12)]) 操業の場合には両期間の熱効率が等しくなり，かつ，準最適な解が得られる．このつりあいサイクルにおいては，炉内温度の軸方向分布がほぼ直線的となり，解析は最も容易となるが，実操業に関する多くの測定結果[13)～15)]もまた直線的な分布を示しており，つりあいサイクルになつているものと考えられる．

本研究では，このつりあいサイクルについて近似解析を行ない，つりあいサイクルを実現するために操作条件が満足しなければならない必要条件と，炉内温度分布を求める計算法を展開する．

2．基礎式と 0 次の固有関数

2·1 基礎式と境界条件

Fig. 1 に示したような熱風炉の蓄熱室を考え，次のような仮定をもうけて基礎式を導びく．すなわち，

（1） 放熱期と蓄熱期の間の切換えに要する時間は無視できる．

（2） 燃焼生成ガス，および，空気の入口温度は時間的に一定である．

（3） 燃焼生成ガスの流量は時間的に一定である．

（4） 軸方向における熱伝導は無視できる．

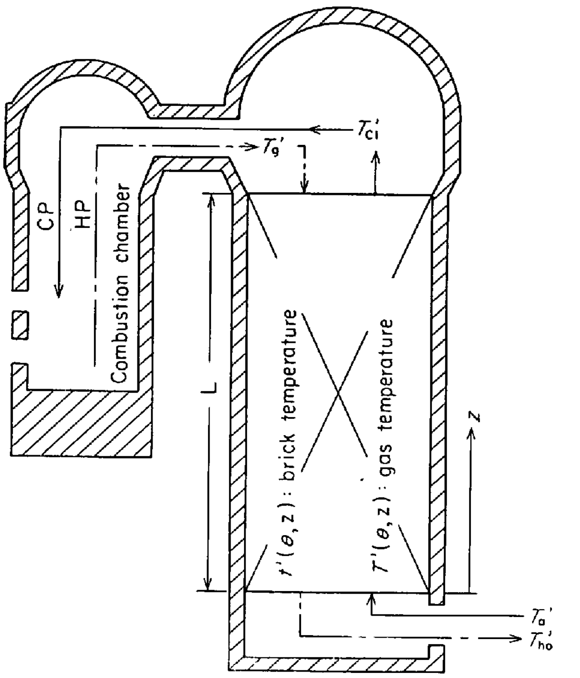
（5） 単位体積当りのガス† の熱容量はレンガの熱容量に比べて無視できる．

（6） ガスの軸方向混合拡散は無視できる．

（7） 固気間の熱伝達は，レンガ内厚さ方向の断面平均温度とガス側の温度との差を推進力として，総括伝熱係数を用いて表現できる．

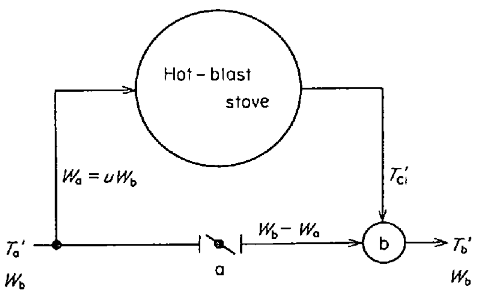
（8） 総括伝熱係数，ガスおよびレンガの比熱は一定とする．

† ガスという場合には燃焼生成ガスと空気の両方の場合を含むものとする．



CP : cooling period,　HP : heating period.

Fig. 1(a). Schematic drawing of a hot-blast stove.



a : by-pass control valve for cold blast
b : mixing chamber

Fig. 1(b). Illustration of by-pass system for cold blast.

（9） 炉壁からの熱損失は無視する．

仮定(7)については，WILLMOTT[16)]により，レンガ内厚さ方向の温度分布を考慮した 3 次元モデルと，これを無視し厚さ方向の平均温度で代表させた 2 次元モデルとの詳細な比較検討が行なわれたが，WILLMOTT によれば，出口ガス温度の時間的平均値は 3 次元モデルを用いなくとも，2 次元モデルで十分正確に求めることができるとされており，仮定(7)は実際的であると考えられる．その他の仮定は他の多くの研究[1)～4)8)10)～14)16)]で採用されているものである．

基礎式は(1)式と(2)式で示される．境界条件は(3)～(5)式のように書ける．ここで，変数はすべて(6)式(7)式によつて無次元化されている．

$$\frac{\partial \tau}{\partial \tau}=H\Lambda(T-t) \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \zeta}=\frac{\Lambda}{\sigma}(t-T) \quad \cdots\cdots(2)$$

B. C. : $T(\tau,\ 0)\equiv T_{c0}=0$ （放熱期）$\cdots\cdots(3)$

$T(\tau,\ 1)\equiv T_{h1}=1$ （蓄熱期）$\cdots\cdots(4)$

$t(0,\ \zeta)=t(1+\gamma,\ \zeta)$（周期的平衡の条件）$\cdots(5)$

$$\left.\begin{array}{l}\tau=\theta/\Theta_c,\ \ \zeta=z/L\\ t(\tau,\zeta)=(t'-T_a')/(T_g'-T_a'),\\ T(\tau,\zeta)=(T'-T_a')/(T_g'-T_a')\end{array}\right\} \cdots\cdots(6)$$

$$H=Wc\Theta_c/Mc_s,\ \ \Lambda=h^*A/Wc \quad \cdots\cdots(7)$$

ただし，（1），（2）式および（7）式のパラメータは，放熱期と蓄熱期で（8）式のように書きわけるものとする．

$$\left.\begin{array}{l}\text{放熱期:}\ \Lambda=\Lambda_c,\ H=H_c,\ W=W_b,\ c=c_a,\ h^*=h_c^*\\ \text{蓄熱期:}\ \Lambda=\Lambda_h,\ H=H_h,\ W=W_g,\ c=c_g,\ h^*=h_h^*\end{array}\right\} \cdots\cdots(8)$$

熱風炉においては，放熱期に炉内を通過する空気流量は未知であるから，パラメータを無次元化して H_c, Λ_c を定義するさい，ガスの流量には（8）式に示したように送風量 W_b を採用する．その代わりに，（2）式中の σ は（9）式のように定義される．ここで(9-1)式中の $T_{c1}(\tau)$ は放熱期における空気の出口温度である．u は炉内を通過する空気と全送風量との比である．

$$\sigma\equiv\begin{cases}T_b/T_{c1}(\tau)\equiv u(\tau) & \text{（放熱期）}\cdots\cdots(9\text{-}1)\\ -1 & \text{（蓄熱期）}\cdots\cdots(9\text{-}2)\end{cases}$$

ただし，

$$T_b\equiv(T_b'-T_a')/(T_g'-T_a') \quad \cdots\cdots(10)$$

熱風炉の操業における非定常問題は通常の初期値問題でなく，理想的には周期的平衡のための条件が必要になる．この場合 Fig. 2(a) のような操業経過のうち，ひとつのサイクルについて解析すれば十分であるから，Fig. 2(b)に示すように，ひとつのサイクルにおいて放熱期のはじまる時刻を 0 とおけば，τ の定義から明らかなように，放熱期から蓄熱期への切換えが行なわれる時刻は 1 となる．放熱期の長さを γ とおけば全サイクルの長さは $(1+\gamma)$ となる．γ は炉の基数 N によつて(11)式のように決定される．

$$\gamma=\Theta_h/\Theta_c=N-1 \quad \cdots\cdots(11)$$

2·2 0 次の固有関数

（1），（2）式からTを消去すると(12)式が得られ，t を消去すると(13)式が得られる．

$$\frac{\partial^2 t}{\partial\tau\partial\zeta}+\frac{\Lambda}{\sigma}\left(\sigma H\frac{\partial t}{\partial\zeta}+\frac{\partial t}{\partial\tau}\right)=0 \quad \cdots\cdots(12)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial\tau\partial\zeta}+\frac{\Lambda}{\sigma}\left(\sigma H\frac{\partial T}{\partial\zeta}+\frac{\partial T}{\partial\tau}\right)=0 \cdots\cdots(13)$$

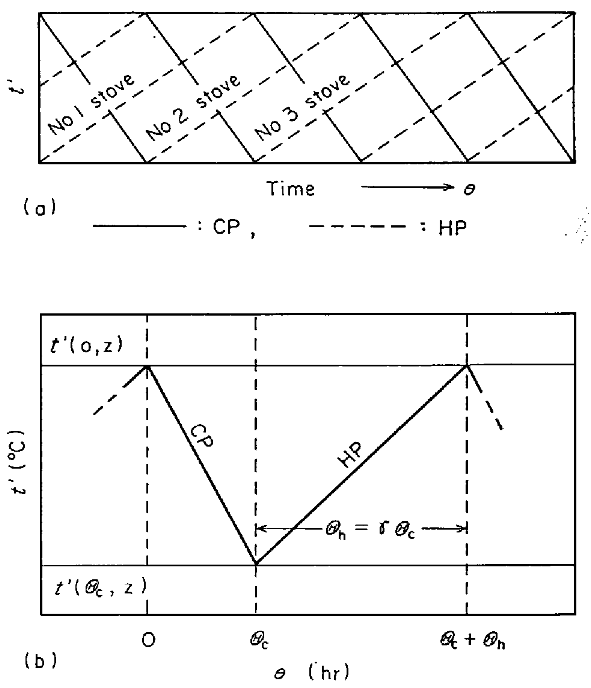


Fig. 2. Illustration of the cyclic behavior of brick temperature.

一般に ζ と τ についての同次線形微分方程式 $L(y)=0$ が(14)式の形の解をもつとき，この解は $L(y)=0$ に付随した進行平面波と呼ばれる．

$$y=f(p\zeta-q\tau) \quad \cdots\cdots(14)$$

通常の波動方程式の場合には任意の波形をもつた平面波の解となるが，ここで考えている(12)，(13)式の場合には，1 次導関数の項が加わつているため，波形と進行速度の間には相関関係があり，$q/p=\sigma H$ の場合には(15)，(16)式のように ζ および τ に関して直線的な解が得られる．

$$t=a(\zeta-\sigma H\tau)+b \quad \cdots\cdots(15)$$

$$T-a'(\zeta-\sigma H\tau)+b' \quad \cdots\cdots(16)$$

(15)，(16)式は温度分布が直線的な部分の解析に有効であるが，そのままでは（3），（4）式の境界条件を満足できない．しかし，（5）式の周期的平衡の条件については，a, b, a', b' を適当に与えることによつて満足することができる．まず，（1），（2）式から $\partial t/\partial\zeta$ と $\partial T/\partial\zeta$ の関係式として(17)式が得られるが，これに(15)，(16)式を代入すると，(18)式のように係数 a と a' は等しくなる．

$$\partial T/\partial\zeta=-(\partial t/\partial\tau)/\sigma H \quad \cdots\cdots(17)$$

$$\therefore\ \ a=a' \quad \cdots\cdots(18)$$

また，周期的平衡が成立するためには蓄熱期と放熱期で温度分布の勾配は等しくなければならないから，(18)式のように，両期間を通じて a は一定である．すなわち，

$$a_c = a_h \equiv a \quad \cdots\cdots (19)$$

このような解は，(12)，(13)式を境界条件(3)，(4)式と特定の初期条件の下で混成問題として解こうとする場合の特解の一つであり，ここでは HAUSEN[2)]に従つて(15)，(16)式を0次の固有関数と呼ぶことにする．本報では，蓄熱レンガ積みの端末の部分を除く大部分の領域で，温度変化が時間的にも位置的にもほぼ直線とみなせる場合について考察するが，このような場合には，以下で述べるように1次以上の固有関数をとくに考慮しなくても熱風炉の特性を知ることが可能である．

さて，(5)式の周期的平衡条件が満足されるためには，放熱期と蓄熱期におけるレンガ温度 t の全変化幅 Δt が等しくなければならないから，(20)式が成立することが必要であり，したがつて，直線分布の解が実際に存在しうるための必要条件として(21)式が得られる．

$$\Delta t = a\bar{u}H_c = aH_h\gamma \quad \cdots\cdots (20)$$

$$\bar{u} = G \equiv H_h\gamma/H_c \quad \cdots\cdots (21\text{-}1)$$

$$G^* \equiv G/\bar{u} = 1 \quad \cdots\cdots (21\text{-}2)$$

ただし

$$\bar{u} \equiv \int_0^1 u(\tau)d\tau \quad \cdots\cdots (22)$$

(21)式の G と G^* はそれぞれ炉内を実際に流れている空気の量，および，全送風量を基準にした熱流比で，有次元の変数で定義しなおすと(23)式のようになる．

$$G \equiv W_g c_g \Theta_h / W_b c_a \Theta_c,$$

$$G^* \equiv W_g c_g \Theta_g / \overline{W}_a c_a \Theta_c \quad \cdots\cdots (23)$$

2·3 熱効率と蓄熱レンガ積みの有効高さ

0次の固有関数を利用して近似解析を展開する前に，熱風炉操業を評価する基準として熱効率 η_c，η_h と蓄熱レンガ積みの有効高さ $\Delta\zeta_e$ を導入する．

まず，放熱期および蓄熱期における熱効率 η_c および η_h を(24)，(25)式で定義する．

$$\eta_c = \frac{W_b c_a \int_0^{\Theta_c} u(\theta)(T_{c,1}' - T_a')d\theta}{W_b c_a \int_0^{\Theta_c} u(\theta)(T_g' - T_a')d\theta} = \frac{\int_0^1 u(\tau)T_{c,1}(\tau)d\tau}{\bar{u}} \quad \cdots\cdots (24)$$

$$\eta_h = \frac{W_g c_g \int_0^{\Theta_h} (T_g' - T_{h',0})d\theta}{W_g c_g \int_0^{\Theta_h} (T_g' - T_a')d\theta} = 1 - \overline{T}_{h,0} \cdots (25)$$

(24)式に(9-1)式を代入すると(24)式の分子は定数となる．すなわち，

$$\eta_c = T_b/\bar{u} = \overline{T}_{c,1} \quad \cdots\cdots (26)$$

ところで，一つのサイクルについて総括熱収支を行なうと容易に(27)式が得られるから，(25)式の η_h は(28)式のようになる．

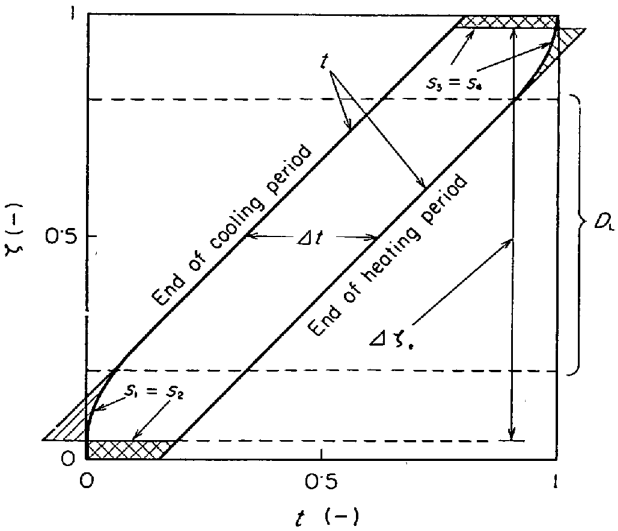


Fig. 3. Graphical representation of maximum variation of brick temperature, Δt, efficient height of checker, $\Delta\zeta_e$, and domain of linear distibution of brick temperature, D_L.

$$\overline{T}_{h,0} = 1 - T_b/G \quad \cdots\cdots (27)$$

$$\eta_h = T_b/G \quad \cdots\cdots (28)$$

したがつて，(21)式の条件が満足されている $G=\bar{u}$ の場合には(29)式が得られる．

$$\eta_c = \eta_h = T_b/G \equiv \eta \quad \cdots\cdots (29)$$

次に，蓄熱レンガ積みの有効高さ $\Delta\zeta_e$ を定義するために，Fig. 3に示したように蓄熱レンガ積みの中ほどで温度分布が直線的であるような部分が存在している場合を考え，この直線分布の部分のレンガ温度の振幅を Δt とおき，$\Delta\zeta_e$ を(30)式のように定義する．

$$\Delta\zeta_e = \int_0^1 \{t(0,\zeta) - t(1,\zeta)\}d\zeta \Big/ \int_0^1 \Delta t\, d\zeta = \int_0^1 \{t(0,\zeta) - t(1,\zeta)\}d\zeta/\Delta t \quad \cdots\cdots (30)$$

$\Delta\zeta_e$ は，実際に交換された熱量と炉内がすべて直線的温度分布になつている場合の交換熱量との比であるから，蓄積レンガ積みのすべての部分で温度分布が直線的であつた場合に換算した有効高さ割合を意味している．ここで，蓄熱室の中ほどのところに直線分布の部分が存在することを仮定しているから，当然 $\Delta\zeta_e$ は $G=\bar{u}$ のときに限つて有効な概念である．

3. 近 似 解 法

3·1 総括熱収支による a と Δt の決定

(1)，(2)式を $\zeta=0\sim1$ で積分し，軸方向平均値を添字mで表わすことにすれば(31)，(32)式が得られる．

$$dt_m/d\tau = H\Lambda(T_m - t_m) \quad \cdots\cdots(31)$$

$$T_1 - T_0 = (\Lambda/\sigma)(t_m - T_m) \quad \cdots\cdots(32)$$

(31), (32)式より $T_m - t_m$ を消去し, (3), (4)式および(27)式を考慮すると(33)式が得られる.

$$\frac{dt_m}{d\tau} = \begin{cases} -H_c T_b & (\text{放熱期})\ (33\text{-}1) \\ H_h\{1 - T_{h,0}(\tau)\} \fallingdotseq H_c T_b/\gamma & (\text{蓄熱期})\ (33\text{-}2) \end{cases}$$

(33)式は, 各期間において, 平均温度 t_m が時間に関して直線的に変化することを示しているが, このことから, (30)式の $\Delta\zeta_e$ の定義を(34)式のように書きかえれば, 温度分布が直線的であるような部分（これに対応するζの領域を D_L で表わすことにする）において(35)式が得られる.

$$\Delta\zeta_e = \frac{t_m(0) - t_m(1)}{\{t(0) - t(1)\}_{\zeta\epsilon D_L}} = \frac{dt_m/d\tau}{(\partial t/\partial\tau)_{\zeta\epsilon D_L}} \quad \cdots\cdots(34)$$

$$\therefore \quad (\partial t/\partial\tau)_{\zeta\epsilon D_L} = (dt_m/d\tau)/\Delta\zeta_e \quad \cdots\cdots(35)$$

(18)式に(33), (35)式を代入すれば, 軸方向の温度勾配が次式のように得られる.

$$\partial t/\partial\zeta = \partial T/\partial\zeta = a = T_b/G\Delta\zeta_e \quad (\zeta\epsilon D_L) \cdots\cdots(36)$$

直線分布の部分における1期間中のレンガ温度の変化幅 Δt は(20)式に(36)式の a を代入すれば,

$$\Delta t = T_b H_c/\Delta\zeta_e \quad \cdots\cdots(37)$$

(36)式を(2)式に代入すると, 固気間の温度差は(38)式に示すように一定値となる.

$$(t-T)_{\zeta\epsilon D_L} = \begin{cases} T_b/\Lambda_c\Delta\zeta_e & (\text{放熱期}) \cdots (38\text{-}1) \\ -T_b/G\Lambda_h\Delta\zeta_e & (\text{蓄熱期}) \cdots (38\text{-}2) \end{cases}$$

3·2 $\Delta\zeta_e$ の決定

(38-1), (38-2)式を時間平均した場合, レンガ温度の時間平均値は両期間とも等しいから, 蓄熱期のガスの温度の時間平均値と放熱期のガスの温度の平均値との差は(39)式のように表わされる.

$$\overline{T}_h - \overline{T}_c = (1/\Lambda_c + 1/G\Lambda_h) T_b/\Delta\zeta_e \quad (\zeta\epsilon D_L) \cdots (39)$$

しかるに, 両期間の時間平均ガス温度の差は, 直線分布の部分だけでなく蓄熱レンガ積みの任意の高さζにおいて一定値を持つことが以下のように証明できる.

まず, (17)式を時間に関して積分すると(40), (41)式が得られる.

$$H_c\int_0^1 u\frac{\partial T}{\partial\zeta}d\tau = -\int_0^1 \frac{\partial t}{\partial\tau}d\tau = t(0,\zeta) - t(1,\zeta) \quad \cdots\cdots(40)$$

$$H_h\int_1^{1+\gamma} \frac{\partial T}{\partial\zeta}d\tau = \int_1^{1+\gamma} \frac{\partial t}{\partial\tau}d\tau = t(1+\gamma,\zeta) - t(1,\zeta) \quad \cdots\cdots(41)$$

周期的平衡条件より, (40), (41)式の右辺は等しくなければならないから, 両式を等置して整理すると(42)式が得られる.

$$\partial(\overline{T}_h - \overline{uT_c}/G)/\partial\zeta = 0 \quad \cdots\cdots(42)$$

ここで, $\overline{uT_c} \fallingdotseq \bar{u}\overline{T}_c$ と考えれば, ζの任意の位置において(43), (44)式が成立する.

$$\overline{T}_h - \bar{u}\overline{T}_c/G \fallingdotseq \overline{T}_{h,1} - \overline{uT_{c,1}}/G = 1 - T_b/G \quad \cdots(43)$$

$$\overline{T}_h - \overline{T}_c = \overline{T}_{h,1} - \overline{T}_{c,1} = 1 - T_b/G \quad (G = \bar{u}\text{のとき}) \quad \cdots\cdots(44)$$

そこで, (39)式と(44)式を等置すると, $\Delta\zeta_e$ について(45)式が得られる.

$$\Delta\zeta_e = (1/\Lambda_c + 1/\Lambda_h G)/(1/T_b - 1/G) = (\alpha T_b/\Lambda_c)/(1-\eta) \quad \cdots\cdots(45)$$

ただし,

$$\alpha \equiv 1 + 1/(\gamma h_h^*/h_c^*) \quad \cdots\cdots(46)$$

(45)式によつて定義される $\Delta\zeta_e$ は HAUSEN[7] の K/K_0 に相当する. HAUSEN は K/K_0 に総括伝熱係数の補正係数としての意味を与えているが, 前述したように $\Delta\zeta_e$ は直線分布とした場合の有効高さという性質があるので, 本研究ではとくにこの性質を利用する.

(45)式の $\Delta\zeta_e$ を(35), (36), (38)式に代入すれば, 直線分布の部分の軸方向温度勾配, レンガ温度の変化幅, および, 固気間温度差は操作条件だけから推算することが可能となる. すなわち,

$$\partial t/\partial\zeta = \Lambda_c(1-\eta)/G\alpha \quad (\zeta\epsilon D_L) \cdots\cdots(47)$$

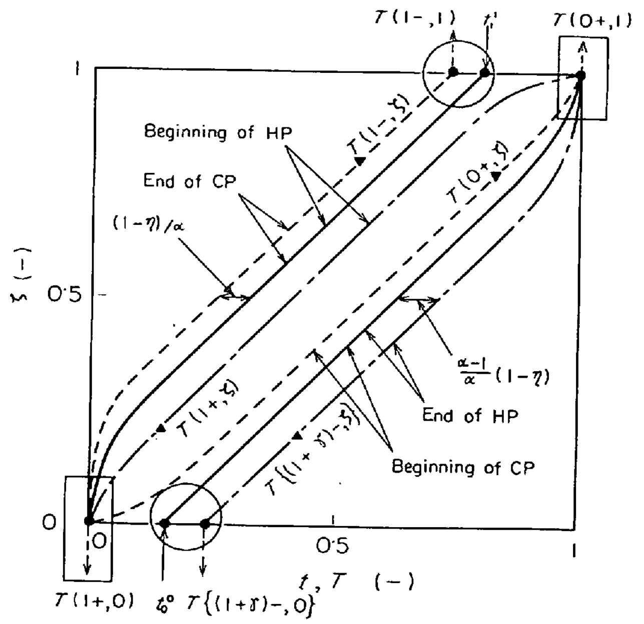
$$\Delta t = H_c\Lambda_c(1-\eta)/\alpha \quad \cdots\cdots(48)$$

$$(T-t)_{\zeta\epsilon D_L} = \begin{cases} -(1-\eta)/\alpha & (\text{放熱期}) \cdots\cdots (49\text{-}1) \\ (1-\eta)(\alpha-1)/\alpha & (\text{蓄熱期})\ (49\text{-}2) \end{cases}$$

3·3 温度分布の決定

このように直線分布の部分については, (47)～(49)式のような単純な関係が導びかれたが, これらの関係は温度勾配や温度差という相対的な指標を示しているにすぎないので, これだけで炉内温度分布を求めることはできない. そこで, 端末部分の解析が必要になるが, 境界条件(3), (4)式からわかるようにガスの入口温度が一定であるため, 端末部分における温度変化は時間的にも位置的にも直線的ではなくなる. したがつて, 境界条件(3), (4), (5)式と総括収支(26), (27)式を満足するように端末のガスとレンガの温度の時間的変化を決定し, 次いで, 直線分布の部分に関する(47), (48), (49)式を用いて全体的な温度分布とその時間的変化を決定しなければならない. 従来の解析[8]では, このような端末部分の温度変化を解析するとき, 時間に関する2次以上の項や指数関数の項を考慮する必要があるとされてきたが, 筆者らは以下のような仮定を用いることにより, 従来の解析よりもはるかに簡明な取り扱いに成功した.

求める解は Fig. 4 に示すようなパターンの温度分布になつているものと仮定する. すなわち,



○ : Eq. (51), □ : Eq. (50), brick temperature : ——, gas temperature : ……CP, —·—HP.

Fig. 4. Assumed pattern of the temperature distributions for the case of the derivation of approximate solution.

(1) 蓄熱レンガ積みの上部および下部の端末部分においては，ガスの温度が時間的に一定であるため，レンガ温度に飽和現象（上端で $t\leq 1$，下端で $t\geq 0$）が現われる．

(2) この飽和現象は，放熱期と蓄熱期それぞれの全期間を支配するものではなく，$\tau=0$ における蓄熱レンガ積み下端の温度分布，および，$\tau=1$ における蓄熱レンガ積み上端の温度分布は，ともに直線的分布になつているものと仮定する．

上記の仮定を数式で表現すると，ガスの出口温度について(50)，(51)式が得られる．

$$T(0+,1)\doteqdot 1,\quad T(1+,0)\doteqdot 0 \cdots\cdots(50)$$

$$T(1-,1)\doteqdot t_1^1-(1-\eta)/\alpha,$$

$$T\{(1+\gamma)-,0\}\doteqdot t_0^0+(1-\eta)(\alpha-1)/\alpha \cdots\cdots(51)$$

ただし，t_1^1，t_0^0 は(52)式で定義される．

$$t_1^1\equiv t(1,1),\quad t_0^0\equiv t(0,0) \cdots\cdots(52)$$

仮定(2)を考慮すると，t_0^0 と t_1^1 の間に次の関係が幾何学的に成立する．

$$t_0^0=t_1^1+\Delta t-(\partial t/\partial\zeta)_{\zeta\epsilon D_L} \cdots\cdots(53)$$

さらに，次の仮定をもうける．

(3)† 出口ガス温度の時間平均値は，各期間の開始時の値と終了時の値との相加平均としても大きな誤差を生じない．すなわち

$$\overline{T}_{c,1}\doteqdot\{T(0+,1)+T(1-,1)\}/2$$
$$=\{1+t_1^1-(1-\eta)/\alpha\}/2 \cdots\cdots(54)††$$

$$T_{h,0}\doteqdot[T(1+,0)+T\{(1+\gamma)-,0\}]/2$$
$$=\{t_0^0+(1-\eta)(\alpha-1)/\alpha\}/2 \cdots\cdots(55)$$

ところで，$\overline{T}_{c,1}$ と $\overline{T}_{h,0}$ は総括熱収支に基づいて(26)，(27)式ですでに求められているから，(54)，(55)式を用いて t_0^0 と t_1^1 を決定することができる．すなわち，

$$t_0^0=(1+1/\alpha)(1-\eta) \cdots\cdots(56)$$

$$t_1^1=1-(2-1/\alpha)(1-\eta) \cdots\cdots(57)$$

となるが，η は(29)式で，α は(46)式で定義されているので，操作条件がわかれば t_0^0，t_1^1 が求められる．

このようにして得られる t_0^0，t_1^1 の点を通つて (47) 式で与えられる傾きの直線を 2 本引けば，放熱期および蓄熱期の初期の温度分布が確定できる．

3·4 $G=\bar{u}$ となるためにパラメータの満すべき条件

(53)式中の t_0^0，t_1^1，Δt，$(\partial t/\partial\zeta)_{\zeta\epsilon D_L}$ はすでに操作条件の関数として表わされたから，これらを(53)式に代入すると(58)式が得られる．

$$H_c=(\alpha/\Lambda_c)(2-3\eta)/(1-\eta)+1/G \cdots\cdots(58)$$

(58)式は $\bar{u}=G$ となるために $\Lambda_c, H_c, G, T_b, \alpha$ の 5 個のパラメータが満すべき必要条件である．このほか，$\Delta\zeta_e\leq 1$，$t_0^0-\Delta t\leq 0$，$t_1^1+\Delta t\geq 1$，$u(\tau)_{\tau=1}\leq 1$ を満たさないような解は不適当であるから除外しなければならない．

4. 近似解と厳密解との比較

以上の解析によつて，上記 5 個のパラメータについて $\bar{u}=G$ となるようなつりあいサイクル操業の解を与える一組の数値を求め，そのときの温度分布を計算し，熱効率 η を求める近似解法が確立されたことになる．

この解法によつて得られる近似解と，(1)～(5)式および(9)式を差分形で書き表わし，電子計算機による数値計算を行なつて得られた数値解（これは厳密解とみなしてよい）とを比較検討した．結果を Fig. 5 と Table 1 に示す．数値計算では，軸方向，および，放熱期と蓄熱期の期間をそれぞれ 100 分割した刻み幅を用いた．

近似解と厳密解はかなりよい一致を示している．Table 1 と Fig. 5 から明らかなように，放熱期に炉内

† この仮定の妥当性は数値計算結果との比較によつて結果的に認められる．

†† $\overline{T}_{c,1}$ は，ガス流量 v が変化しているため，本来次のように流量平均として定義されるべきである．すなわち，

$$\overline{T}_{c,1}=\int_0^1 v\,T_{c,1}d\tau\Big/\int_0^1 v\,d\tau=1\Big/\int_0^1(1/T_{c,1})d\tau$$

$T_{c,1}$ の時間的変化を直線近似すると $\overline{T}_{c,1}$ は対数平均となるが，対数平均を用いると(57)式のような簡明な表現が得られないので，ここでは相加平均を用いた．多くの場合これによる誤差はわずかである．

Table 1. Comparison of approximate solution with numerical solution.
(a) : approximate solution, (b) : numerical solution

Conditions						Solutions					
No	T_b	Λ_c	γ	G	H_c*		$\bar{u}$	Δt	$t(0, 0\cdot5)$	t_0^0	t_1^1
1	0·7	9	2	0·798	0·396	(a)	0·798	0·292	0·666	0·205	0·836
						(b)	0·805	0·305	0·669	0·209	0·814
2	0·7	12	2	0·771	0·315	(a)	0·771	0·232	0·631	0·154	0·877
						(b)	0·772	0·238	0·633	0·161	0·862
3	0.7	15	2	0·756	0·267	(a)	0·756	0·197	0·611	0·123	0·902
						(b)	0·755	0·200	0·613	0·131	0·889
4	0·7	30	2	0·727	0·170	(a)	0·727	0·125	0·569	0·0615	0·951
						(b)	0·726	0·125	0.571	0·0727	0·938
5	0·8	30	2	0·835	0·161	(a)	0·835	0·136	0·575	0·0702	0·944
						(b)	0·834	0·136	0·578	0·0812	0·931
6	0·7	60	2	0·713	0·116	(a)	0·713	0·0855	0·546	0·0306	0·976
						(b)	0·713	0·0852	0·547	0·0418	0·963

*) Data were determined from Eq. (58).

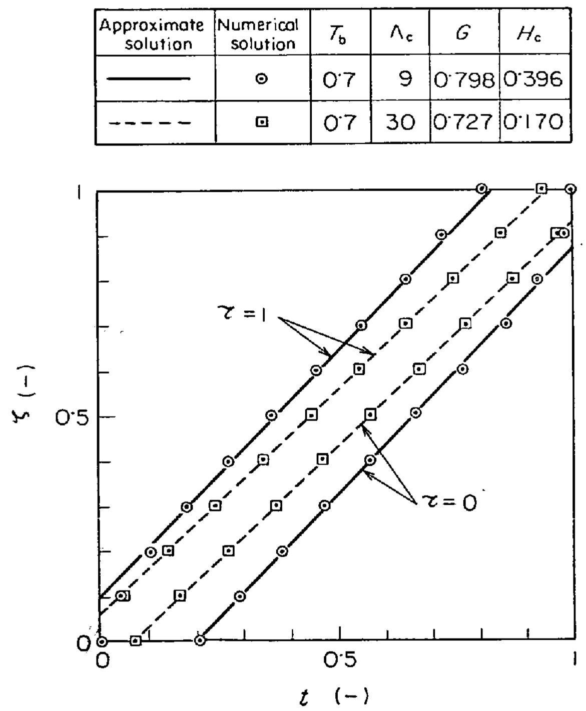


Fig. 5. Comparison between brick temperatures obtained by approximate analysis and those by numerical computation.

を通過した空気の平均流量 $\bar{u}$ と直線的な部分の温度分布については，とくによい一致が得られている．端末のレンガ温度の場合，t_0^0 については厳密解から得られた値のほうが近似解の数値よりもやや大きく，t_1^1 については厳密解のほうがやや小さくなつているが，このことは，各期間の終了時においてもまだ飽和現象の影響が少し残つていて，温度分布が完全には直線化していないことを示している．しかし，この場合も，厳密解と近似解のずれの絶対値はかなり小さいことがわかる．

実際操作では，温度分布の多少のずれよりも，つりあいサイクル操業が成立するかどうかが重要であり，そのために(58)式から得られるパラメータの数値の精度が問題になる．ここでの計算例では(58)式からつりあいサイクル操業の場合の H_c を推算しているが，Table 1 からわかるように，この H_c を使つて得られた厳密解の $\bar{u}$ は G に等しくなつており，(58)式の精度は十分満足なものである．

以上の結果から，ここで提出した近似解法は実際操業の解析に満足に適用できるものと考えられる．

5. 結　　言

熱風炉は，放熱期の炉内ガス流量を未知パラメータとする分布定数系の 2 点境界値問題であるが，本解析では，シングル送風の場合について，いわゆるつりあいサイクル操業が成立するために操作変数が満足すべき必要条件と，その条件が成立している場合の温度分布に関する近似解を誘導した．これにより，操作条件を指定するだけで，放熱期に炉内を通過する空気流量と炉内温度の軸方向分布を求めることが可能になつた．

なお，厳密解と比較した結果，この近似解法の有用性を確認することができた．この近似解法を用いれば，つりあいサイクル操業の場合については，時間や距離についての高次の項を考慮した解を用いなくても，簡単な計

算によつて熱風炉の操作，設計が可能になる．また，この方法はパラレル送風の場合にも拡張できよう．

記　　号

A ：蓄熱レンガ積みの総伝熱面積 [m²]

a ：(15)式の係数 [−]

c_a ：空気の比熱 [kcal/kg·°C]

c_g ：燃焼生成ガスの比熱 [kcal/kg·°C]

c_s ：レンガの比熱 [kcal/kg·°C]

D_L ：温度分布が直線となる ζ の領域

$G=W_g c_g \Theta_h / W_b c_a \Theta_c$ ：送風量基準の熱流比 [−]

$G^*=G/\bar{u}$ ：炉内を通過した空気の平均流量を基準にした熱流比 [−]

$H_c=W_a c_a \Theta_c / M c_s$ [−]

$H_h=W_g c_g \Theta_c / M c_s$ [−]

h_c^* ：放熱期の固気間総括伝熱係数 [kcal/m²·hr·°C]

h_h^* ：蓄熱期の固気間総括伝熱係数 [kcal/m²·hr·°C]

L ：蓄熱レンガ積み高さ [m]

M ：蓄熱レンガ積みの総質量 [kg]

N ：稼動している熱風炉の基数 [−]

$T=(T'-T_a')/(T_g'-T_a')$ ：無次元ガス温度 [−]

$T_b=(T_b'-T_a')/(T_g'-T_a')$ ：無次元送風温度 [−]

T' ：ガス温度 [°C]

T_a'＝空気の入口温度 [°C]

T_b' ：高炉への送風温度 [°C]

T_g' ：燃焼生成ガスの入口温度 [°C]

$t=(t'-T_a')/(T_g'-T_a')$ ：無次元レンガ温度 [−]

t' ：レンガ温度 [°C]

$t_0^0=t(0,0)$ [−]

$t_1^1=(1,1)$ [−]

u ：蓄熱室を流れる空気の流量と全送風量との比 [−]

W_a ：空気流量 [kg/hr]

W_b ：高炉への送風量 [kg/hr]

W_g ：燃焼生成ガス流量 [kg/hr]

z ：蓄熱レンガ積み下端から上方への距離 [m]

$\alpha=1+1/(\gamma h_h^*/h_c^*)$ [−]

$\tau=N-1$ ：蓄熱期間と放熱期間の長さの比 [−]

Δt ：直線分布の部分におけるレンガ温度の最大変化幅 [−]

$\Delta\zeta_e$ ：蓄熱レンガ積み有効高さ [−]

$\zeta=z/L$ ：無次元高さ [−]

η ：効率 [−]

Θ ：1期間の時間間隔 [hr]

θ ：時間 [hr]

$\Lambda_c=h_c^* A/W_b c_a$ ：修正スタントン数（放熱期）[−]

$\Lambda_h=h_h^* A/W_g c_g$ ：修正スタントン数（蓄熱期）[−]

σ ：(9-1)，(9-2)式で定義されるパラメータ [−]

$\gamma=\theta/\Theta_c$ ：無次元時間 [−]

（添字）

c ：cooling period（放熱期）

h ：heating period（蓄熱期）

m ：$\int_0^1 d\zeta$

0 ：$\zeta=0$

1 ：$\zeta=1$

（肩文字）

0 ：$\tau=0$

1 ：$\tau=1$

文　　献

1) *W.* Nusselt: VDI-Zschft., 71 (1927) 3, p.85〜90
2) *H.* Hausen: Z. angew. Math. Mech., 9 (1929) 3, p. 173〜200
3) *A. N.* Nahavandi and *A. S.* Weinstein: Appl. Sci. Res., section A, 10 (1961), p. 335〜348
4) *R.* Izumi and *H.* Koyama: Bull. Yamagata Univ. Eng., 7 (1961), p. 213〜217
5) *K.* Rummel: Stahl u. Eisen, 48 (1928) 49, p. 1712〜1715
6) *H.* Hausen: Arch. Eisenhüttenw., 12 (1939) 10, p. 473〜480
7) *H.* Hausen: VDI-Beiheft Verftk., (1942) 2, p. 31〜43
8) *H.* Hausen: Int. J. Heat Mass Transfer, 13 (1970) 11, p. 1753-1766
9) *J.* Schofield, *P.* Butterfield, and *P. A.* Young: JISI, 199 (1961) 3, p. 229〜240
10) *J. M.* Ridgion, *A. J.* Willmott, and *J. H.* Thewlis: Computer *J.*, 7 (1964), p. 188〜196
11) *A. J.* Willmott: Int. J. Heat Mass Transfer, 7 (1964), p. 1291〜1302
12) *J. I. T.* Green: JISI, 202 (1964), 10, p. 833〜839
13) *V.* Paschkis and *R.* Razelos: Iron Steel Eng., 42 (1966) 5, p. 115〜127
14) *T. R.* Schuerger and *J. C.* Agarwal: Iron Steel Eng., 37 (1961) 10, p. 143〜156
15) *S. L.* Solomentsev: Stal in Eng., (1969) 6, p. 538〜539
16) *A. J.* Willmott: Int. J. Heat Mass Transfer, 12 (1969) 9, p. 997〜1014