

.....  
**論 文**  
 .....

## スクラップ融解過程を考慮した数学的モデルによる LD 転炉操業の理論解析\*

浅井 滋生\*\*・鞭 巖\*\*\*

### Theoretical Analysis of LD Converter Operation by Mathematical Model Considered Scrap-Melting Process

Shigeo ASAI and Iwao MUCHI

**Synopsis:**

In order to predict the behaviors of process variables which may be caused by the melting process of scrap fed into LD converter, a mathematical model<sup>1)</sup> for the scrap-melting process has been involved into the mathematical model<sup>2)</sup> of LD converter proposed by the authors previously, and concerning the relations between the temperature of steel bath and the carbon concentration in molten steel under various operating conditions, numerical calculations have been conducted with the aid of digital computer, and the calculated results of the transitional variations of these two variables have been illustrated on the T-C diagram. From the comparisons of the calculated results with the operating results obtained by the other investigators<sup>3)</sup> in LD converter, it may be considered that the model presented in this paper is applicable for the prediction of the behaviors of process variables even in the operations of the comparatively high value of scrap ratio.

Furthermore, an theoretical analysis concerning the effects of the process of scrap melting on the transitional variations of the process variables in the converter has been developed in this paper.

(Received Oct. 5, 1970)

## 1. 緒 言

LD 転炉の精錬プロセスにおけるスクラップの使用量は重要な問題となつている。前報<sup>1)</sup>で示したように、炉内にスクラップが存在する場合には、吹錬途中に装入された副原料によつて、あるいは、なんらかの操作上の外乱によつて生じた溶鋼の炭素濃度あるいは温度の変動が、スクラップの融解に伴つて減殺される効果があり、これがプロセス推移の安定化に大きな影響を及ぼしているものと考えられる。以下、この効果を前報<sup>1)</sup>のようにスクラップの補償効果と呼ぶことにする。現在の転炉操業で出鋼温度が比較的良好に適中する原因として、転炉操業に自己制御性の存在を予測した報告<sup>3)</sup>があるが、スクラップの補償効果がこの自己制御性に大きな役割を果たしていることが推察されよう。

本報では、スクラップ融解のモデル<sup>1)</sup>を LD 転炉の数学的モデル<sup>2)</sup>に組み込んで、操業条件の変更に伴つて起こる炉内プロセス変数の推移に及ぼすスクラップの効果

を知るために、デジタル電算機（京大大型計算機センター FACOM 230-60）を使って数値計算を行ない、溶鋼の炭素濃度と温度の関係についての計算結果を T-C 線図上に示して考察する。なお、他の研究者によって発表された実操業結果と本モデルによる計算結果を比較して、比較的スクラップ比の高い場合について、本報の数学的モデルの適用性を検討する。

なお、スクラップの補償効果を定量的に説明するために、スクラップが炉内に存在する場合とそうでない場合について、吹錬途中に加えられた外乱によつて起こる炉内プロセス変数の推移について理論的な解析を行なう。

## 2. 解 析

前報<sup>1)</sup>のスクラップ融解のモデルでは、スクラップの

\* 昭和44年10月 本会講演大会にて発表

昭和45年10月 5日 受付

\*\* 名古屋大学工学部 大学院

\*\*\* 名古屋大学工学部 工博

融解プロセスを集中定数系として取り扱ったが、このモデルを前報<sup>2)</sup>の LD 転炉の数学的モデルに組み込むと、溶鋼中の炭素濃度  $C_c$ 、ケイ素濃度  $C_{Si}$ 、および、スラグ中のシリカ量 ( $SiO_2$ )、ウスタイト ( $FeO$ )、(T. Fe) 量、溶鋼量  $W_m$ 、スクラップ量  $W_{sc}$ 、鋼浴温度  $T_m$  とスラグ量  $W_s$ 、スクラップ温度  $T_{sc}$  の変化が、次の (1)~(10) 式で示され、これらの式を連立させて数値計算することによつて、吹錬経過に伴うこれらプロセス変数の推移が求められる。なお、(1)~(4) 式中の  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  は前報<sup>2),3)</sup> の定義に従い鋼浴の炭素濃度とケイ素濃度の関数とした。

溶鋼中の炭素量の変化が (1) 式で示される。

$$d(W_m C_c)/d\theta = -\sigma_1 S - (C_{sc} \cdot dW_{sc}/d\theta) \cdot u(-dW_{sc}/d\theta) - (C_c \cdot dW_{sc}/d\theta) \cdot u(dW_{sc}/d\theta) \dots (1)$$

(1) 式の右辺第 1 項は凹み界面で起こる脱炭反応の速度、右辺第 2 項はスクラップの融解に伴つてスクラップ中の炭素が溶鋼中に移動する速度、第 3 項はスクラップの凝固に伴つて鋼浴中の炭素がスクラップへ移動する速度をそれぞれ表わしている。

溶鋼中のケイ素量の変化は (2) 式で示され、(2) 式の左辺には、スクラップの融解および凝固に伴つて起こる溶鋼中のケイ素濃度の希釈と濃化も考慮されている。

$$d(W_m C_{Si})/d\theta = -(1/2) \sigma_2 S \dots (2)$$

鋼浴中のケイ素は凹み界面で酸化されて、すべてスラグ中へ移動すると仮定するとスラグ中のケイ素の質量変化は (3) 式で表わされる。

$$dW_{(SiO_2)}/d\theta = (M_{SiO_2}/2) \sigma_2 S \dots (3)$$

スラグ中の酸化鉄は凹み界面で溶鋼中の鉄が酸化されて生成するものと考えると (4) 式が得られる。

$$dW_{(FeO)}/d\theta = M_{FeO} \sigma_3 S \dots (4)$$

さて、スラグ中の酸化鉄はすべて  $FeO$  の状態であると考え、スラグ中の全鉄分 (T. Fe) は (5) 式のように表わされる。

$$dW_{(T.Fe)}/d\theta = (M_{Fe}/M_{FeO}) \cdot (dW_{(FeO)}/d\theta) \dots (5)$$

(6) 式の左辺は溶鋼量変化であり、右辺第 1 項はスクラップ融解、第 2 項、第 3 項は溶鋼中の炭素とケイ素量の変化、第 4 項は溶鋼中の鉄の酸化による鉄分の減少であり、第 5 項は投入鉄鉱石による鉄分の増加を表わしている。

$$dW_m/d\theta = -dW_{sc}/d\theta + M_{cd}(W_m C_c)/d\theta + M_{Si}d(W_m C_{Si})/d\theta - (M_{Fe}/M_{FeO})dW_{(FeO)}/d\theta + (2 M_{Fe}/M_{Fe_2O_3}) \cdot W_{ore} \cdot \delta(\theta - \theta_{ore}) \dots (6)$$

(7) 式は、スクラップの融解速度であり、(7) 式の誘導は前報<sup>1)</sup> と同じである。

$$dW_{sc}/d\theta = \{\alpha_1(T_m - T') - \alpha_2(T' - T_{sc})\} /$$

$$(-\Delta H_{Fe}) \dots (7)$$

溶鋼の熱エネルギーの変化は、スラグと溶鋼の温度が等しいと仮定すると、(8) 式で示される。(8) 式右辺の第 1 項は脱炭、脱ケイ素、酸化鉄生成、石灰石の滓化反応に伴う発熱速度であり、第 2 項は溶鋼からスクラップへの伝熱速度、第 3 項および第 4 項はスクラップの融解と凝固に伴う伝熱速度を表わしている。

$$d\{(c_{psc}W_s + c_{pm}W_m) \cdot T_m\}/d\theta = q_t - \alpha_1(T_m - T') - (c_{psc}T_{sc} \cdot dW_{sc}/d\theta) \cdot u(-dW_{sc}/d\theta) - (c_{pm}T_m \cdot dW_{sc}/d\theta) \cdot u(dW_{sc}/d\theta) \dots (8)$$

スラグは、シリカ、酸化鉄および滓化石灰で構成されているものとするれば、スラグの質量変化は (9) 式で示される。

$$dW_s/d\theta = dW_{(SiO_2)}/d\theta + dW_{(FeO)}/d\theta + dW_{(CaO)}/d\theta \dots (9)$$

(10) 式の左辺はスクラップの熱エネルギーの変化を示し、右辺第 1 項は鋼浴からスクラップへの伝熱速度、第 2 項と第 3 項はそれぞれスクラップの凝固と融解に伴う伝熱速度を表わしている。

$$d(c_{psc}W_{sc}T_{sc})/d\theta = \alpha_2(T' - T_{sc}) + (c_{pm}T_m dW_{sc}/d\theta) \cdot u(dW_{sc}/d\theta) + (c_{psc}T_{sc} dW_{sc}/d\theta) \cdot u(-dW_{sc}/d\theta) \dots (10)$$

ただし、 $T'$  はスクラップ表面温度 ( $^{\circ}C$ ) であり、次のように表わされる<sup>1)</sup>。

$$T' = (a + b \cdot C_1) \cdot u(dW_{sc}/d\theta) + [\eta \cdot (a + b \cdot C_1) + \{\alpha_1 \cdot b / (-\Delta H_{Fe})\} \cdot \{(C_2/\alpha_1) \cdot T_{sc} + T_m\} \cdot (C_1 - C_{sc})] / [\eta + \{\alpha_1 \cdot b / (-\Delta H_{Fe})\} \cdot (1 + \alpha_2/\alpha_1) \cdot (C_1 - C_{sc})] \cdot u(-dW_{sc}/d\theta) \dots (11)$$

ここで、 $a$ ,  $b$  は液相線を表わす定数で、 $a = 1536^{\circ}C$ ,  $b = -1.08 \times 10^5 \text{ } ^{\circ}C \cdot \text{kg (Fe)} / \text{kg mol (C)}$  である。また、定数  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  ( $\text{kcal/sec} \cdot ^{\circ}C$ ) は、それぞれ、メタル側、およびスクラップ側での各伝熱係数とスクラップの有効表面積との積であり、 $\eta \{ \text{kg mol (C)} / (\text{sec} \cdot \text{kg mol (C)} / \text{kg (Fe)}) \}$  は、炭素がスクラップ表面へ移動する際の物質移動係数とスクラップの有効表面積との積である。

転炉の鋼浴内でのスクラップ・メタル間での伝熱係数と炭素の物質移動係数について、有吉ら<sup>4)</sup> は  $h_{scm} = 10 \sim 20 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^{\circ}C$ ,  $k_{scm} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m/sec}$  を報告している。また森ら<sup>5)</sup> は熱移動過程と物質移動過程のアナロジーを使って、濃度境界層の値から伝熱係数と物質移動係数が求められるとし、濃度境界層厚さとして、 $\delta_c = 5 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-2} \text{ cm}$  の値を導出しているが、この  $\delta_c$  の値から森らの式によつて伝熱係数  $h_{scm}$  および、物質移動係数  $k_{scm}$  を推算すると、それぞれ、 $h_{scm} = 16.54 \sim$

Table 1. Data for numerical calculation.

Diameter of throat	26.7 mm $\phi$ $\times$ 3
Lance height	0.7 m
Back pressure	8.6 atm
Temperature of pig iron	1300°C
Temperature of scrap	30°C
Carbon concentration of pig iron	4.4%*, 4.3%**
Silicon concentration of pig iron	0.7%
Mass of pig iron	43.2 t
Mass of scrap	10.8 t
Mass of ore	150 kg (7.5, 8.5, 9.5, 10.5, 11.5, 12.5 min, respectively)
Mass of lime	450 kg (0.5, 2, 3.5, 4.5, 6.5, 7.5 min, respectively)
Parameter used :	
$k_1 = 1 \times 10^{12}$ kg (Fe) / kg mol (C) $\cdot$ sec, $k_2/k_1 = 20$ kg mol (C) / kg mol (Si)	
$k_3 C_3/k_1 = 1 \times 10^{-4}$ kg (C) / kg (Fe), $t_e = 1 \times 10^{-5}$ sec	
$h_L = 12$ kcal/m $^2 \cdot$ sec $\cdot$ °C, $h_G = 0.6$ kcal/m $^2 \cdot$ sec $\cdot$ °C	
$h_{scm} = 16.54$ kcal/m $^2 \cdot$ sec $\cdot$ °C, $k_{scm} = 2 \times 10^{-4}$ m/sec, $\alpha_2/\alpha_1 = 0.15$ (-)	
$A_{sc}/W_m = 0.5 \times 10^{-3}$ m $^2$ / kg (Fe)	

\*\_adopted for Fig. 1, \*\* adopted for Figs. 2~7

8.27 kcal/m $^2 \cdot$  sec  $\cdot$  °C,  $k_{scm} = 2 \times 10^{-4} \sim 1 \times 10^{-4}$  m/sec と  
なる。本報では、伝熱係数として  $h_{scm} = 16.54$  kcal/m $^2 \cdot$   
sec  $\cdot$  °C, 物質移動係数として  $k_{scm} = 2 \times 10^{-4}$  m/sec の  
値を用いて計算を試みた。なお、溶鋼単位質量当たりの  
スクラップ有効表面積としては、有吉ら<sup>6)</sup>が実験に用い  
たスクラップの大きさから算出した値にほぼ等しいもの  
を計算に採用した。その値は、Table 1 に  $A_{sc}/W_m$  と  
して示した。また、 $\alpha_2/\alpha_1$  の値については、スクラップ  
への伝熱過程が非定常であるので、 $\alpha_2$  の値は操業時間  
 $\theta$  の関数であると考えるのが妥当であるが、簡単化のため  
に、スクラップ融解プロセスを集中定数系として取り  
扱っているため、 $\alpha_2/\alpha_1$  の値は定数となる。その値は前  
報<sup>1)</sup>に従って Table 1 に示した。

前報では、反応として、脱炭反応のみを考慮した場合  
について、縦軸を鋼浴温度とし、横軸を溶鋼中の炭素濃  
度とした場合の T-C 線図上で、吹錬経過に伴って変化  
する鋼浴温度と炭素濃度の関係を示す軌跡を求めたが、  
ここでは、脱炭反応以外に脱ケイ素反応、酸化鉄生成反  
応や副原料投入なども考慮し、スクラップ比についても  
実操業条件に近い場合を想定して数値計算を行なった。

LD 転炉の終点制御は、前報<sup>1)</sup>で述べたように、T-C  
線図上での軌道をどのように制御して、与えられた出発  
点から目標の終点値に到達させるかということになる。  
ここでは、新しいモデルに基づいて、操業条件変更が鋼  
浴温度と溶鋼中の炭素濃度に及ぼす効果を計算し、T-C  
線図上で検討する。

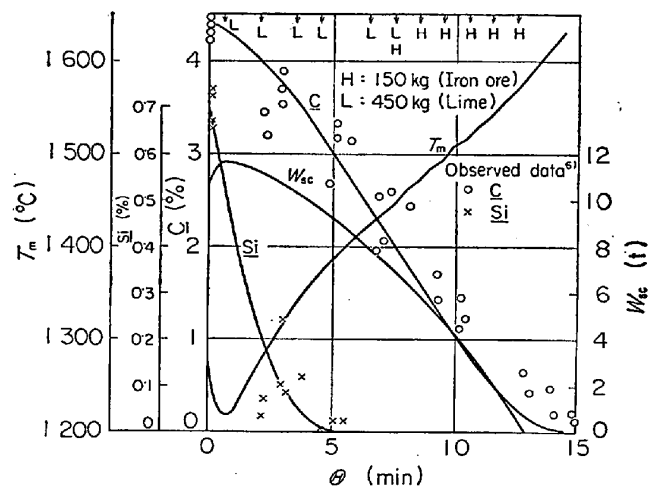


Fig. 1. Calculated results of the transitional variations of process variables in standard process and observed data which were presented by other investigators.

### 3. 計算結果と考察

前報<sup>2)</sup>で採用したパラメータに上述の  $h_{scm}$ ,  $k_{scm}$ ,  $A_{sc}/W_m$ ,  $\alpha_2/\alpha_1$  を加味し、さらに、他の研究者によって発表された実際の操業条件<sup>6)</sup>を Table 1 に示した。これらのデータに基づいて (1)~(10) 式の微分方程式を RUNGE-KUTTA-GILL を用い、そのきざみ幅 10sec に取り計算した結果と実測値を Fig. 1 に示す。

ここでは、脱リン、脱マンガン反応を無視しているが、計算結果と実測結果<sup>6)</sup>との間に比較的良好一致が得られていると考えられる。

Fig. 2 には、Table 1 のデータに基づいて、本モデル

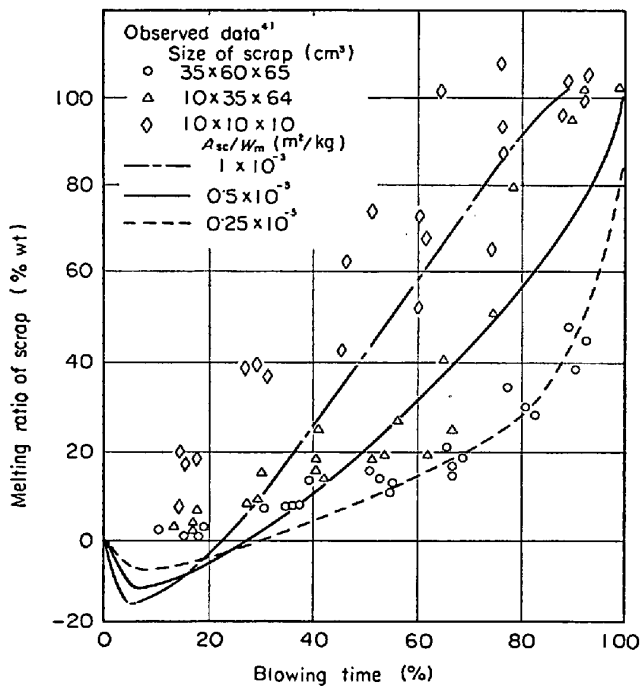


Fig. 2. Calculated results of the transitional variations of the melting ratio of scrap during the blowing process.

から計算した結果を実線で示した。また有吉ら<sup>4)</sup>によって得られた通常の大きさのスクラップを装入した場合の実測結果を△印で示した。実測の操業条件の詳細が不明なため、計算結果とそのまま比較することには問題があるが、吹錬経過に伴うスクラップ融解率の変化の傾向はかなりよく一致しているものと考えられる。なお、実操業のスクラップの大きさから推算される実測値の溶鋼単位質量当たりのスクラップ表面積 ( $A_{sc}/W_m$ ) は  $0.424 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$  で、実線で示した計算に用いた値は  $0.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$  でありほぼ近いものである。light scrap を装入した場合には、吹錬初期から融解が急速に進行するのに対し、heavy scrap を装入した場合には、吹錬末期に至って急速に融解が進行することがすでに有吉ら<sup>4)</sup> や長谷川ら<sup>7)</sup> によって報告されている。そこで、スクラップ比を一定にして、スクラップの有効表面積  $A_{sc}$  だけをそれぞれ2倍と0.5倍にして計算した結果を一点鎖線と破線で Fig. 2 に示した。また、有吉ら<sup>4)</sup> によって得られた light scrap と heavy scrap を装入した場合の実測結果を◇印と○印で示した。これら融解率の実測結果と計算結果は変化の傾向が類似していると考えられよう。ただし、実操業のスクラップの大きさから計算される ( $A_{sc}/W_m$ ) は◇印では  $1.99 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$ 、○印では  $0.198 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$  であり、計算の場合のデータと若干差異がある。

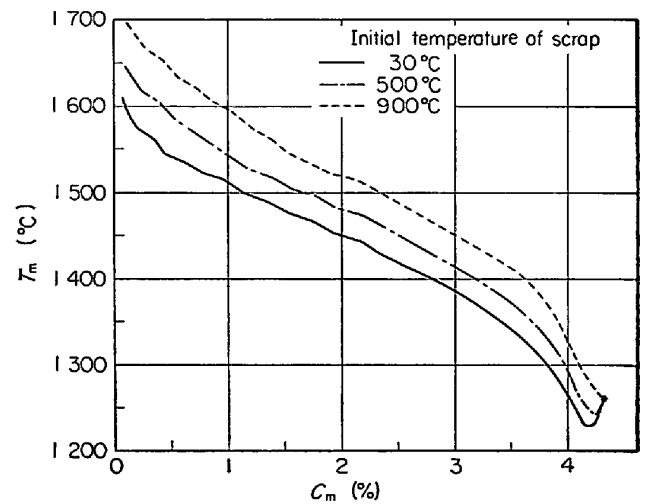


Fig. 3. Calculated results of the relations between  $C_m$  and  $T_m$  under the conditions of various initial temperatures of scrap (T-C diagram).

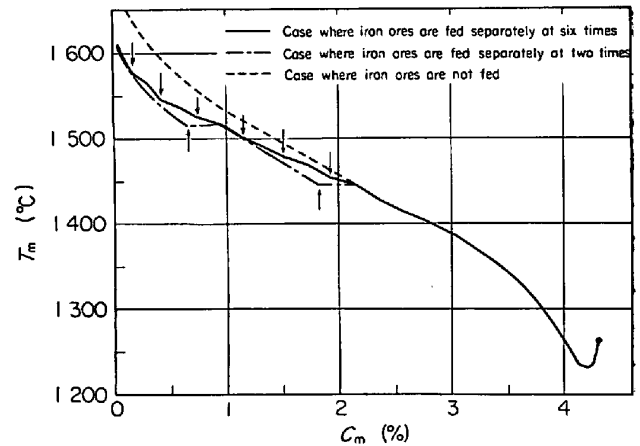


Fig. 4. Calculated results of the relations between  $C_m$  and  $T_m$  under the different conditions of the feeding of iron ore.

次に、スクラップ予熱の効果を調べるために、T-C 線図上に、実線の基準操業 (30°C) の場合のほか、スクラップをそれぞれ 500°C と 900°C に予熱した場合 (他のデータは Table 1 と同じ) の計算結果を一点鎖線と破線でもって Fig. 3 に示したが、スクラップ予熱が、T-C 曲線の変化の傾向に大きく影響することがわかる。なお、炭素濃度 2% 以下の範囲で、各曲線に小さな折点が見られるが、これらは鉄鉱石投入による T-C 曲線の変動を示すものである。

また、鉄鉱石の投入方法が T-C 曲線に及ぼす影響を調べるために、Fig. 4 に、鉄鉱石投入を 6 回に分けた基準操業 (実線) に対し、全投入量は基準操業と同じにして、投入回数を 2 回に減らした場合の計算結果を一点鎖線で示した。スクラップの補償効果によって 2 回に分割

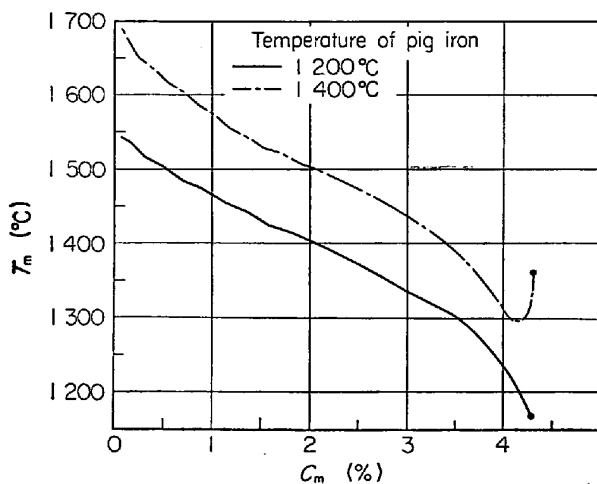


Fig. 5. Calculated results of the relations between  $C_m$  and  $T_m$  under the conditions of various temperatures of pig iron.

した場合も基準操業の場合の曲線に漸近する傾向を持っていることがわかる。しかし、基準操業の場合には、 $T-C$  曲線の変動は比較的小さいが、2回に分割した場合には変動が大きく現われている。なお、Fig. 4 には、鉄鉱石を全量投入しなかつた場合の計算結果を破線で示した。この場合には、 $T-C$  曲線に変動は現われず、同じ炭素濃度について比較すると、鉄鉱石による冷却効果がないために、鋼浴温度は高くなっている。

Fig. 4 で示した基準操業の場合の実線について、吹錬初期に鋼浴温度が下がっているのは、スクラップによる冷却作用によるものである。その後、比較的急な勾配で温度は上昇する。これは、吹錬初期の脱ケイ素反応の急速な進行によるものであり、吹錬中期の脱炭反応最盛時における発熱速度に比べて吹錬初期での全発熱速度のほうが大きいので吹錬初期における温度上昇率が中期よりも大きくなっている。吹錬中期では、比較的ゆるやかな勾配で上昇し、吹錬末期に至って、酸化鉄生成反応のために再びその勾配は大きくなる。

溶銑温度が  $T-C$  曲線に及ぼす影響を知るために、Fig. 5 に、溶銑温度を  $1200^{\circ}\text{C}$  と  $1400^{\circ}\text{C}$  にそれぞれ変えた場合の計算結果を実線と一点鎖線で示した。実線 ( $1200^{\circ}\text{C}$ ) の場合には、吹錬初期にスクラップへの溶銑の凝固量が大きく、初期温度も低いため、基準操業 ( $1300^{\circ}\text{C}$ ) の場合に見られるような吹錬初期における温度低下は見られない。なお、溶銑温度が低いために、炭素濃度が  $0.1\%$  に至つても未溶解のスクラップが残存しているという計算結果が得られた。一方、一点鎖線 ( $1400^{\circ}\text{C}$ ) の場合には、炭素濃度の高いところ (約  $1.3\%$ ) でスクラップは融解を完了している。

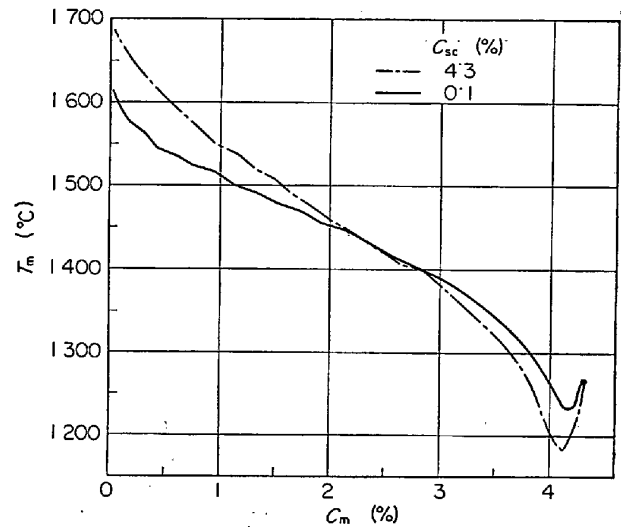


Fig. 6. Calculated results of the relations between  $C_m$  and  $T_m$  under the conditions of various concentrations of carbon contained in scrap.

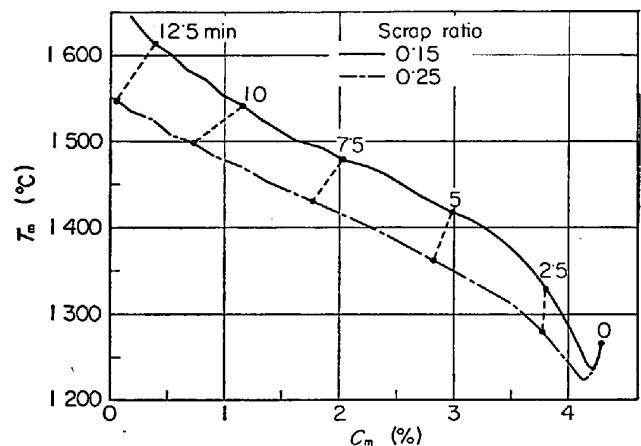


Fig. 7. Calculated results of the relations between  $C_m$  and  $T_m$  under the conditions of various scrap ratios.

次に、スクラップ中の炭素濃度が  $T-C$  線図上の挙動にどのような影響を示すかを知るために、Fig. 6 に、スクラップ中の炭素濃度が  $0.1\%$  の場合と  $4.3\%$  (溶銑濃度と同じ) の場合の計算結果を、それぞれ、実線と一点鎖線で示した。スクラップ中の炭素濃度を  $4.3\%$  としたことは、炭素濃度に関する限り、冷銑を投入した場合に相当するものである。この場合には、吹錬初期のスクラップによる冷却作用が大きくなり、スクラップの融解は鋼浴炭素濃度が比較的高いところで完了する。融解完了後はスクラップの融解による冷却の効果がないために、 $T-C$  曲線の温度上昇率は増加する。

スクラップ比が  $T-C$  曲線に及ぼす影響を調べるために、Fig. 7 にスクラップ比を  $0.15$  と  $0.25$  に変更した場合の計算結果を、それぞれ、実線と一点鎖線で示し

た。(一点鎖線 0.25) の場合には、吹錬初期のスクラップによる冷却作用が大きく、また、低炭素域までスクラップが未溶解のまま残っている。なお、Fig. 7 の・点上に示した数字は、吹錬の経過時間を表わしている。スクラップ比が大きい場合には、スクラップの融解に伴う炭素濃度の希釈効果が大きくなるため、同じ吹錬時刻で比較すると、炭素濃度は低くなっているが、とくに吹錬末期になると、炭素濃度の高い場合(スクラップ比が小さい場合)には、低濃度の場合よりも脱炭反応が急速に進行するため、再び同一時刻でほぼ等しい炭素濃度を示すようになるが、両者の鋼浴温度の差異は、一層大きくなっていく。

#### 4. 外乱による炉内プロセス変数の推移と考察

前報<sup>1)</sup>で、スクラップの補償効果について、定性的な説明をしたが、ここでは、炉内反応として脱炭反応だけを考慮した単純化モデルに基づいて、スクラップが炉内に存在する場合と存在しない場合のそれぞれについて、炉内各プロセス変数に外乱が加えられた際、プロセス変数が吹錬時間の経過に伴ってどのように変化をするかを定量的に知るために理論的解析を試みる。

転炉における吹錬のような半回分式プロセスに外乱が加わった際には、吹錬時間の経過に伴って、プロセス変数の変動が減衰して外乱を加えなかつた場合の軌道に接近したり、あるいは、変動が増大して外乱を加えなかつた場合の軌道からはずれたりすることが考えられる。このような軌道安定 (arbital stability) の問題で、とくに、非線形の安定性の問題については、LIAPUNOV の“Second” method<sup>9),10)</sup> と呼ばれる著名な手法があるが、非線形でしかも多変数の系においては、LIAPUNOV 関数を見いだす一般的な手法がまだ確立されていないのが現状である。

ここでは、炉内にスクラップが存在しない場合については、プロセス変数の変動は減衰しないこと、すなわち吹錬期間の全域にわたって系が不安定になることを示すが、一方、炉内にスクラップが存在する場合には、変動は外乱を加えた時刻 ( $\theta=0$ ) のごく近傍で、変動が打ち消される方向に移行するか、それとも変動が増大される方向に移行するかについて理論的に解析する。

##### 4.1 炉内にスクラップが存在しない場合

炉内にスクラップが存在しない場合には、鋼浴の温度と炭素濃度について、それぞれ(12)、(13)式<sup>1)</sup>が成立する。

$$dt_m/d\theta = A_1/w_m \dots\dots\dots (12)$$

$$dc_m/d\theta = -A_2/w_m \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 $A_1 \equiv (-\Delta H_{Co})\sigma_1 S\theta_t/W_{mi}c_{pm}T_{mi}$ 、 $A_2 \equiv \sigma_1 S\theta_t/W_{mi}C_{mi}$  である。

いま、( $t_m$ ,  $c_m$ ) に微小な変動 ( $\delta t_m$ ,  $\delta c_m$ ) が生じた場合には、(12)、(13)式は次の(14)、(15)式のようになる。

$$d(t_m + \delta t_m)/d\theta = A_1/w_m \dots\dots\dots (14)$$

$$d(c_m + \delta c_m)/d\theta = -A_2/w_m \dots\dots\dots (15)$$

(14)式から(12)式を、(15)式から(13)式を差し引くと、微小変動 ( $\delta t_m$ ,  $\delta c_m$ ) の時間的变化について、それぞれ、(16)式、(17)式が得られる。

$$d(\delta t_m)/d\theta = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$d(\delta c_m)/d\theta = 0 \dots\dots\dots (17)$$

(16)、(17)式は、微小変動は吹錬時間の経過に伴って全く変化しないことを示している。すなわち、吹錬時間の全域にわたって不安定な系であることがわかる。

##### 4.2 炉内にスクラップが存在する場合

炉内にスクラップが存在して、スクラップが融解している場合には、スクラップ温度  $t_{sc}$ 、鋼浴温度  $t_m$ 、鋼浴炭素濃度  $c_m$ 、スクラップ量  $w_{sc}$  について、それぞれ、(18)~(21)式<sup>1)</sup>が成立する。

$$dt_{sc}/d\theta = A_3 A_5 (t' - t_{sc})/w_{sc} \dots\dots\dots (18)$$

$$dt_m/d\theta = \{A_1 - A_3(t_m - t') + (t_m - t_{sc}) \cdot (dw_{sc}/d\theta)\} / (w_{mi} + w_{sci} - w_{sc}) \dots\dots\dots (19)$$

$$dc_m/d\theta = \{-A_2 + (c_m - c_{sc}) \cdot (dw_{sc}/d\theta)\} / (w_{mi} + w_{sci} - w_{sc}) \dots\dots\dots (20)$$

$$dw_{sc}/d\theta = A_3 A_6 \{(t_m - t') - A_5(t' - t_{sc})\} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $t'$  は(22)式で示される。

$$t' = \frac{\{A_4 A_7 + A_4 A_8 c_m + A_3 A_6 A_8 (c_m - c_{sc}) (A_5 t_{sc} + t_m)\}}{\{A_4 + A_3 A_6 (c_m - c_{sc}) \cdot (1 + A_5) A_8\}} \dots\dots\dots (22)$$

また、 $A_3 \equiv \alpha_1 \theta_t / W_{mi} c_{pm}$ 、 $A_4 \equiv \eta \theta_t / W_{mi}$ 、 $A_5 \equiv \alpha_2 / \alpha_1$ 、 $A_6 \equiv T_{mi} c_{pm} / (-\Delta H_{Fe})$ 、 $A_7 \equiv a / T_{mi}$ 、 $A_8 \equiv b \cdot C_{mi} / T_{mi}$  である。

(18)式から(21)式は非線形常微分方程式であり、解析解を得ることができないので、各プロセス変数を吹錬時間  $\theta$  の 1 次式で近似的に表わして取り扱うことにする。

$$t_{sc} = \mu_0 + \mu_1 \theta, t_m = \lambda_0 + \lambda_1 \theta, c_m = \gamma_0 + \gamma_1 \theta, w_{sc} = \beta_0 + \beta_1 \theta, w_m = \kappa_0 - \beta_1 \theta, t' = \xi_0 + \xi_1 \theta \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 $\mu_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $\xi_i$  ( $i=0, 1$ ) および  $\kappa_0$  は定数である。(23)式を(18)~(22)式に代入し、 $\theta^1$  以上の次数の項は無視して、各係数を零と置くと、 $\mu_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\lambda_1$ ,  $\gamma_1$  および  $\xi_0$  が  $\mu_0$ ,  $\lambda_0$ ,  $\gamma_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\kappa_0$  の関数として次の(24)~(28)式のように表わされる。

$$\mu_1 = A_3 A_5 (\xi_0 - \mu_0) / \beta_0 \dots\dots\dots (24)$$

$$\lambda_1 = [A_1 - A_3(\lambda_0 - \xi_0) + A_3 A_6 (\lambda_0 - \mu_0)] / (\lambda_0 - \xi_0)$$

$$-A_5(\xi_0 - \mu_0)]/\kappa_0 \dots\dots\dots (25)$$

$$\gamma_1 = [-A_2 + A_3 A_6 (\gamma_0 - c_{sc}) \{ \lambda_0 - \xi_0 - A_5(\xi_0 - \mu_0) \} ]/\kappa_0 \dots\dots\dots (26)$$

$$\beta_1 = A_3 A_6 \{ \lambda_0 - \xi_0 - A_5(\xi_0 - \mu_0) \} \dots\dots\dots (27)$$

$$\xi_0 = \{ A_4 A_7 + A_4 A_8 \gamma_0 + A_3 A_6 A_8 (\gamma_0 - c_{sc}) (A_5 \mu_0 + \lambda_0) \} / \{ A_4 + A_3 A_6 A_8 (1 + A_5) (\gamma_0 - c_{sc}) \} \dots\dots\dots (28)$$

さて、(23) 式に基づいて、任意のプロセス変数  $X$  を (23') 式のように表わす。

$$X = b_0 + b_1 \theta \dots\dots\dots (23')$$

$b_0$  に外乱として微小変動  $\delta b_0$  が加わった場合に、吹錬経過に伴うプロセス変数の推移は (29) 式のように表わされる。

$$X + \delta X = b_0 + \delta b_0 + \{ b_1 + (\partial b_1 / \partial b_0) \cdot \delta b_0 \} \theta \dots\dots\dots (29)$$

(23') 式と (29) 式から  $X$  の微小変動  $\delta X$  について (3) 式が得られる。

$$\delta X = \{ 1 + (\partial b_1 / \partial b_0) \theta \} \delta b_0 \dots\dots\dots (30)$$

$\theta = 0$  の近傍では、 $(\partial b_1 / \partial b_0)$  の値が正であれば、微小変動  $\delta b_0$  は増大し、負であれば減衰することがわかる。したがって、(24)~(28) 式について、 $(\partial b_1 / \partial b_0)$  の正負を調べることによって、少なくとも、外乱が加わった時刻にごく近い時点においては、加えられた変動がどのように変化するかを以下のようにして知ることができる。

(1) 鋼浴温度に加えられた変動

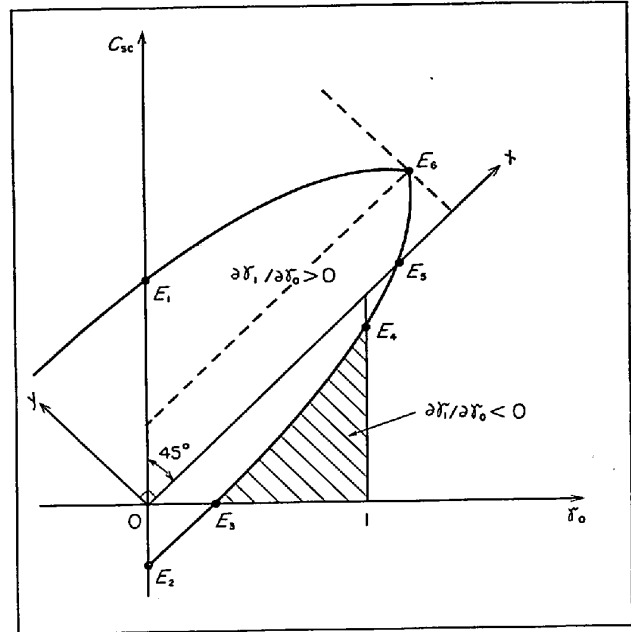
鉄鉱石、石灰石、石灰などの投入によって外乱を加えた場合、それによって生じた鋼浴温度の変動の推移について検討してみると、次の (31) 式のようになる。

$$\begin{aligned} \partial \lambda_1 / \partial \lambda_0 &= [-A_3 \{ 1 - (\partial \xi_0 / \partial \lambda_0) \} + A_3 A_6 \{ \lambda_0 - \xi_0 - A_5(\xi_0 - \mu_0) \} + (\lambda_0 - \mu_0) A_3 A_6 \{ 1 - (1 + A_5) (\partial \xi_0 / \partial \lambda_0) \} ] / \kappa_0 \\ &= [-A_3 \{ A_4 + A_3 A_5 A_6 A_8 (\gamma_0 - c_{sc}) \} / \{ A_4 + A_3 A_6 A_8 (1 + A_5) (\gamma_0 - c_{sc}) \} + A_3 A_6 \{ \lambda_0 - \xi_0 - A_5(\xi_0 - \mu_0) \} + (\lambda_0 - \mu_0) A_3 A_4 A_6 / \{ A_4 + A_3 A_6 A_8 (1 + A_5) (\gamma_0 - c_{sc}) \} ] / \kappa_0 \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

鋼浴の炭素濃度がスクラップの炭素濃度より大きいところ、すなわち、 $(\gamma_0 - c_{sc}) > 0$  のところだけを考えると、各係数  $A_1 \sim A_8$  の内、 $A_6, A_8$  だけが負の値を持つことがわかっていて、しかも、スクラップの溶解が進行している場合には  $\{ \lambda_0 - \xi_0 - A_5(\xi_0 - \mu_0) \} > 0$  であるから、ただちに  $(\partial \lambda_1 / \partial \lambda_0) < 0$  となることがわかる。すなわち、鋼浴温度に加えられた外乱は、少なくとも外乱を加えた時刻にごく近い時点においては減衰の方向に移行することがわかる。

(2) 鋼浴の炭素濃度に加えられた変動

鋼浴に加炭剤を添加したり、鉄鉱石や石灰石の投入によって鋼中炭素濃度に外乱を加えた場合に、その変動の推移について調べてみると次の (32) 式のようになる。



- $E_1 : (\{ A_9 + \sqrt{A_9(A_9 - A_7/A_8)} \} / 2, 0)$
- $E_2 : (\{ A_9 + \sqrt{A_9(A_9 + A_7/A_8)} \} / 2, 0)$
- $E_3 : (0, \{ A_9 + \sqrt{A_9(A_9 - A_7/A_8)} \})$
- $E_4 : (\{ 2 + A_9 - \sqrt{A_9(A_9 - 4 - 4A_7/A_8)} \} / 2, 1)$
- $E_5 : (-A_7/A_8, -A_7/A_8)$
- $E_6 : (\{ -A_7/A_8 + 15A_9/16 \}, \{ -A_7/A_8 + 3A_9/16 \})$

Fig. 8. Diagrammatic view of  $c_{sc} - \gamma_0$  plane.

$$\begin{aligned} \partial \gamma_1 / \partial \gamma_0 &= -A_3 A_4 A_6 (1 + A_5) \{ (\gamma_0 - c_{sc}) A_4 A_8 + (\gamma_0 - c_{sc})^2 (1 + A_5) A_3 A_6 A_8^2 + A_4 A_7 + A_4 A_8 \gamma_0 \} / \{ A_4 + A_3 A_6 A_8 (1 + A_5) (\gamma_0 - c_{sc}) \}^2 \kappa_0 \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

$(\partial \gamma_1 / \partial \gamma_0)$  の値の正負は、分子の { } 内の項の正負によって決定される。

さて、 $\gamma_0 = (x - y) / \sqrt{2}$ ,  $c_{sc} = (x + y) / \sqrt{2}$  と置き、分子の { } 内を整理すると次の (33) 式のようになる。

$$\begin{aligned} A_3 A_6 A_8^2 (1 + A_5) \{ \gamma_0^2 - 2(c_{sc} - A_9) \gamma_0 + c_{sc}^2 - A_9 c_{sc} + A_7 A_9 / A_8 \} &= 2 A_3 A_6 A_8^2 (1 + A_5) \{ (y - 3 A_9 / 4 \sqrt{2})^2 + (A_9 / 2 \sqrt{2}) x + A_7 A_9 / 2 A_8 - 3 A_9^2 / 32 \} \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

ただし、 $A_9 \equiv A_4 / (1 + A_5) A_3 A_6 A_8$  である。

$x$  と  $y$  の関係は、 $c_{sc} - \gamma_0$  平面を  $45^\circ$  回転した平面上で放物線によって示されることがわかる。すなわち、ここで考えている領域は  $0 \leq \gamma_0 \leq 1$ ,  $\gamma_0 - c_{sc} > 0$  であり、しかも (33) 式の値が負となり、変動が減衰する領域は、Fig. 8 で斜線をほどこした部分となることがわかる。すなわち、鋼浴炭素濃度が高く、スクラップの持っている炭素濃度が低い内には、加えられた変動は減衰するが、鋼浴炭素濃度が低くなり、斜線の部分からはずれると変動はかえって増大することを示している。

5. 結 言

LD 転炉の数学的モデル<sup>2)</sup> にスクラップ融解のモデ

ル<sup>1)</sup>を組み込み、比較的スクラップ比の高い場合にも適用できるように、モデルの拡張を試みた。そして、他の研究者によつて発表された実操業結果<sup>9)</sup>と本モデルによる計算結果を比較した結果、本モデルは比較的スクラップ比の高い場合にも適用できるものであることが明らかとなった。

そこで、本モデルを用いて、スクラップ予熱、鉄鉱石投入、溶銑温度、スクラップ中の炭素濃度、スクラップ比などの操業条件の変更が T-C 線図上でどのような効果を示すかについて検討した。

次に、吹錬途中に外乱が加えられた場合に、炉内プロセス変数がどのような挙動をするかについて理論的解析を試み、その推移に及ぼすスクラップの融解の効果を検討した。

### 記号

- $A_{sc}$ : スクラップ表面積 ( $m^2$ )  
 $C, c$ : 濃度 (%), ( $kg\ mol / kg\ (Fe)$ ),  $c = C / C_{mi} (-)$   
 $c_p$ : 比熱 ( $kcal / kg \cdot ^\circ C$ )  
 $h_G$ : ガス側熱伝達係数 ( $kcal / m^2 \cdot sec \cdot ^\circ C$ )  
 $h_L$ : 鋼浴側熱伝達係数 ( $kcal / m^2 \cdot sec \cdot ^\circ C$ )  
 $h_{sem}$ : スクラップ・溶鋼間伝熱係数 ( $kcal / m^2 \cdot sec \cdot ^\circ C$ )  
 $\Delta H_{CO}$ : 脱炭反応に基づくエンタルピー変化 ( $kcal / kg\ mol$ )  
 $\Delta H_{Fe}$ : スクラップ融解の潜熱 ( $kcal / kg\ (Fe)$ )  
 $k_1, k_2, k_3$ : 脱炭反応, 脱ケイ素反応, 酸化鉄生成の各反応速度定数 ( $kg\ (Fe) / kg\ mol\ (C) \cdot sec$ ), ( $kg\ (Fe) / kg\ mol\ (Si) \cdot sec$ ), ( $kg\ (Fe) / kg\ mol\ (Fe) \cdot sec$ )  
 $k_{sem}$ : スクラップ・溶鋼間での炭素の物質移動係数 ( $m / sec$ )  
 $M$ : 分子量 ( $kg / kg\ mol$ )  
 $q_t$ : 全発熱速度 ( $kcal / sec$ )  
 $S$ : 全供給酸素モル流量 ( $kg\ mol / sec$ )  
 $T, t$ : 温度 ( $^\circ C$ ),  $t = T / T_{mi} (-)$   
 $t_0$ : 凹み表面での溶鋼素片の平均滞留時間 ( $sec$ )  
 $u(X)$ : ステップ関数  
 $W, w$ : 質量 ( $kg$ ),  $w = W / W_{mi}$   
 $W_j$ :  $i$  番目の  $j$  物質投入質量 ( $kg$ )  
 $\delta(X)$ : デルタ関数  
 $\theta, \theta$ : 吹錬経過時間 ( $sec$ ),  $\theta = \theta / \theta_t$   
 $\theta_t$ : 全吹錬時間 ( $sec$ )  
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ : 溶鋼に吸収された酸素のうち, 脱炭反応, 脱ケイ素反応, 酸化鉄生成反応に消費される割合 (文献 8 参照)

### 添字

(CaO): 滓化石灰, (FeO): スラグ中の酸化鉄,  $i$ : 吹錬開始時,  $m$ : 溶鋼, ore: 鉄鉱石,  $s$ : スラグ,  $sc$ : スクラップ, ( $SiO_2$ ): スラグ中のシリカ, (T. Fe): スラグ中の全鉄分を表わす。

### 文 献

- 1) 浅井, 鞭: 鉄と鋼, 56 (1970) 5, p. 546~557
- 2) 浅井, 鞭: 鉄と鋼, 55 (1969) 12, p. 1030~1040
- 3) 吉谷: 計測と制御, 2 (1963) 1, p. 49~50
- 4) 有吉, 森, 谷沢, 山手: 製鉄研究, 266 (1969) 3, p. 8875~8891
- 5) 森, 野村: 鉄と鋼, 55 (1969) 5, p. 347~354
- 6) 日本鋼管(株)技術研究所: 第 41 回製鋼部会資料 (1968) p. 2, 図 2
- 7) 長谷川, 二上, 松田, 小谷野, 安居: 鉄と鋼, 53 (1967) 3, p. 304~307
- 8) 浅井, 鞭: 鉄と鋼, 55 (1969) 2, p. 122~132
- 9) A. M. Liapunov: Ann. Fac. Sci. Toulouse, 9 (1907), p. 203~474
- 10) 増淵: 最適制御入門, (1964), p. 326~335
- 11) 川上, 藤井, 内堀: 鉄と鋼, 52 (1966) 3, p. 380~383
- 12) 三輪, 浅井, 鞭: 鉄と鋼, 56 (1970) 13, p. 1677~1686

### 討 論

#### 【質問 1】 住金中研 荒木泰治

実際の転炉で (CaO %) は末期で上昇するというのも経験する (特に塩基度は急上昇する) がそれは石灰の滓化速度と関係していると考えられるがどうか。この計算では滓化速度について考慮されていないと思うが、その誤差はどう思うか。

【回答】 吹錬末期で滓化石灰の百分率 (CaO %) が上昇するということであるが、(CaO %) は吹錬末期で一端上昇し、吹錬終了時にはかえって低下する傾向があることも報告されている (たとえば、文献<sup>11)</sup>)。これは吹錬終了より以前に石灰が溶解を完了するため、それ以後、(CaO) の濃度としては減少する結果になるものと考えられる。塩基度は (CaO %) に依存するから同様のことがいえると思う。ここで、ご指摘の石灰の滓化速度については、石灰の溶解完了前に増加することが解析的にもわかるが、石灰が未溶解のまま炉内に残存する場合にはご指摘のような現象がみられるのではないかと推察される。すなわち、石灰の溶解がまだ完了しない場合には、文献 11) に述べてあるように、吹錬末期では、スラグ中の酸化鉄の濃度が増加するから、FeO-SiO<sub>2</sub>-CaO 系の三元状態図でスラグの組成は FeO 側に移行し、そのため、石灰の融点は低くなり、石灰は融解しやすい状態となる。さらに、浴温も末期には上昇するのでこの効果も加わって、石灰の滓化速度が増進し、その結果として、(CaO %) と塩基度の増加が起こる。本報ではこれら現象を定量的に解析するために、FeO-CaO-SiO<sub>2</sub> 系三元状態図を数式で表現し、滓化速度モデル<sup>12)</sup>を展開して計算している。



**【質問 2】** 丸川雄浄

実際操業においては冷たいスクラップに溶銑が触れてそれが徐々に溶けだしてくることが考えられるので、その点もご考慮の上、計算をお願いします。

**【回答】** 実際操業では、ご指摘のような現象が起こることも考えられるが、本報では、溶銑がスクラップ表面へ凝固して、スクラップと同じ温度と組成になると近似的に考えて解析を単純化している。とくに凝固した溶銑に着目して、吹錬経過に伴うその溶解速度をスクラップの溶解速度とは別個に取り扱うことはまだ考慮していない。これは解析上、大変むずかしい問題ですが、いずれ検討することも考えてみる。

**【質問】** 新日鉄技研 島田道彦

Scrap 溶融過程において、仮定が単純になつていますが、より一般的な（従来、当大会で発表されている）溶解の計算でやる必要があると考えるが、いかが。末期の温度上昇が急激すぎると感じるため。

**【回答】** スクラップ融解プロセスについて、従来発表されているような分布定数系のモデルを、LD 転炉の数学的モデルに組み込むと、計算時間が非常に長くなる。本報では、スクラップの溶解過程そのものについてではなく、スクラップの溶解に伴って起こる溶鋼の濃度や温度の変化に着目しているので、スクラップ溶解過程を集中定数系のモデルで単純化して取り扱っているが、このモデルでも、たとえば、light scrap と heavy scrap のようにスクラップの種類の違いによる溶解の効果もかなり満足に知ることができる。

吹錬経過に伴う鋼浴温度の変化については、Fig. 1 に示しておいた。末期での温度上昇が急激すぎるということであるが、計算の対象にした実操業の報告<sup>6)</sup>には鋼浴温度の変化の実測結果について記述されていないので、計算結果と比較検討はしていないが、ほぼ妥当なものとする。