

## 展 望

## 圧延理論とその応用\*

柳 本 左 門\*\*・玉 野 敏 隆\*\*\*

## Rolling Theory and Its Application

Samon YANAGIMOTO and Toshitaka TAMANO

## 1. はじめに

圧延理論の本格的な研究は 1925 年に公表された Von KARMAN の方程式<sup>1)</sup>にその端を発すると考えてよい。その後多くの研究者により改良と発展への努力が払われ、今日では広幅材で広幅がりが無視できるような圧延条件に対しては実用上その精度は十分なものとされている。さらに、広幅がりを許容するいわゆる三次元理論への試みもなされ、また見方を変えて圧延材料を粘性的な流体であるとした立場からの理論も公表されるようになった。しかしながら、理論を実際作業に適用する面よりみると、なお多くの研究されなければならない分野を残し、無条件に使用できる段階にはないのである。

この資料は、圧延理論とそれを補う研究の概略の展望とそれを実際に適用する場合の問題点および研究が進められなければならない分野などについて述べ、実際作業に圧延理論を応用する場合の参考資料としたものである。

## 2. 圧延理論の展望

圧延理論の全般的な展望は、すでに筆者の一人によつておこなわれているので詳細はそちら<sup>2)</sup>を参考にされたい。ここでは、圧延問題を解析する上での基本量と考えられる圧下力（または平均圧延圧力および圧下力関数でも代表される）、トルク（またはトルク関数でも表現される）および先進の 3 個の量を中心に、実際作業に適用する観点よりその研究のあらましを紹介する。

なお、以下引用する既発表の理論については、紙面が限定されている関係上具体的な表現をおこなわずに文献を紹介する程度にとどめるが、実用上十分な範囲で著書、“圧延理論とその応用”，鉄鋼協会編，の第 2 章に各研究者の理論としてまとめられているので参考にされたい。

## 2.1 変形抵抗と摩擦係数

圧延理論をより効果的に実際に適用するためには、個々の理論の誘導された前提条件を理解しておかなければ

ならないことは当然であるが、それとは別にあらかじめ求めておかなければならない量に圧延材料の変形抵抗と摩擦係数がある。これらの量は、本来ならば圧延理論と関係なく求められることが望ましいのであろうが、現状では摩擦係数を圧延状態に一致する条件で別に求める手段がないので、変形抵抗のみを実験的に決定し<sup>3)~5)</sup>、その値を与えて実測圧下力より摩擦係数を逆算する方法がよくとられている<sup>6)</sup>。したがって仲介となる圧延理論はかなり精度のよいものが要求されることになるが、現状では OROWAN の厳密解<sup>7)</sup>に立却して簡単化された BLAND and FORD の理論<sup>8)</sup>が冷間圧延を対象としてよく用いられている（摩擦係数が小さいときのみ有効）。また、熱間圧延にはロールと材料の間では付着の条件が成立するものとして、KARMAN の方程式<sup>1)</sup>と OROWAN<sup>7)</sup>により誘導された付着時に成立する降伏の条件、を連立して解かれた SIMS<sup>9)</sup> の理論が圧延解析によく用いられる。この理論では上述のように付着の条件 ( $\mu \times p = k/2$ ,  $\mu$ : 摩擦係数  $p$ : ロールより半径方向に作用する圧力,  $k$ : 平面ひずみ圧縮による降伏応力) が満たされるとして理論を展開しているために摩擦係数が導入されえないのである。実際作業の立場からみるとこれら係数が小さいと考えられる冷間圧延や高摩擦のために付着の条件が成立すると考えられる熱間圧延のいわゆる両極端の理論のみで十分であるはずがないことは当然である。明らかに、ダルロールによる冷間圧延や温間での加工、さらに熱間圧延でもスケール(二次スケールも含む)や冷却水の混在する条件下では双方の理論とも不十分なものである。この不備を補い発展されたのが筆者らの混合摩擦域の圧延理論<sup>10)11)</sup>であり、この理論によつてあらゆる条件下で圧延を解析する道が開けたのである。このように、圧下力を実測し、圧延理論を介して摩擦係数を推定するのが現状で許される最も正確な方法であると考えているが、先進(材料の出口面における早さとロール周速の相対差をロール

\* 昭和45年1月30日受付 依頼展望

\*\* 新日本製鉄中央研究所 工博

\*\*\* 新日本製鉄中研究所

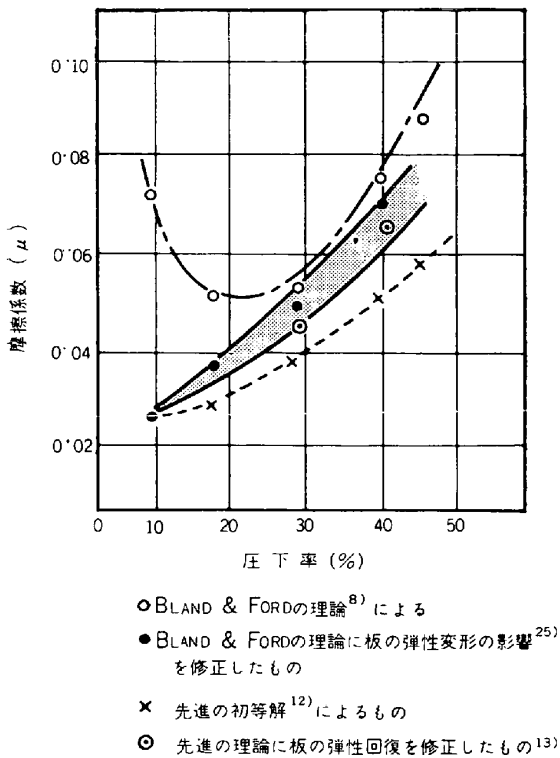


図1 荷重より逆算した摩擦係数と先進より求めた摩擦係数<sup>14)</sup>

周速で割つた値) を実測して求める手段もある<sup>12)13)</sup>. しかしながら、この方法ではロールすき間における圧延圧力分布の最大となる位置 (または中立点ともいう) が微妙な影響をもち、先進を相当正確に求めないと摩擦係数の評価ができないうらみもある<sup>12)</sup>. 図1は春日ほか<sup>13)</sup>によるもので、BLAND and FORD の理論<sup>8)</sup>を介して出口側での弾性変形を考慮した圧下力<sup>25)</sup>より求めた摩擦係数と出口側での弾性変形を考慮した先進より求めた摩擦係数の比較図である. 図は比較的圧下率の低い範囲でもかなりの相関がみられることを示しているが、圧延の条件いかに (圧下力が低いいわゆる低圧下の範囲) によつては、圧下力を求める圧延理論と圧延理論より求められる中立点の位置に依存する先進の各理論のいずれも誤差を生ずるために必ずしも一致しない. これは MACGREGOR ほか<sup>14)</sup>によつて指摘されたピーニング効果により、圧延理論の前提条件がくずれる可能性があるためである. (弾性域がロールすき間に入り込むためとされる). この限界は  $l_d/h_m \approx 1$  と考えられている ( $l_d$ : 材料がロールに接触する長さで、水平方向への投影長さ,  $h_m$ : 平均板厚で圧延前の板厚と圧延の板厚の平均値). したがつて、先進より摩擦係数を推定するためには上記の限界を考慮して  $l_d/h_m > 1$  の範囲に限定し、さらにロール出口における板の弾性的な挙動にも着目した春日ほかの提唱している関係式<sup>13)</sup>にしたがうのが現状では量も妥当なものかもしれない. なお、これ以外に後方張力を付加して圧延材料がロールすき間でまさにすべらんとするときの圧下

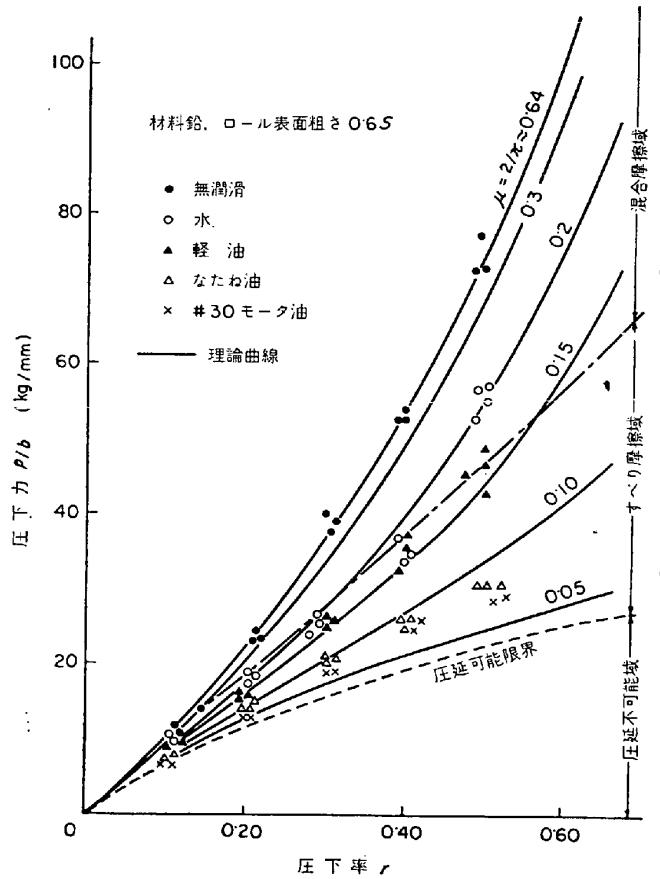


図2 混合摩擦による理論による結果<sup>16)</sup>

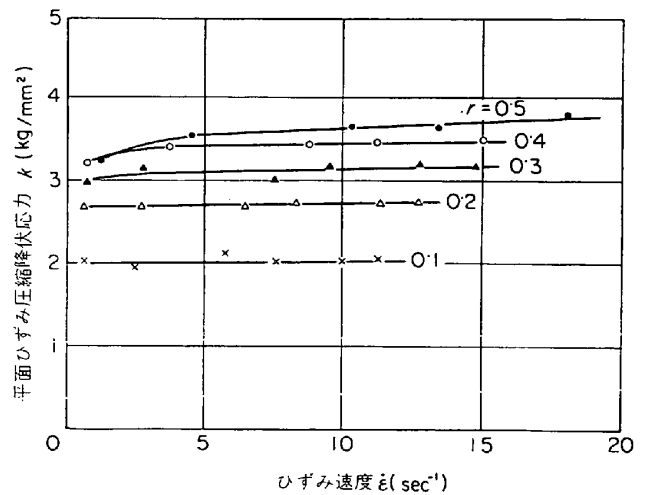


図3 鉛の平面ひずみ圧縮降伏応力 (SIMS<sup>9)</sup>)  
 $K = 4.0 \epsilon^{0.25}$

力とトルクを測定して摩擦係数を推定する方法もあるが<sup>15)</sup>, この方法は中立点が出口面に一致する特別な圧延条件に対応する摩擦係数を求めるもので、一般の圧延条件における摩擦係数を求めうるものではない.

図2は筆者の理論によつて求めたもので<sup>16)</sup>, 鉛材を種々の潤滑条件下で圧延した場合の摩擦係数である. 理論に用いた鉛材の平均変形抵抗は図3に示したが<sup>9)17)</sup>, この実測データはカムプラストメータによるものであ

る。図2から、鉛材を無潤滑で圧延した場合には理論的に予言される摩擦係数  $\mu = 2/\pi \approx 0.64$  にほぼ一致することがわかる。すなわち、 $\mu = 2/\pi$  のときのみ付着を前提とした理論（たとえば SIMS の理論）が用いられるものであり、また菜種油で潤滑した  $\mu \approx 0.05 \sim 0.10$  の摩擦係数の小さい範囲では BLAND and FORD の理論が適用できると考えてよいが、ここで注目されることは、わずかに介在する水などによっても摩擦係数はかなり降下することである。このことは、実際の熱間圧延を解析する上にきわめて多くの指針を与えるものであろう。しかしながら、このような高摩擦域における圧延時の摩擦係数を求める研究はこれから進められる段階にあるが、この摩擦係数を種々の圧延条件に対応させて決定しておかなければ、圧延加工の解析は本質的にはできないものである。

つぎにもう一つの基礎量である変形抵抗について述べる。冷間圧延に用いられる変形抵抗は加工度（または圧下率）のみの関数とされ H. FORD<sup>20)</sup>によつて提案された方法がよく用いられるが、図4にその方法によつて求めた曲線と圧延と引張り試験を組み合わせる求めた曲線を比較して示した。図から曲線 1, 2, 3 と曲線 5, 4 の間にはほぼ 1.15 の係数関係が存在することがわかるがこの係数は平面ひずみ圧縮と引張試験状態の間の関係を与える修正係数であることはすでによく知られていることである。しかし、きわめて高速の圧延状態では、熱間時の変形抵抗と同様にひずみ速度や温度上昇の影響も無視できない場合も起こりうるかもしれないが、これについてはデータが不足であり総合的な結論を下すことは現状ではできない。

さて、図4に示したように降伏応力とひずみの関係が求められると、平均降伏応力の決定が可能である。その定義式はつぎのように与えられる<sup>15)</sup>。

$$\bar{K}_p = \frac{1}{2} \int_0^\alpha k d\theta \dots \dots \dots (1)$$

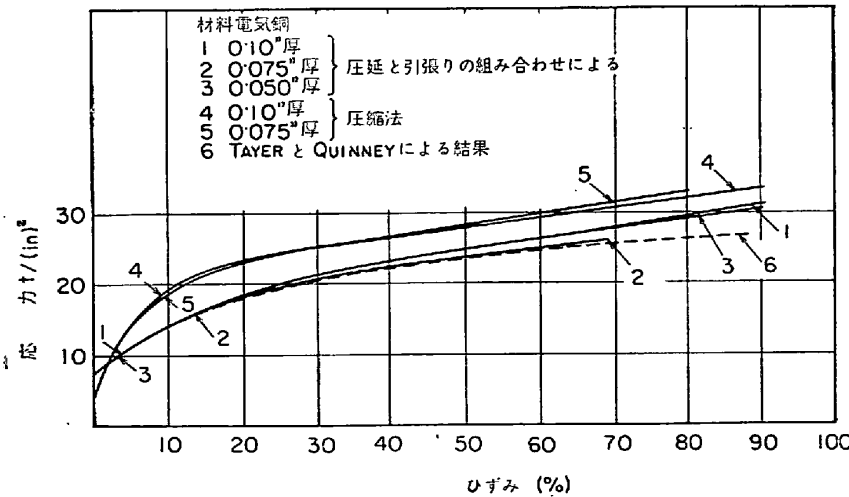


図4 冷間時の変形抵抗<sup>20)</sup>

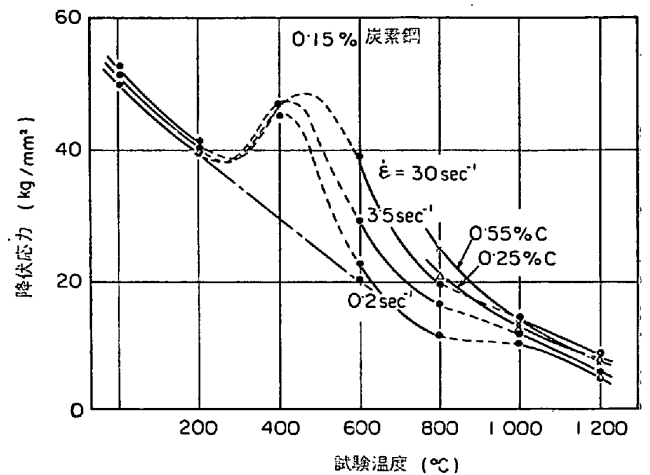


図5 降伏応力と温度およびひずみ速度の関係<sup>20)</sup>

$$\bar{K}_G = \frac{1}{r} \int_0^r k de \dots \dots \dots (2)$$

ここで  $\alpha$  は接触角、 $r$  は全圧下率、 $k$  は任意のロール中心角および任意のロールすき間の圧下率に対応する変形抵抗である。 $\bar{K}_p$  と  $\bar{K}_G$  はそれぞれ圧下力とトルクを求めるのに利用されるものであるが、近似的には式(1)の定義式のみによつて圧下力、トルクを求めてもとくに大きな差を圧下力、トルクの評価に与えるものでもない<sup>19)</sup>。熱間圧延では、冷間圧延のそれに比して現象は複雑であり、圧下率 ( $\epsilon$ )、ひずみ速度 ( $\dot{\epsilon}$ ) および圧延温度 ( $T$ ) の依存性が大きく、それは一般的に

$$\bar{K} = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) = C \epsilon^n \dot{\epsilon}^m e^{-AT} \dots \dots \dots (3)$$

と表現される。 $C, n, m, A$  は材質により決まる定数である。図5, 6にその測定例を示したが圧延温度によつては変態点の影響をうけて複雑に変化することがわかる。なお、これら曲線は種々の材質についてまとめた報告<sup>20)~22)</sup>として公表されているので参考にされたいが式(3)を圧延と関連づける場合にはそのひずみ速度に留意しなくてはならない。一般に、ロールすき間ではひずみ速度はロール入口から出口にかけて変化するものである<sup>23)</sup>。したがって、圧延時の平均ひずみ速度を定義し、それを式(3)の  $\dot{\epsilon}$  に対応させるのである。SIMSによれば、その関係式は

$$\dot{\epsilon} = \frac{V_N}{\sqrt{R h_1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{r}} \ln \frac{1}{1-r} \dots (4)$$

で与えられる<sup>23)</sup>。ここで、 $V_N$  はロールの周速、 $R$  はロール半径、 $h_1$  は圧延後の板厚、 $r$  は圧下率である。この関係式以外に多くの定義式があるが<sup>24)</sup>、圧下率が30%程度までではそれほど差はないと考えてもよい。さて、所定の圧延条件に対応する平均変形抵抗および摩擦係数があらかじめ求められると、圧延理論を介

して圧下力，トルクおよび先進などを求めることができるわけである。つぎに，圧延理論について述べる。

2.2 板材の圧延における基本量について

(幅広がりが無視できる場合)圧延現象の解明に用いられる基本量すなわち，圧下力，トルクおよび先進についての研究はかなりの成果をみ，現状では実用の範囲で十分なものといえる。理論の誘導にあたっては常に前提条件が設けられるが圧延もその例にもれない。したがって，理論の精度は前提条件がどの程度実際に近いものであるかによると考えてもよいのである。試みに，圧延理論にこれまで導入されてきた前提条件を列挙するとつぎのようになる。

(i) 圧延前に垂直であつた要素は圧延中にもそのまま垂直断面を保つて変形する(均一圧縮の仮定)。

(ii) ロール表面と材料の間では常にすべり摩擦の状態にある(冷間圧延の理論で採用される仮定)

(iii) ロール表面と材料の間では付着摩擦の状態にある(熱間圧延の理論で採用される仮定)

(iv) 摩擦係数は一定である。(平均の摩擦係数で定義する)

(v) ロールすき間では変形抵抗は変化せず一定と考える。

(vi) ロールは弾性変形後も円弧の一部を保持する。

(vii) 圧延中に幅広がりを生じない。すなわち，平面ひずみの条件が成立する。

(viii) ロール径は板厚に比して十分に大きく，幾何学的な近似が成立する。

初等理論は上記の全仮定を用いて組み立てられたものであるため，実際作業に適用する場合に当然限界が存在するわけである。以下この問題を検討してみる。まず(i)の仮定は最も問題のあるもので，この均一圧縮の仮定は圧延方向，垂直方向の両座標方向に作用する応力を主応力とみなすものでもあり，ロールと材料の間に生じている付加的なせん断応力を降伏条件に考慮しない考え方に立脚しているのである。(応力のつり合方程式には考慮する)したがって，これが近似的に成立するのはせん断応力の小さい場合(ロールと材料の間のせん断応力 $\tau$ は，任意の点のロールから作用する応力 $S$ とその点の摩擦係数 $\mu$ により $\tau = \mu S$ で与えられるので， $\tau$ が小さいためには $\mu$ が $S$ が小さくならなければならない)に限定されるわけである。 $S$ はほぼ材料の降伏応力と同じ程度の値をとり $S$ は小さくはなりえないので，どうしても $\mu$ が小さくならなければならない。すなわち，摩擦係数は( $\mu$ )ほとんど0に近い領域のみでこの仮定は正しいのである。しかしながら実際にはこのような条件は存在

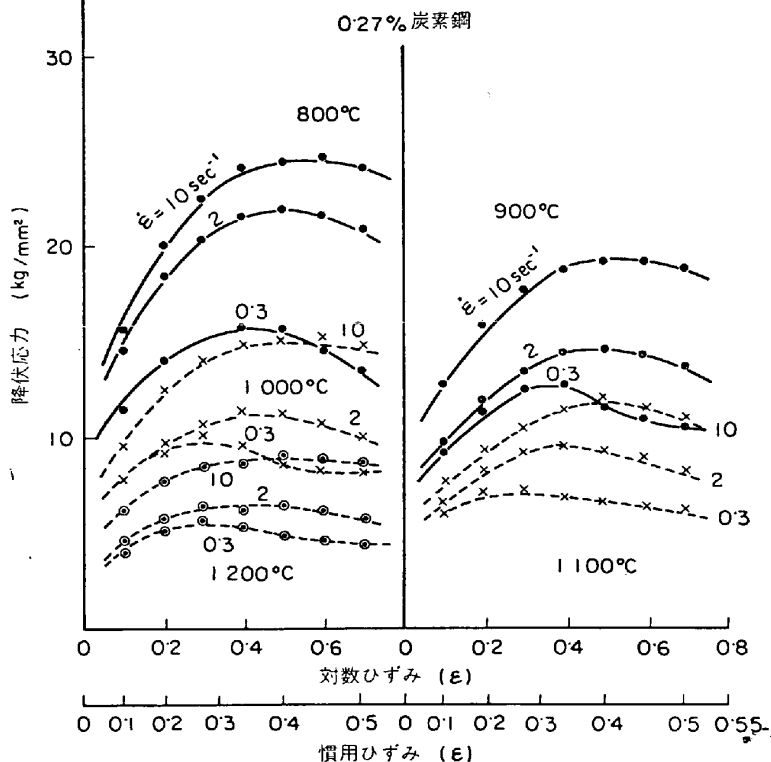


図6 降伏応力とひずみ，温度，ひずみ速度の関係<sup>20)</sup>

しないので，多少の誤差を是認した上でこの仮定を採用するのである。少なくとも $\mu$ は0.1より小さい範囲で適用されなければならないわけで，初等理論とされる，KARMAN<sup>1)</sup>，TRINKS<sup>26)</sup>，NADAI<sup>27)</sup>，ZELIKOV<sup>28)</sup>，GELEJI<sup>29)</sup>{GELEJIの理論では(vi)の仮定にかえて円弧を直線で近似している}，HILL<sup>30)</sup>などの一連の解と後にOROWANの理論を冷延対象に単純化したBLAND and FORD<sup>3)</sup>の理論はすべてこの限界条件で制約されるのである。したがって，高摩擦域に拡張はできない( $\mu$ が高くなると理論は大き目の値を与えるようになる)ことに注意する必要がある。SIMSの理論<sup>3)</sup>は熱間を対象として仮定(iii)により発展したものであるが，一応上記のせん断応力の降伏条件への影響をOROWANの理論<sup>7)</sup>で予言された係数 $\pi/4$ を用いて修正して展開されたものである。仮定(ii)(iii)は冷間圧延を対象とするか，熱間圧延を対象にするかのいずれかによつて使われているが，実際にはこの仮定のわかる条件は $\mu \times S$ が $k/2$ ( $k$ は材料の平面ひずみ状態の降伏応力)より小さいか(小さいとすべり摩擦で，冷間圧延に相当すると考える)または等しいか(等しいと付着摩擦と考えると，熱間圧延に相当するものとする。ただし， $\mu S$ は $k/2$ よりも大きくなりえないとする)によるのである。実際の圧延作業では $\mu \times S$ はロールすき間でかなり変化するもので，特に $\mu$ の値によつてはすべり摩擦とは付着摩擦が共存することが考えられる。これを考慮したのが混合摩擦の理論である<sup>10)</sup>。図

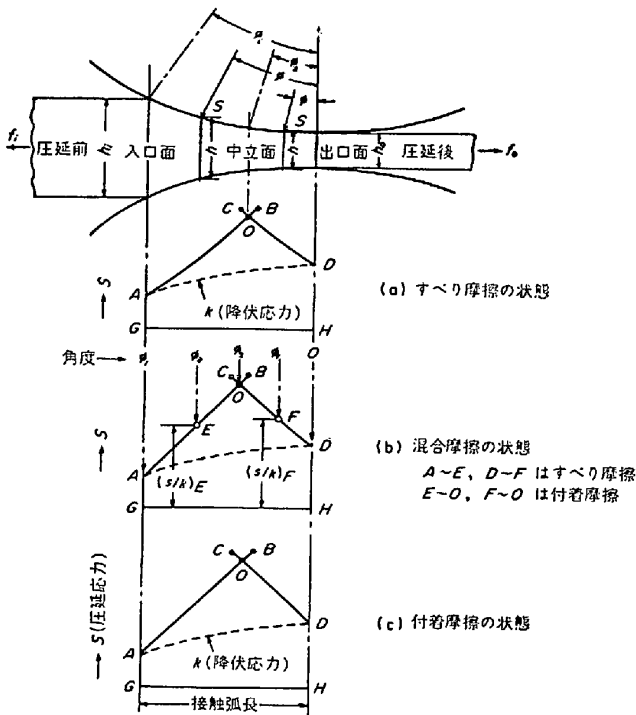


図 7 圧延圧力分布の略図

7 (b)にその略図を示した。すなわち、 $(S/k)_E$ 、 $(S/k)_F$ がすべり摩擦から付着摩擦への移行点で  $AE$ 、 $FD$ 間はすべり摩擦、 $EB$ 、 $CF$ 間は付着摩擦を示すのである。(a)図はロールすき間で全面すべり摩擦、(c)図は全面付着摩擦である。OROWANの解ではもちろんこのことは考慮されており、さらに仮定(iv)、(vi)を除く他の仮定はすべて捨て去られている。したがって、現状では最も正確なものであるが、計算がめんどうで実用的なものではない。これを実用的に簡単化したのが筆者らの理

論<sup>10)11)</sup>で、この理論では OROWAN の採用した仮定に幾何学的な近似すなわち仮定 (viii) のみを加えて求められたものである {正確にはもう一つの前提である  $(S/k-w) d/d\phi (hk) \ll hk d/d\phi (S/k)$  (記号は図 7 を参照) を加えたが、筆者らは、実際にはあまり起こりえないようなきびしい条件について OROWAN の解と比較検討をおこなった結果、この仮定はかなり正しいものであることを確かめた}。この理論によつて求めた圧下力関数  $F_p$ 、最大ロール圧力  $(S/k)_{max}$ 、トルク関数  $F_T$  および先進の圧延基本量を図 8、9、10、11、にそれぞれの計算例を示してある。この図を用いると、圧下力、トルクは次の式より容易に求められる。(単位幅当たりの圧下力、トルクに相当する)。

$$P = \sqrt{R'(h_i - h_o)} \bar{k} F_p \dots\dots\dots (5)$$

$$T = R (h_i - h_o) \bar{k} F_T \dots\dots\dots (6)$$

式(5)、(6)は式(1)に相当する平均降伏応力の定義によつて、ロールすき間における降伏応力の変化を平均化してえたものであるが、冷間圧延では降伏応力の変化を考えない場合でも、考慮した場合とそれほどの差はみられないとする報告もある<sup>19)</sup>。しかしながら、先進には入出口面の圧力の初期条件が圧力の最大値 {中立点に一致する。すなわち、その点までの中立角  $\phi_2$  (図 7 参照) の大きさに敏感である} に影響されるので、先進に関してはロールすき間での加工硬化を考慮する方が望ましい。参考までに、BLAND と FORD が冷間圧延を対象としてえた式 {混合摩擦の理論<sup>10)</sup>、もこれに一致する} を示すと、

$$S_F \approx R'/h_o \phi_2^2 \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $R'$  は扁平後のロール半径であり、よく知られ

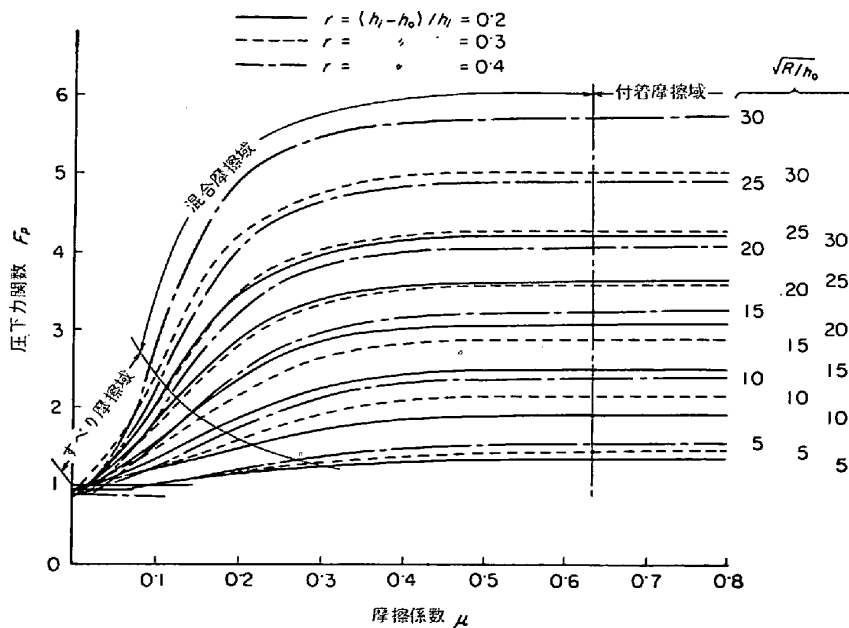


図 8 圧下力関数<sup>10)</sup>

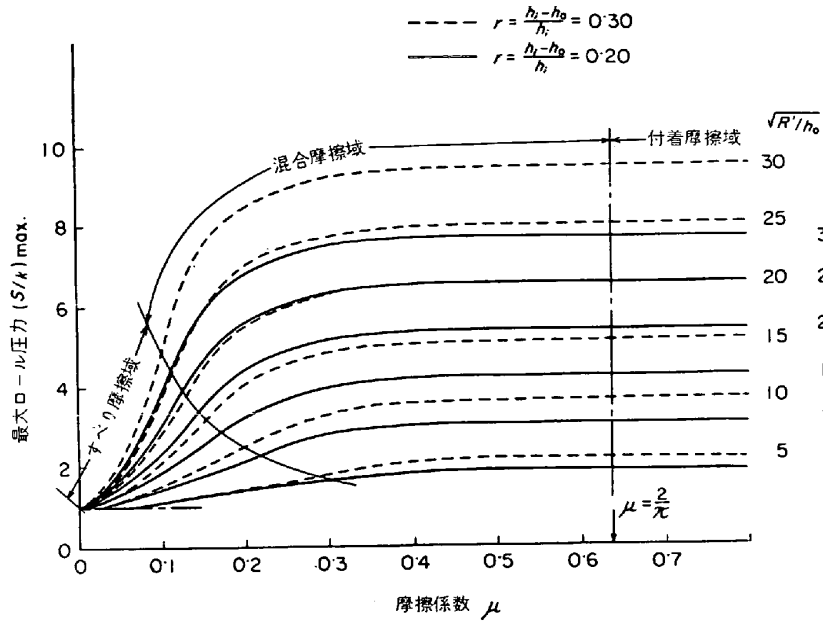


図9 最大ロール圧力<sup>10)</sup>

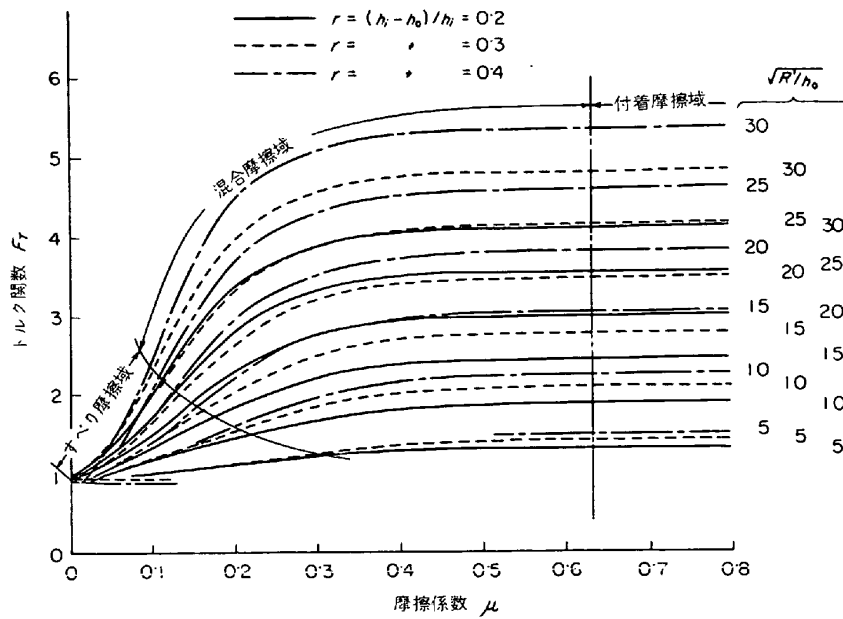


図10 トルク関数<sup>10)</sup>

た HITCHCOCK の式<sup>31)</sup>,

$$\begin{aligned} R'/R &= 1 + CP/(h_i - h_0), \\ C &= 2 \times 8(1 - \nu^2) \pi E \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで、中立角  $\phi_2$  は、

$$\phi_2 = \sqrt{\frac{h_0}{R'}} \tan \sqrt{\frac{h_0}{R'}} \times \frac{H_n}{2} \dots\dots\dots (9)$$

$$H_n = \sqrt{\frac{R'}{h_0}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{R'}{h_0}} \phi_0 - \frac{1}{2\mu} \ln$$

$$\left\{ \frac{h_i}{h_0} \frac{(1 - \sigma_0/k_0)}{(1 - \sigma_i/k_i)} \right\}$$

で与えられるものである。 $h_0, h_i$  は出入り口の板厚、

$\sigma_0, \sigma_i$  は出入口面に作用する張力、 $k_0, k_i$  は出入口面の降伏応力、 $R'$  は式(8)で与えられ、 $E, \nu$  は材料の弾性係数とポアソン比を示す。

なお、図8, 10に示した計算結果で摩擦係数の比較的低い領域は BLAND and FORD の計算結果を含み、高摩擦域の  $\mu = 2/\pi$  以上では SIMS の計算結果をも含むものである。すでに  $\mu$  がほぼ 0.1 を越えると BLAND and FORD の理論は筆者らの理論と差を生ずるが、この原因はすでに指摘したように BLAND and FORD の理論が降伏に摩擦係数の影響を含ませていないために、誤差を生ずるのである。

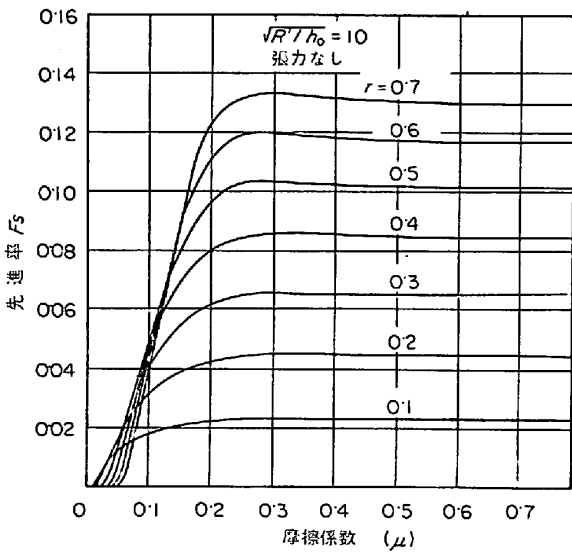


図11 先 進<sup>10)</sup>

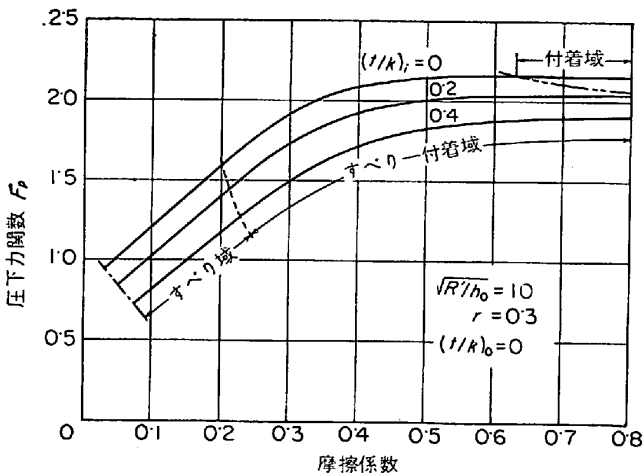


図12 圧下力関数におよぼす張力の影響<sup>11)</sup>

一方、すべり摩擦と付着摩擦をわける限界が  $\mu \times S = k/2$  の条件であることはすでに述べたが、張力を付加する圧延では当然  $S$  が降下するために、付着の条件が満たされにくくなり、ロールすき間ですべり摩擦の支配する領域が増加するようになる。図 12 にその計算例を示した。図は前方張力  $(t/k)_0$  を 0 とし、後方張力  $(t/k)_i$  を変化したものである。明らかにすべり摩擦域と混合摩擦域が増加を示し、後方張力が降伏応力の 4 割ぐらいになると  $\mu$  が 0.8 になつても付着のみの状態にはなりえないことを示している。すなわち、図 7 の (b) に示した曲線形状をとり、(c) 図のようにはなりにくいのである。熱間圧延で潤滑油を用いるような場合には明らかに混合摩擦の理論によらなければならないことは容易に推定されよう。

以上、混合摩擦の理論までの発展を述べたが、もしもロールがかなり偏平化して、近似的に材料が平行板間で圧縮されると考えられるような、薄板や硬度の高い板の圧延を考えると、この場合には冷間圧延に対し STONE

の理論<sup>32)</sup>がかなりよく現象を説明できることが確かめられる<sup>33)</sup>。(詳細は後述する) また、混合摩擦の考えを STONE の理論に導入した TROOST<sup>34)</sup>の研究などがあるが、理論の降伏条件に摩擦係数の影響を含ませていない不備があることや前出のようにロールがかなり偏平する圧延条件に限定されるので、一般性には乏しいものである。なお、潤滑条件を圧延加工において流体潤滑としてみる場合にその油の特性の検討には CHENG ほか<sup>35)</sup>の研究は注目されてよいであろう。また、板厚面内の任意の点の圧延中の変位を求める理論も開発されていない現状では KNESCHKE<sup>36)</sup>、WEBER<sup>37)</sup>などによる圧延材料を粘性流体とみなすいわゆる NAVIER-STOKES の方程式に出発して変形を追跡しようとする研究は興味あるものである。しかしながら本質的には力学的な完全解が望まれるのである。

すでに、スキンプラスに相当する圧延条件 ( $l_d/h_m \approx 1$ ) では圧延理論の適用がむずかしいため、荷重や摩擦係数の決定がむずかしくなることを暗示したが、この領域では前出のピーニング効果 [MACGREGOR<sup>14)</sup>の論文を参照]のためにロール入口部で圧力分布が高く、弾性域がロールすき間に入りこむために、圧延理論のこれまでの前提は使用できなくなるのである。このような場合は圧延中の接触弧長も変動しやすくなり<sup>38)</sup>、圧延もまた安定しなくなるものである。この状態に対する理論的な研究も進められてはいるが<sup>39)~41)</sup>、まだ十分な結果のえられていない分野である。

図 13、図 14 は冷間および熱間圧延における圧下力関数を比較したものである<sup>33)42)</sup>。冷間圧延は前出の BLAND and FORD の理論が最もよく実際作業に一致することが確かめられているのでそれを基準に選び、熱間圧延は SIMS の理論を基準とした。図 13 の冷間圧延では、HILL の近似式はパラメータ  $a (a = \mu \sqrt{R'/h_0})$  ( $\mu$ : 摩擦係数,  $R'$ : 偏平後のロール半径,  $h_0$ : 圧延後の板厚) および圧下率  $r (r = (h_i - h_0)/h_i, h_i, h_0$ : 圧延前後板厚) によつてかなり差を生ずることがわかる。とくに注目されるのは HILL の関係式<sup>30)</sup>が比較的  $a$  の小さい範囲での  $a < 2$  の領域に対して適用できるのに対し、STONE の式<sup>32)</sup>は  $a > 3$  の領域について適用できることである。実際作業に関係式を応用する場合、このような適用の範囲についての検討が不十分であると、圧下力の推定に支障を生ずるのである。とくに冷間圧延で、ダルロールを使用するような圧延では  $a$  の値は 2 以上になりうるので、HILL の近似式は支障を生ずるようになる。一方、図 14<sup>42)</sup> の熱間圧延では付着摩擦の前提に立つ SIMS<sup>9)</sup>、OROWAN and PASCOE<sup>43)</sup>、FORD and ALEXANDER<sup>44)</sup>などの各関係式を比較すると FORD and ALEXANDER の関係式が SIMS の値に最も近いようである。OROWAN and PASCOE の式は  $R'/h_2$  ( $h_2$ : 圧延後の板厚) および圧下率 ( $r$ ) が大きくなるほど大きめの値を与えるようである<sup>24)</sup>。一方

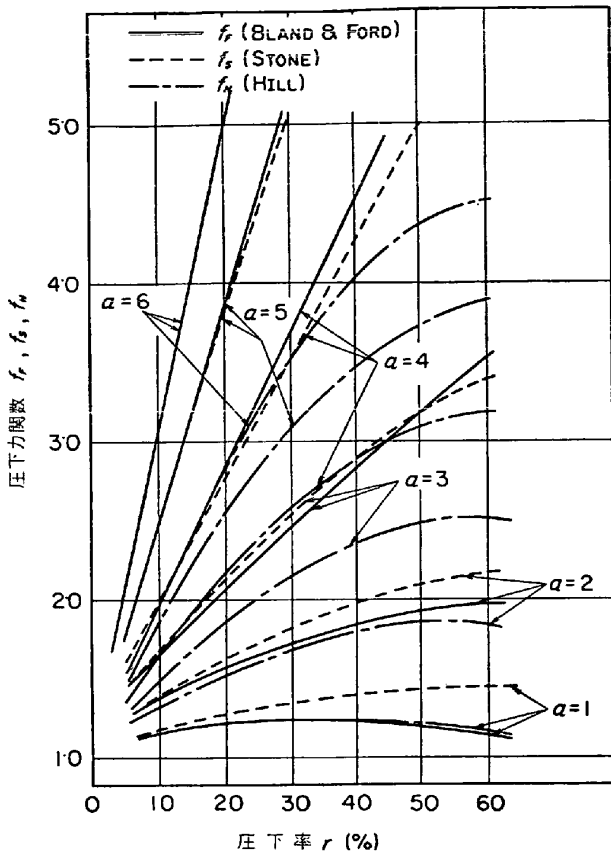


図13 冷間圧延における圧下力関数の比較<sup>33)</sup>

EKELUND の関係式<sup>45)</sup>はかみ込時の摩擦係数を含ませて表現されている。それで実際の熱間圧延温度に近い1000°Cと1200°Cについて比較したが、圧下率の小さい範囲で値が大きめである。したがって、これらの各式を実際に利用する場合に、加工条件の選定によるこれら関係式の差異を十分に把握しておかなければ効果的な利用ができないことがわかる。

なお、ここに述べた以外にいくつかの関係式<sup>21)46)~49)</sup>の提案があるが、有限幅に拡張したのが OROWAN and PASCOE<sup>43)</sup>と筆者<sup>46)</sup>の関係式である。(筆者の式は線材などの圧延にも拡張を試みたものである)。

2.3 板材の圧延における基本量について

(幅広がりがある場合)板厚に比して板幅が狭いと(その比は20程度とされている)圧延中に幅広がりを生ずる。したがって、圧下力やトルクおよび先進はその影響をうけて変化するのであるが、解析の基礎となる幅広がりを許容した場合の理論<sup>50)~53)</sup>は、なお多くの問題点を残している。すなわち、ロールと材料の接触する面におけるせん断応力の作用方向の変化が正確に理論に導入できないのである。筆者は平均値でおきかえたが<sup>30)</sup>、これによると図15(a)に示した端部の著しいせん断応力の変化とはかなりの差を生ずることは明らかであり、図15(b)に示した SIEBEL ほかの圧力分布の実測値<sup>34)</sup>と誤差を生ずるのである。しかしながら、現状で、この程度の

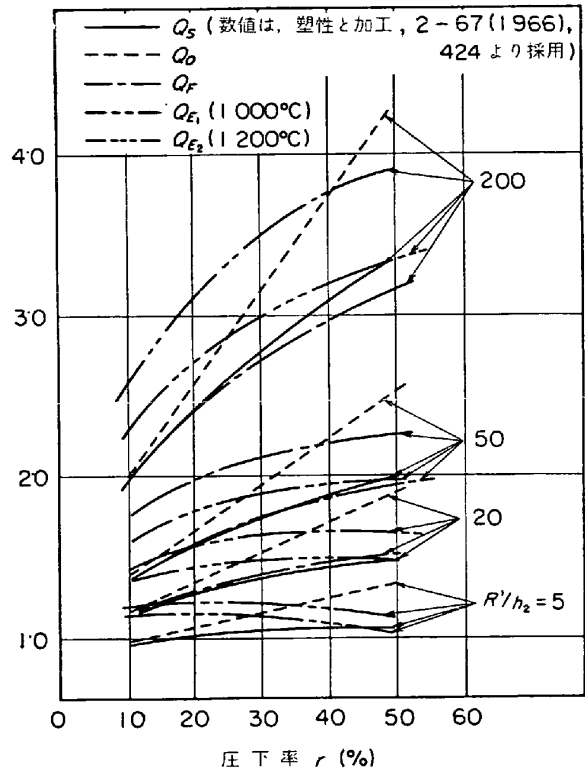


図14 熱間圧延における圧下力関数の比較<sup>42)</sup>

発展しかみられていないのは解析のあまりにも複雑なことに原因を求めなければならないのである。したがって現状では実際作業に参考になる精度のよい計算結果は期待できず、{筆者の結果<sup>50)</sup>がみられる程度である}今後の研究にまたねばならない。なお、近似式は前出の OROWAN and PASCOE<sup>43)</sup>、筆者ら<sup>50)</sup>のものがあるが参考程度にとどめたい。

幅広がり存在する圧延では、平均の圧延圧力は幅広がりのない圧延条件よりは小さくなるが、厚板の圧延ですでに述べた(2.1項参照)ピーニング効果の存在するような圧延条件( $l_d/h_m \leq 1$ ,  $l_d$ : 接解弧長,  $h_m$ : 平均板厚)では、幅広がりによる圧力の降下分をピーニング効果による増加分で補い、結果的には幅広がりが無いとする二次元理論でも誤差が少ないような場合も存在するかもしれない。しかし、正確には圧延の幾何学的因子(ロール径、圧延前後の板厚および圧延前の板幅)や摩擦係数によつて変化するものであり、一般性はないのである。さて、一般的には幅広がりの存在する圧延の方が平均圧延圧力は小さくなると思えるほうが妥当であり、これを確認した実験<sup>57)58)</sup>もあるが、期待される関係式は幅広がりや摩擦係数および幾何学的な因子を含み表現されるものでなくてはならない。

2.4 線材および型材の圧延における基本量について

線材や型材の圧延に関する研究は、有限幅の板材と同様に幅広がりを考慮しなければならないことは当然であるが、それに加えてロールに穴形をもつこと、上下ロー



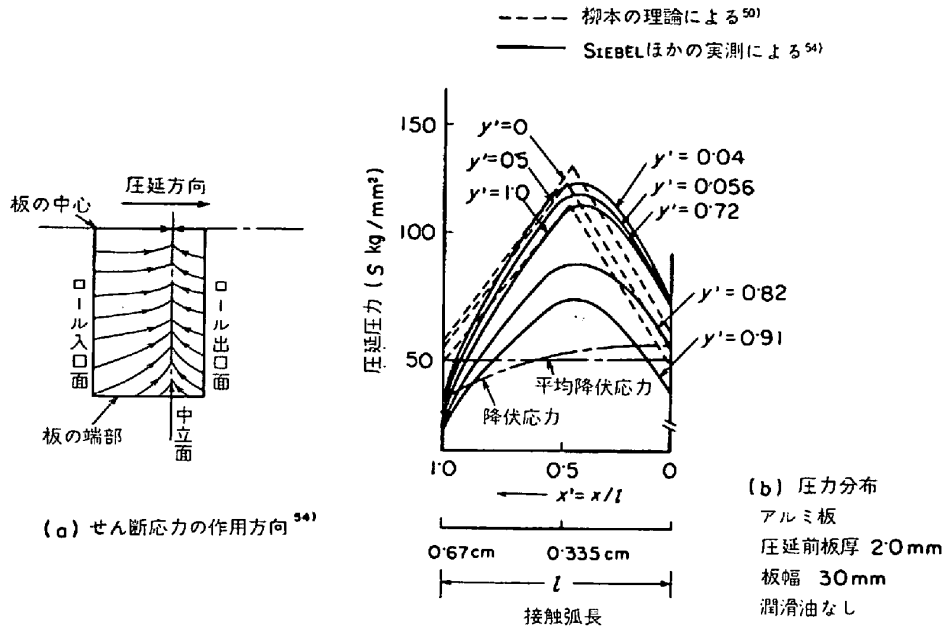


図15 ロールすき間におけるせん断応力と圧下降下<sup>50)</sup>

ル径やロールの表面状態が上下で差を生じやすい(摩擦差を生じやすい), 材料を圧下する配分が上下ロールで等しくない. ロールの側面から強制的に幅広がり束縛される, 材料が曲がりを生ずる影響が加わる(曲がりを強制的に防止すると付加的な応力を圧延材に生ずる)などの影響がありあまりにも複雑になる.

これらの多くの影響が同時に作用する型材の圧延では, 個々の因子の影響を吟味することはきわめて困難であるが, 単純化したモデルによつて, これら因子の作用を把握しようとする試みがなされつつある.

線材の圧延では, 圧延中の材料の断面内の変形<sup>50)~61)</sup>やロールと接触する表面層の流れ<sup>62)</sup>について研究が進められてきたが, 圧延応力を求める理論としては初等的なスラブ法による筆者の研究<sup>63)</sup>がみられる程度である. したがつて, 現状では実験的に研究を進めざるをえない. さて, 圧延基礎量を効果的に整理するための提案<sup>64)</sup>は注目されるが, 幅広がり存在する場合には摩擦係数と  $F_d/F_m$  ( $F_d$ : ロールと材料の圧延中の接触投影表面積,  $F_m$ : 圧延前後の材料の平均断面積) の2個の量でそれが整理される可能性のあることを示したのである. しかしながら, 平圧延と穴形圧延を上記の2個の量で整理しても必ずしも一致しないので, 実際には穴形の形状因子を加味しなくてはならないようである. 穴形の形状を修正する係数として, 穴形の周囲長さを  $\sqrt{A}$  ( $A$ は断面積) で割つた値を定義し, それを用いて整理しようとする試みもあるが<sup>65)</sup>, 本質的に平均圧延圧力を支配するものは穴形の周囲長さではなく, その勾配の変化の動向である<sup>63)</sup>.

したがつて, この量を導入するよう工夫される必要があるが, 筆者らの関係式<sup>40)</sup>はこの点に留意されたものである. 試みたその関係式を示すと, 圧下力  $P$  は,

$$P = S_0 A_m \left[ 1 - \frac{(\sigma_b + \sigma_f)}{2S_0} + \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \frac{2R_{mn}}{\sqrt{2R_{mn}(h_1 - \tan \beta \cdot B_{om}/2)}} \left\{ \tan^{-1} \frac{l_{mn}}{\sqrt{2R_{mn}(h_1 - \tan \beta \cdot B_{om}/2)}} + \tan^{-1} \frac{l_{mn}/4}{\sqrt{2R_{mn}(h_1 - \tan \beta \cdot B_{om}/2)}} - \tan^{-1} \frac{3l_{mn}/4}{\sqrt{2R_{mn}(h_1 - \tan \beta \cdot B_{om}/2)}} \right\} \right] \dots (10)$$

となる. 記号の詳細は文献<sup>46)</sup>を参考にされたいが, この関係式はロールと材料の間の接触面積  $A_m$  (文献中には定義がされている), 前後方張力  $\sigma_f$ ,  $\sigma_b$ , 平均ロール半径  $R_{mn}$ , 圧延前の平均板幅  $B_{om}$ , 平均接触弧長  $l_{mn}$ , 穴形の平均勾配  $\tan \beta$ , 材料の単軸状態における平均降伏応力  $S_0$ , およびロールすき間における材料の幅方向への流れを考慮した平均すべり角  $\tan \alpha$ , などを含む形式で表現されている. しかし, 付着の前提に立つた理論<sup>63)</sup>から単純化されて誘導されたものであるために摩擦係数を含まない不備がある. 今後の研究によつて発展されなければならないものである. なお, 線材や形鋼の圧延では, 圧下率が大きくとれないことや, ロール径に比して材料厚さが高い加工条件をよぎなくされるために, 前出のピーニング効果による圧下力の増加の影響が加わりやすい. 事実ピーニング効果の本質的な原因である材料内部に, ロール入口面で弾性域が深くはいり込む現象を検討した報告<sup>66)</sup>からも容易に推定されることである.

一方, 形鋼の圧延では, 前述のようにさらに複雑をきわめる因子の作用がある. 線材の圧延と本質的に異なるのは非対称(上下ロール径やロールに導入される前の材料の形状などが対称でないこと)である. また, 幅広がり

りをロール側で強制的に大きく束縛することも加わる。解析的研究の面からは、片方ロールのみを駆動した場合の研究<sup>67)~69)</sup>も形鋼の圧延現象の解明にかなりの暗示は与えはするが、これよりえられる資料は限定され、研究はこれからである。また、上記の形鋼圧延における束縛の効果は簡単な場合について筆者らにより初等的な手法により上下対称<sup>70)</sup>と非対称<sup>71)</sup>の場合について検討されたが、この解析からえられる結論は実際作業の経験とまったく一致するものである。しかしながら、解析的研究はあまりにも困難であるので、実験的にこれを補う方向に鋭意努力が払われなければならないが、現状でも板を例に非対称の実験を進めた JOHNSON ほか<sup>72)</sup>の研究が見られる程度である。なお、形鋼圧延の圧下力の解析に、よく GELEJI の平均変形抵抗を求める式<sup>74)</sup>、

$$K_m = K_f (1 + C_\mu l_d^n \sqrt{v} / h) \dots \dots \dots (11)$$

が用いられるが、この関係式はとくに力学的な根拠があるわけではないので一般の圧延条件に拡張するには問題があるかもしれない<sup>73)</sup>。試みに式(11)をアングルの圧延に拡張し、修正した関係式を示すとつぎのようになる<sup>73)</sup>。

$$K_m = K_f [1 + 2 \cdot 08 \mu (l_d/h)^{1/3 \cdot 17} v^{1/1 \cdot 41}] \times K \dots \dots (12)$$

ただし、 $K_f = 1.5(14 - 0.01 \theta)$ 、 $\mu = 0.841 - 0.0004 \theta$ 、 $K = \sqrt{l_{ci}/b_i}$ 、 $v$ ：ロール速度などである。 $l_{ci}$ はアングル断面の中心線の長さ、 $b_i$ は最大幅、 $\theta$ は圧延温度である。この式(12)も式(11)をかなり修正した形で表現されているが、あくまでアングルの限定された圧延における平均圧延圧力を求める関係式であり、圧延材やロールの材質が変化すると  $K_f$  や  $\mu$  の値が変化し、また他の形状の形鋼の圧延では束縛係数  $K$  にまた工夫をこらさなければ実際に一致しないものである<sup>77)78)</sup>。

また、他の圧延の基本量であるトルクや先進に関してはまだ断片的な研究のみみられる程度であり<sup>75)76)</sup>、現状では満足に推奨できる関係式は公表されていない。

### 3. 圧延理論の実際への応用

#### 3.1 幅広がり

幅広がりとは、圧延中の三次元応力分布がわかると力学的には求める道が開けるのであるが、その前提である応力の三次元分布を求めることがきわめてむずかしいことはすでに述べたとおりである。現状では、初等的な手法で求められた筆者の解析的な解がある程度であるが、それはつぎのように表現された<sup>54)</sup>。すなわち、

$$2B_1 = 2B_0 \int_0^1 \left( \frac{h_0}{h} \right)^{-[C_0 + (C_1 - 2)m_2 + C_2 m_2^2]} \times dy' \dots \dots \dots (13)$$

ただし、

$$m_2 = \frac{RB_0}{C_2 l^2} \cdot \frac{1}{D_0} \cdot \frac{\tau_{20}}{k} \ln(\zeta + x'^2)^{-1/2}$$

$$- \frac{1 + C_1}{2C_2} + (D_1 + D_0 y') (\zeta + x'^2)^{-1/2} \dots \dots \dots (14)$$

である。

記号の詳細は原文を参考にされたいが、実際現象とかなり差があるとみられるスラブ法の単純化した取り扱いによつても、なお式(13)に示した複雑な形式で表現されるところに幅広がり理論的研究の困難さがあると考えてよいであろう。したがって、これまで提案されているようにその関係式が多いことは複雑な幅広がり簡単に表現しようとする苦心の結果であるとみてよい。しかし、広範囲にわたる圧延条件を簡単な式で総括できるはずはないので、自ら限界が存在するのである。初期の関係式は HOFF ほかの著書<sup>79)</sup>にゆずり、ここでは代表的な関係式について考察することにする。

式(13)は  $h_0/h$  の圧延中の板厚の変化を与える量を含むが、これを圧下率  $\eta \{(h_0 - h)/h_0\}$  を用いて表現すると、

$$2B_1/2B_0 (= \Phi) = \int_0^1 \left( \frac{1}{1 - \eta} \right)^q dy' \dots \dots \dots (15)$$

$$q = - [C_0 + (C_1 - 2)m_2 + C_2 m_2^2] / [C_0 + (C_1 - 1)m_2 + C_2 m_2^2] \dots \dots \dots (16)$$

となる。この式(15)に含まれる  $\{1/(1 - \eta)\}^q$  の形式を導入して表現されたのに、WUSATOWSKI<sup>80)</sup>、HILL<sup>81)</sup>、SPARLING<sup>81)</sup>および筆者の式(15)の近似式<sup>82)</sup>がある。これらの関係式を、

$$\Phi = \left( \frac{1}{1 - \eta} \right)^q, \quad q = C e^{-K \delta A (1/\gamma)^B \eta^B} \dots \dots \dots (17)$$

と表現して、各係数  $K$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $G$  を求めると表1に示したようになる。ここで、 $\delta$ は板幅比(=  $B_0/h_0$ 、 $B_0$ 、 $h_0$ ：圧延前の板幅と板厚)、 $\gamma$ は板厚比(=  $R_0/h_0$ 、 $R_0$ ：ロール半径)、 $\eta$ は全圧下率{=  $(h_0 - h_1)/h_0$ 、 $h_0$ 、 $h_1$ ：圧延前後の板厚}などであり、圧延の幾何学的因子を示す。これらの関係式はいずれも付着の前提に立つもので、摩擦係数が含まれていないが、これを補い提案されたのが筆者の関係式である<sup>82)</sup>。この関係式は摩擦係数としては、かみ込時の摩擦係数{この値は、与えられた圧延条件(すなわち、圧延材料、ロールの種類および表面状態、圧延温度、圧延速度など)で決定する}で表現されるものである。すなわち、

$$\Phi = \left( \frac{1}{1 - \eta} \right)^q, \quad q = \beta^\alpha + \mu \alpha - 1, \quad \alpha = \frac{\sqrt{2\gamma\eta}}{1 + 2\delta} \dots \dots \dots (18)$$

で与えられ、材質による定数  $\beta$  も加味されている(普通の軟鋼板では  $\beta = 1.20$  がよいとする住友金属よりの発表があつた)。この式はかなり広範囲の圧延条件に対してかなりの一致をみるが、これらの形式以外の表現式も多い<sup>45)83)~86)</sup>。

幅広がりとは圧延温度、圧延速度、圧延材料やロールの材質さらにはロールの表面状態などによつて当然影響を

表 1 式 (17) の係数の比較

提 唱 者	係 数	C	K	A	B	G
WUSATOWSKI	低圧下のとき	1.0	1.9872	1.0	0.556	0
	高圧下のとき	1.0	5.629	1.0	0.9676	0
HILL		0.5	0.525	1.0	0.50	-0.5
SPARLING		0.981	1.615	0.9	0.55	-0.25

うけるものであるため、これらの因子を関係式に含ませる必要がある。これらの因子は実際作業に適用する場合には摩擦係数と圧延材料による定数の2個の量でほぼ代表できると考えられるが、式(18)にはその工夫がされているのである。しかしながら、摩擦係数そのものはさらに吟味されなければならないことは当然である。試みにその不備を是認した上で、GELEJI<sup>74)</sup>(EKELUNDの式を速度修正したもの)、Tschishikow<sup>48)</sup>の表現式を示すつぎのようになる。

$$\mu = C_1(1.05 - 0.0005t) - 0.56v \quad (v < 5\text{m/sec}) \dots\dots\dots (19)$$

$$\mu = a(bt - Ce^{bt}) \times m \dots\dots\dots (20)$$

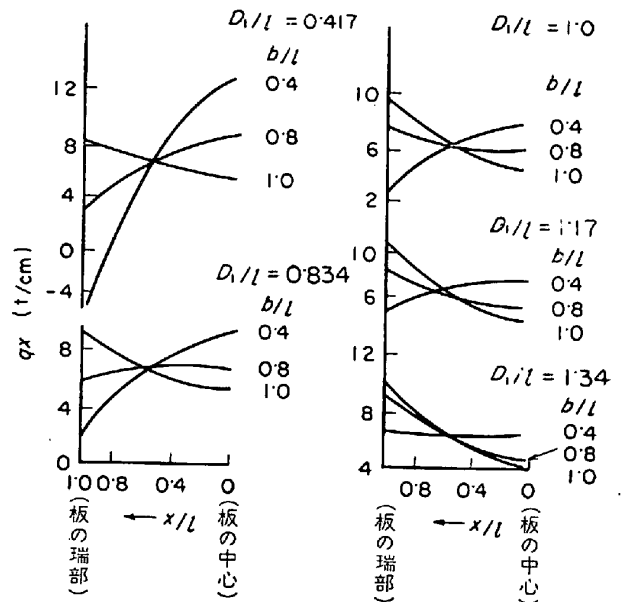
これらの式はいずれもかみ込時の摩擦係数の値を表現しようと試みたものであるが、式(19)はC<sub>1</sub>に鋼ロールで1.0を、鑄造ロールで0.8を与えてよく実用される。一方、式(20)はTschishikowの表現になるものであるが、この式にはロールの材質やロールの仕上条件とその変化などの因子を含む定数a, b, c, mが含まれている。tは圧延温度、vは圧延速度である。式(19)(20)のいずれも一般性のあるものではなく、またかみ込時の特殊な圧延条件に対して求められたものであるために圧延中の平均摩擦係数に正しく対応するものではない。本質的には圧延中の摩擦係数を採用するのが当然であるが、2.2項に示した混合摩擦域の理論が開発されたのが最近であるために研究が進められていないことはやむをえない。今後の研究により、実際作業現象をより広く含ませた関係式の提案が期待されるのである。以上は熱間圧延に対して議論したものであるが、広幅材の冷間圧延について幅縮みを求めようとする研究<sup>87)</sup>があるので参考にされたい。

3.2 板の形状

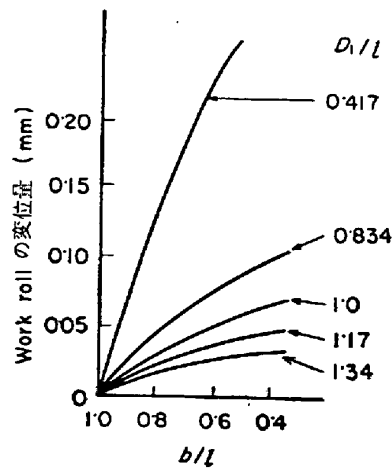
完全な円筒形状のロールで板を圧延すると、その中心部で厚くなり、端部で薄くなることはよく知られているが有限幅の板を有限の長さのロールで圧延して形状が幅方向に一定した板をえることはまたきわめてむずかしいものである。幅方向に一定した肉厚をえるためのロールクラウンに関しては、それが2段ロールである場合には解析的にかなりの研究がみられるが<sup>88)89)</sup>、4段ロールになるとwork rollとback up roll間の接触変形が加わ

るため取り扱いがかなりむずかしくなる<sup>90)</sup>。また箔を圧延するのによく用いられる多段ロールのクラウンになるとさらに困難になるが、これらに関する研究は進められつつある<sup>90)91)</sup>。実際作業では、ロールが摩耗<sup>92)~94)</sup>することや圧下力が板幅方向に一様でないため<sup>95)~99)</sup>ロール

(c) 圧下力のバレル方向の分布



(b) ロールの変形



2l: ロールバレル長さ D<sub>1</sub>: work roll径 2b: 材料幅  
図16 ロールバレル方向の圧力分布との変位<sup>95)</sup>

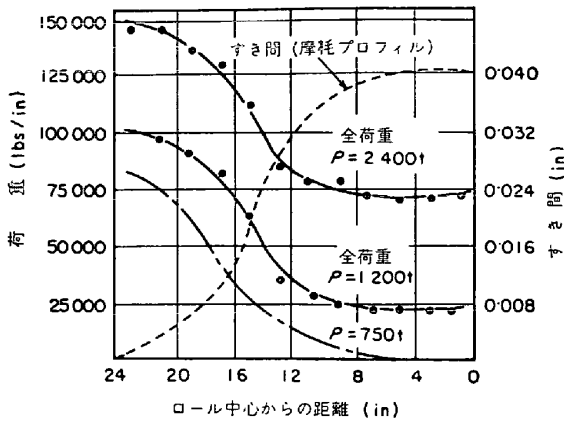


図17 摩耗プロファイルがある場合の圧下力のパレル方向分布<sup>93)</sup>

の変形(曲げによるたわみや接触変形など)が幅方向に一樣でなく板の形状に微妙な差を生ずるのである。現状では、これらロールすり間の変形と板の形状を関連づける正確な解析結果はないが、近似的にこれを関連づけようとする研究は多くみられる<sup>99)~104)</sup>。図16にロール長さや圧延材の幅が有限であるために生ずる圧下力のパレル方向の変化および work roll と back up roll 間の変形を示した<sup>95)</sup>。図から圧延条件いかによつては圧下力分布は板の中心や端部のいずれでも最大となりうることを示し、圧下力が幅方向に一定となる条件は限定されたスケジュールになることがわかる。図17はロールすり間に幅方向の摩耗プロファイルを与え、圧下力分布を推定したものである<sup>93)</sup>。これらの解析は近似的なものではあるが、実際作業で、常に圧下力が幅方向に一定となるような圧延条件はなかなか見出しにくいということを知るよい手がかりを与えるものであろう。このように、常に複雑に分布しやすい圧下力に依存して生ずるロールの弾性変形によつて与えられる板の形状は、その制御がきわめてむずかしいことが容易に推定されよう。

その結果、work roll チョック間、back up roll チョック間および work roll と back up roll チョック間などに付加的な圧力を加えて、ロールのクラウンを調整し板の形状を改良しようとする圧延機が普及するようになり、またこれについての基礎的研究<sup>105)~108)</sup>もみられる。図18に SINGER ほか<sup>105)</sup>の結果を示した。図から板の形状を幅方向に一樣にできる work roll 間油圧は、所定の圧下力に対して1つの条件しかないことがわかる。実際作業では、ロールは前出のように摩耗、熱クラウンなどにより常にその状態をかえるので、むしろ従来の実験によつて解明されていない因子の微妙な影響も加わるのである。さらにきめの細かな研究が望まれるのである。

3.3 圧延可能限界

圧延スケジュールを立てる場合に圧延が不可能となる現象およびその条件などは前もつて知っておく必要があ

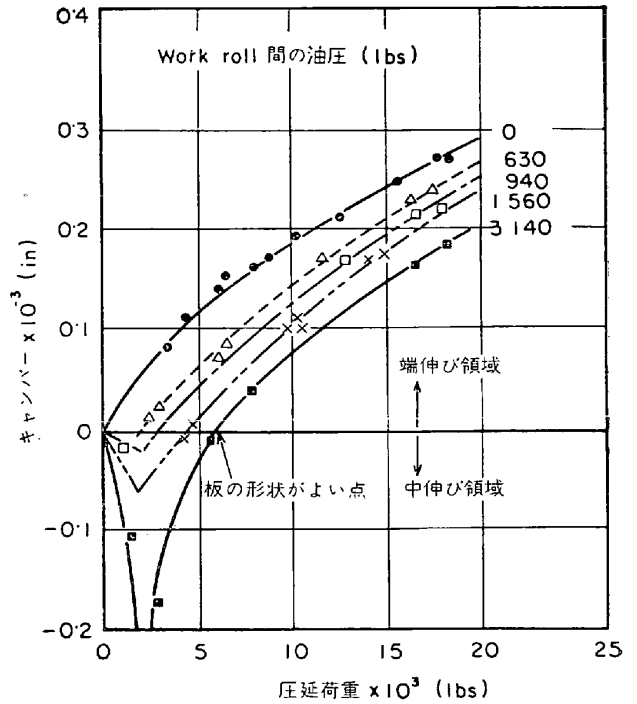


図18 板の形状と work roll bending force との関係<sup>105)</sup> 板幅 3in

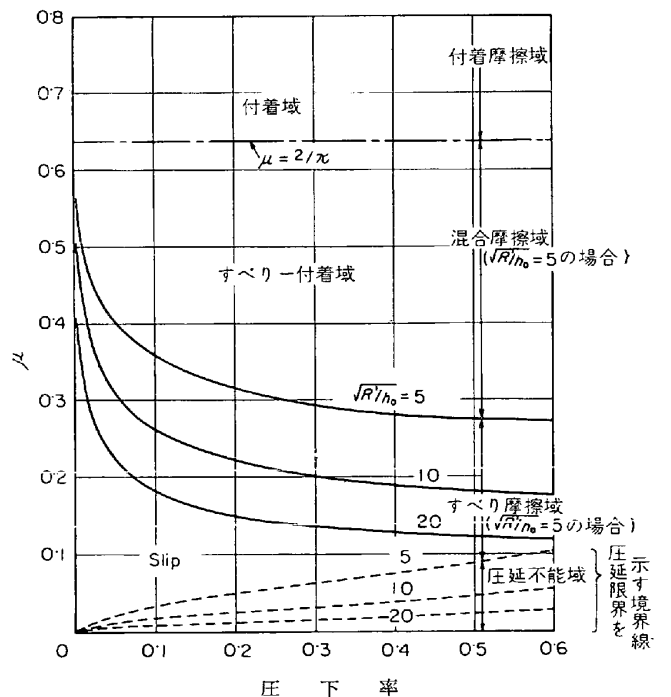


図19 圧延可能限界<sup>10)</sup>

るが、これには大別して2種類が考えられる。すなわち圧延時の摩擦係数に関するものと、ロール関係の弾性変形に関するものである。

摩擦に関するものは、圧延中にロールすり間において生ずる friction hill に関連するが、中立点(図7の0点)が接触弧長内に存在するか否かによるのである。

図7で、中立点が出口面(DH)より外側にずれると圧延はもはや存在できないが、これを混合摩擦の理論<sup>10)</sup>で求めた例が図19中の点線で示されている。図より、 $R'/h_0$  ( $R'$ : 偏平後のロール半径,  $h_0$ : 圧延後の板厚) が大きいほど摩擦係数が小さくても圧延できることがわかる。一方、逆に中立点が入口面(AG)より外側にずれるとこれもまた圧延ではなくなり、引抜に似た現象になることが容易に理解できる。いずれも圧延限界といえるかもしれない(これらの現象の詳細は追って報告を予定している)。いずれにせよ中立点が接触弧長以内にあるような圧延スケジュールを常に選定しなければならないわけであるが、この条件はまた張力に大きく依存するものである<sup>11)</sup>。たとえば、後方張力が加わると中立点は出口面方向に移動しやすいため、図4の圧延可能限界の曲線はさらに上の方に拡がり、圧延不可能の領域が増加するのである。また前方張力が加わると中立点は入口面方向に移動しやすくなるので、これもまた正常の圧延がおこなわれにくくなるのである。

これに対して、ロール関係に依存するものとしては、最小板厚の理論<sup>34)109)~112)</sup>でよく知られているような、板が薄くしかも硬いとロールのみが変形して板の圧下ができなくなる限界とロールバレルの板をかんでいない部分が接触するいわゆるキスロールによる限界が考えられる<sup>113)</sup>。

実際作業では最小板厚に関係する条件を理解しておくことで一応の目的は達せられるが、最近のPAWELSKI<sup>114)</sup>および高橋ほか<sup>115)</sup>の研究によると、理論はなお不備のようである。図20はTROOST<sup>34)</sup>の考察を基礎にして、それを实际的に検討したものである<sup>114)</sup>。図より、理論的に予言される値よりも実際には小さな限界圧下率しかとれないことを示して、理論は実験と一致しにくい

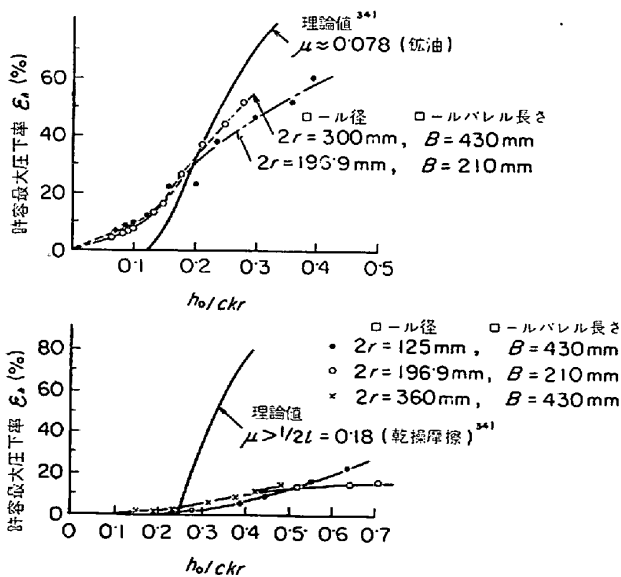


図20 許容される最大圧下 ( $r$ ) と板厚 ( $h_0$ ) の関係  $Ck=1/130$

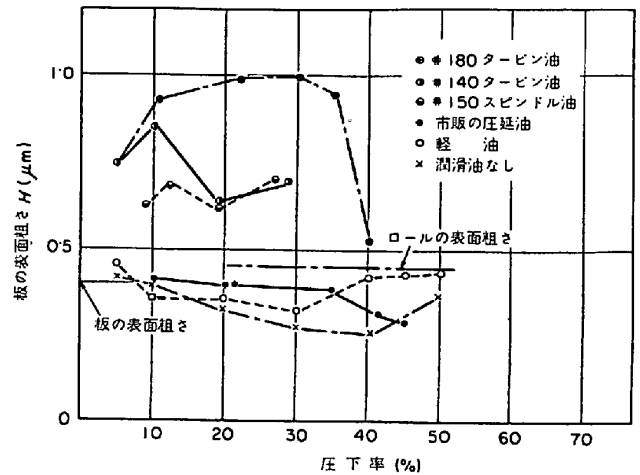


図21 潤滑油と板の表面粗さの関係<sup>113)</sup>

ことを示すが、比較的簡単な表現でロールと圧延材料の弾性係数がかかなり差をもつ圧延条件まで拡張されたFORDほか<sup>11)</sup>の研究は注目されてよいであろう。

### 3.4 板の表面状態

圧延加工における摩擦係数は正確に把握しておかなければならない理由はすでに述べたが、この摩擦係数はロールや板の表面性状および潤滑油によつても大きく影響を受ける。一方、板の表面仕上性状はまたロールの表面性状と潤滑油に大きく支配されるのである<sup>116)~120)</sup>。

図21は潤滑油と表面粗さの影響を求めたものである<sup>113)</sup>。図から潤滑油の粘度の高いほど仕上板の表面は荒れ、粘度の低いほどロールの表面粗さに接近することがわかる。粘度の大きい場合には潤滑油が表面の凹凸部に封じ込められやすくなるとされるが<sup>121)</sup>、この粘度は圧延圧力と温度に依存してまた変化するものでもある<sup>122)123)</sup>。図22はロールの表面粗さの影響を示したものである<sup>120)</sup>。ロールの表面性状は板の粗さを支配する有力な因子であることがわかるが、圧延の場合に必ず存在するとみてよいロールと圧延材料間の相対的なすべり量(または先進としても表現される)も仕上板の表面粗さに影響することを暗示した研究もある<sup>124)</sup>。

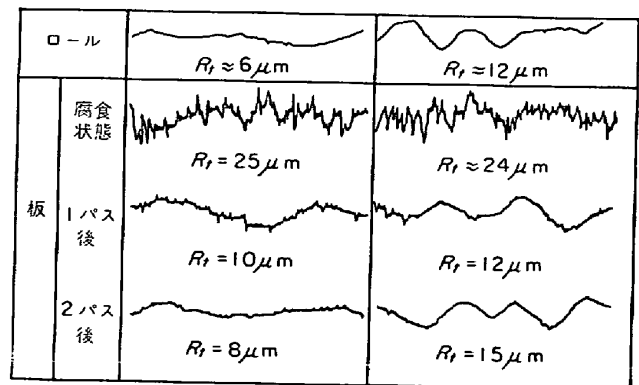


図22 ロール表面粗さと板の表面粗さの関係<sup>120)</sup>

3.5 圧延スケジュール

計算機の導入によつて、複雑なタンデム圧延のスケジュールまでも比較的容易に求められるようになり、その手法も確立されてきた<sup>125)~128)</sup>。したがつて、実際作業を良好に表現するモデルをどのように工夫するかにあると考えられるが、そのモデルとしてよく用いられているのが、熱間圧延では SIMS の理論<sup>9)</sup>、冷間圧延では BLAND and FORD の理論<sup>9)</sup>または HILL の近似式<sup>30)</sup>などである。一方、on-line computer control を対象とする研究では、複雑な理論にかわる精度のよい単純化された式が望まれるのは当然のことであり、そのために多くの努力が払われているのである。さて、スケジュールを計算するために、これまで公表されている手法をまとめるとつぎのようになる<sup>125)128)</sup>。(一般的に  $n$  スタンドであるとす

(i) スタンド間で材料のたるみなど生じてはならないので、各スタンドにおける体積速度が一定でなくてはならない。すなわち、任意のスタンドの出口における材料速度 ( $v_i$ )、板厚 ( $h_i$ ) および幅 ( $b_i$ ) は、 $b_i h_i v_i =$ 一定の条件を満足しなければならない。ここで、材料の出口速度 ( $v_i$ ) はすでに 2.2 項で述べた先進 ( $F_s$ ) を用いるとロールの周速 ( $V_i$ ) と関連づけられ、 $v_i = (1 + F_{si}) V_i$  となる。一方、圧延機モータを基準にしてロール周速を決めるためにモータトルク剛性率 ( $Z_i^* \leq 0$ ) を導入すると、板の出口速度 ( $v_i$ ) は  $(1 + F_{si})(1 + Z_i^* G_i) V_i$  とおきかえられるので、結果として体積速度一定式は、

$$b_i h_i (1 + F_{si})(1 + Z_i^* G_i) V_i = U(\text{一定}) \dots\dots\dots (21)$$

と表現される。 $G_i$  は各スタンドの圧延トルク {式(6)の圧延トルク  $T$  と同じもの} である。

(ii) 圧延中、圧延機は圧延荷重によつて弾性変形を生じて設定値よりも板は厚くなるので、所定の板厚 ( $h_i$ ) に仕上げるためには、圧延機系の弾性変形と板厚との間に成立する関係式を知らなくてはならない。すなわち、圧下力 ( $P_i$ )、圧延機の剛性率 ( $M_i$ )、設定ロールすき間 ( $S_{ri}$ ) およびロールすき間零点調整量 (ロールの摩擦やロールの熱膨張などの経時変化を考慮) ( $\delta_i$ ) の間に、

$$S_{ri} + P_i / M_i + \delta_i = h_i \dots\dots\dots (22)$$

が成立する。

(iii) 圧延スケジュールは各スタンドの動力の配分を一定に与える方式と荷重配分を一定とする 2 種類がある。前者の場合に各スタンドの動力を  $L_i$ 、動力効率を  $\eta$ 、ロールの半径を  $R_i$  とし、全圧延動力 ( $L_0$ ) を各スタンドに配分するとしてその配分率を  $\xi_i$  とすると、

$$G_i (1 + Z^* G_i) V_i / \xi_i \eta_i R_i = L_0 \dots\dots\dots (23)$$

が成立する。一方後者の場合には各スタンドの圧下力を  $P_i$ 、荷重配分率を  $\zeta_i$ 、圧下力の合計を  $P_0$  とすると

$$P_i = \zeta_i P_0 \dots\dots\dots (24)$$

が成立する。したがつて動力配分を規制する場合には式(21) (22) (23) を連立して解くとよく、荷重配分を規

制する場合には式(21) (22), (24) を連立して解くとよい。これら式(21)~(24) 式には、すでに 2.2 項で述べた基礎量である圧下力、トルクおよび先進の 3 個の量が含まれる。これらの関係式をどのように選定するかによつて計算結果の実際作業への適用度が決まるが同時に式(21)に含まれる幅広がり (タンデム圧延では  $b_i$  一定としてよいが、それ以外の圧延では無視できない) にも工夫しなければならないことがわかる。

図 23~26 までにすでに 2.2 項で述べた混合摩擦の理論<sup>10)</sup>を用い、ロールすき間の圧下率、ひずみ速度の変化をとり入れて計算をおこなつた結果を示した。図 23, 24 に動力配分を規制した場合の摩擦係数の影響を圧下力およびロールすき間の設定法について示し、図 25, 26 に圧下力を規制した場合の圧延動力、ロールすき間の設定値への影響を示した。摩擦係数が  $2/\pi$  (付着) から 0.4 の間で変化する圧延では、それほど差がみられないことを示していることがわかる (圧延中のロールすき間における温度の変化は、ここでは考慮していない)。しかし実際には圧延条件による摩擦係数の値を前もつて求めておかなければ、効果的な適用はできないのである。なお、圧延スケジュールを立てる場合に形状に重点をおく場合については、鈴木、鎌田<sup>125)</sup>の手法があるので参考にされたい。以上、簡単に一般論を紹介したが、混合摩擦の現論によるとあらゆる圧延条件 (冷延、熱延も含む) に対し、一括してスケジュールを立てることが可能である。

3.6 総合特性

上記の 3.5 項で圧延スケジュールが定まると、圧延中突発的に圧延条件が変化した場合、その影響度を求めることが可能である。これに関する研究もかなり多く<sup>129)~138)</sup>、手法も一応確立されている。しかし、個々のモデルについては、それを実際作業に適用する場合には、かなり工夫すべき問題を残している。とくに、形状まで含めるとさらに改良が加えられなければならないようである。

図 27 に鈴木、鎌田による冷間圧延を対象とした影響係数の計算例の抜粋を示した<sup>137)</sup>。この計算では板の形状が導入されている。すなわち、条件式は次の 5 個が用いられたのである。

- (i) ロールすき間形状と板の出口形状との間に成立する幾何学的適合条件式
- (ii) 平均板厚の定義式
- (iii) 体積速度一定の条件式
- (iv) 圧延条件とロール出口板厚との間の関係式
- (v) 圧延条件とロールの出口速度との関係式

これらの条係で、(iii) と (iv) は前項で述べた圧延スケジュールを立てる際にも用いられたが、(i)の板の形状を導入する条件式を用いると (ii)の平均板厚の定義が必要とされ、また(iii)(iv)(v)の各条件式の表現にも当

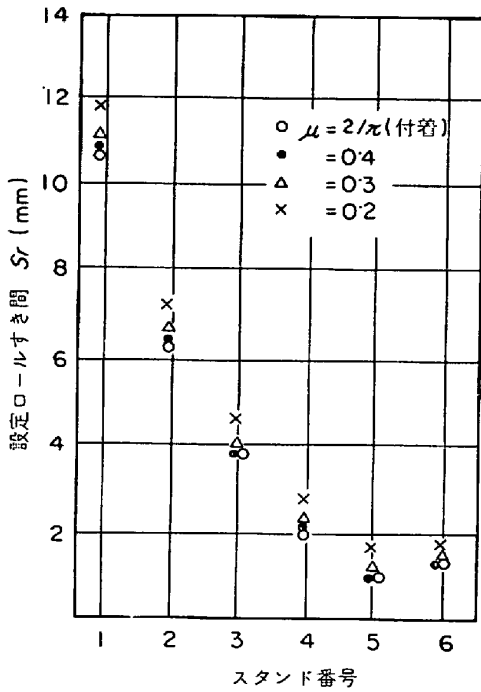


図23 設定ロールすき間と摩擦係数の関係 (動力配分を規制した場合)

圧延条件  
 動力配分率 #1~#5 までは 18%, #6 で 10%  
 圧延材料温度 1065~870 までの間に #1~#6 の間で変化  
 work roll 半径  $R_f=310$   
 $M_f=350$  t/mm,  $\delta_f=0$ ,  $Z^*=0$   
 粗材厚 23.0mm, 仕上厚 2.3mm, 幅 1000mm

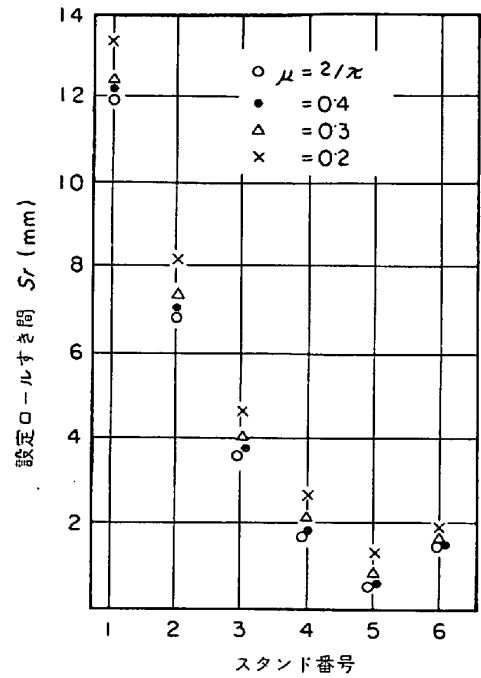


図25 設定ロールすき間と摩擦係数の関係 (圧下力配分規制)

圧延条件  
 圧下力配分率 #1~#5 までは 18%, #6 で 10%  
 圧延温度 1065~870° までの間に #1~#6 の間で変化  
 work roll 半径  $R_f=310$   
 $M_f=310$  t/mm,  $\delta_f=0$ ,  $Z^*=0$   
 粗材厚 23.0mm, 上厚仕 2.3mm, 幅 1000mm

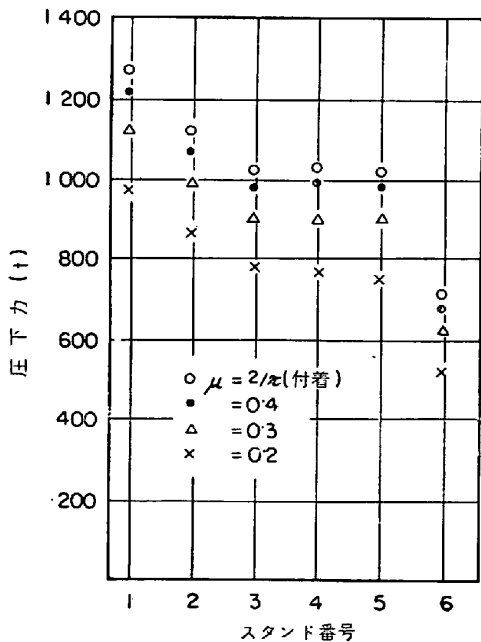


図24 圧下力と摩擦係数の関係 (動力配分を規制した場合)

圧延条件は図 23 と同じ

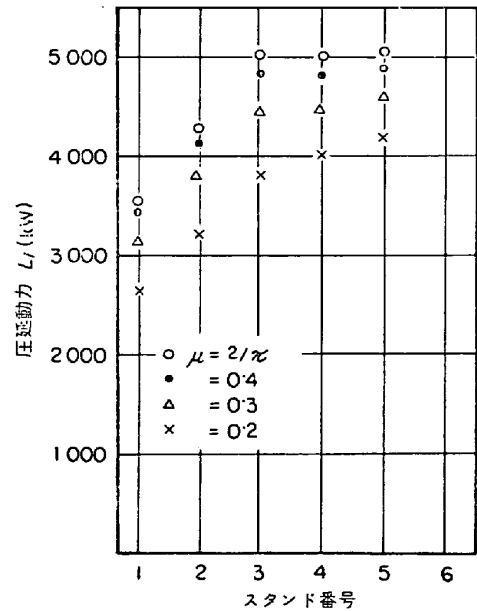


図26 動力と摩擦係数の関係 (圧下力配分を規制)

圧延条件は図 25 と同じ

然その平均板厚が導入されることになるのである。また幅広がりや幅縮みを考慮しなければならないときには、すでに 3.1 項で述べた幅の変化が条件 (iii) に導入され

なければならないことは当然である。図 27 に示した計算例には図 28 に比較した HILL の近似式が用いられ、また bending force は条件 (i) のみに含まれるとされ、またロール関係の変形は簡単なはりの曲げ理論により求

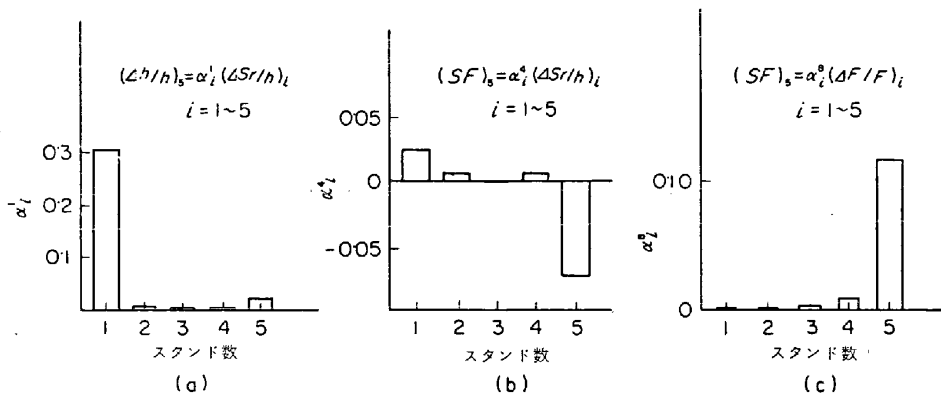


図27 冷間圧延における影響係数<sup>137)</sup>

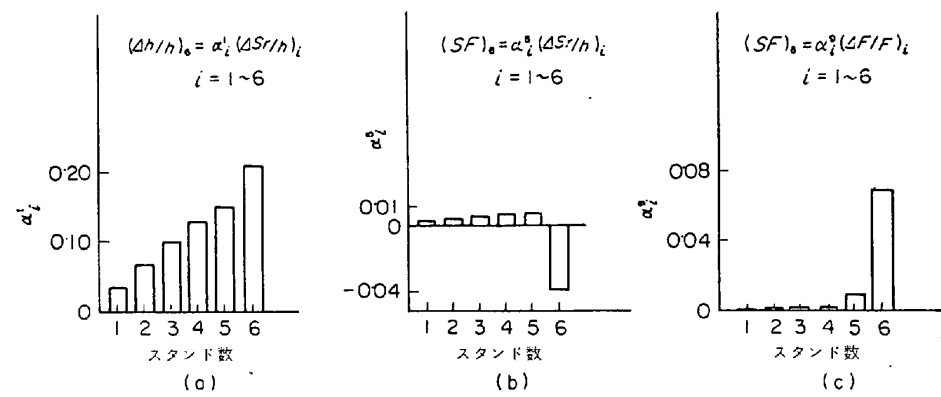


図28 熱間圧延における影響係数<sup>138)</sup>

め、これを補正係数で修正する形で導入されたものである。図の (a) より、5 スタンドの出口における板厚におよぼす各スタンドのスクリー移動量の影響がわかるが、第1スタンドのスクリー移動量が最も大きく影響することがわかる。また、図(b), (c)より5 スタンド出口における板の形状〔板の形状は、ここでは板の中心における板厚変化率  $(\Delta h_c/h_c)$  と板の端部における変化率  $(\Delta h_e/h_e)$  の差で定義されている〕には、1 スタンドと5 スタンドのスクリー移動は互いに逆方向の影響を与え、しかも5 スタンドの影響係数が大きいこと、また bending force の影響も5 スタンドの影響が大きくあらわれることなどがわかる。

図 28 はすでに図 14 に示した Sims の理論を介して求められたものである<sup>135)</sup>。冷間圧延の場合と比して、変形抵抗にひずみ速度と温度が考慮されていること、また伸介とした理論が Sims の理論であるためにすでに 2.2 項で述べたように付着摩擦の前提に立ち、摩擦係数が導入されていないこと、またスタンド間の張力がほとんど 0 に等しいとおきうること、などに差があるのである。図 28 に影響係数の具体的な計算例を示した。図からも冷延の計算例に示されたと同じ傾向がわかるが、伸介となるモデル (たとえば、圧下力、トルク、先進、変形抵抗およびロールの弾性変形と板の出口形状の関係を与えるものなど) によつてその影響度が異なることは当然で

ある。すなわち、これらのモデルをどのように工夫して実際作業に一致したものにするか、が重要な研究となるのであろう。とくに、on-line computer control を実現する場合には計算時間の短縮を意識しなければならないので、モデルの単純化を精度を損なうことなく実現しなければならない。

#### 4. む す び

以上きわめて断片的ではあるが、圧延理論とこれを実際に適用する場合の見体例を述べた。実際作業ではここに例示されえない多くの問題や研究されるべき分野が存在することは、筆者のみでなく多くの人が認めるところである。また現有のわれわれの知識ではその解決をおこないえない問題もきわめて多いが、理論の不備を実際作業の経験で補いつつ研究を進めることによつて、かなりの成果が期待できるものと考えている。

この意味で、本資料が少しでもお役に立てば幸いである。なお、紙面の部合もあつて多くの有益な研究を割愛せざるをえなかつた。ここにおわび申し上げる次第である。

#### 文 献

- 1) Th. V. KARMAN: Ztschr. Angew. Math. u. Mech., 5(1925), p. 139
- 2) 柳本: 日本機械学会誌, 71(1968)597, p. 1328



- 3) H. FORD: Proc. Inst. Mech. Eng., 159(1948), p. 115
- 4) M. COOK and E. C. LARKE: J. Inst. Metals, 71(145), p. 371
- 5) B. R. OLIVER and J. E. BOWERS: J. Inst. Metals., 94(1966), p. 223
- 6) H. INHABER: Trans. Amer. Soc. Mech. Eng. Ser. B, 88(1966)4, p. 421
- 7) E. OROWAN: Proc. Inst. Mech. Eng., 150 (1943), p. 152
- 8) D. R. BLAND and H. FORD: Proc. Inst. Mech. Eng., 159(1948), p. 144
- 9) R. B. SIMS: Proc. Inst. Mech. Eng., 168(1954), p. 191
- 10) 玉野, 柳本: 日本機械学会論文集, 36(1970)-1, 281, p. 126
- 11) 玉野, 柳本: 日本機械学会講演論文集, 205 (1969) 4, p. 17
- 12) R. B. SIMS and D. F. ARTHUR: J. Iron Steel Inst., (1952), p. 285
- 13) 春日, 水野, 木村: 第17回塑性加工連合講演会, (1966) 11, p. 197
- 14) C. W. MCGROGER and R. B. PALME: Trans. Amer. Soc. Mech. Eng. (J. Basic Eng.), (1959) 12, p. 669
- 15) P. W. WHITTON and H. FORD: Proc. Inst. Mech. Eng., 169(1955), p. 123
- 16) 小池, 玉野, 柳本: 第20回塑性加工連合講演会前刷, (昭44) 11, p. 13
- 17) 志田: 塑性と加工, 7 (1966) 8, p. 424
- 18) W. C. F. HESSENBERG and R. B. SIMS: J. Iron Steel Inst., 168(1951), p. 155
- 19) H. FORD and F. ELLIS: J. Iron Steel Inst., 171 (1952), p. 239
- 20) 鈴木, ほか5名: 東大生研報告, 18(昭43) 3, p. 1
- 21) 日本鉄鋼協会編: 圧延理論と変形抵抗, (昭35-9), 工業技術全書
- 22) H. BUHLER and J. SCHACK: Draht-Welt, 52 (1966) 7, p. 489
- 23) L. R. UNDERWOOD: The Rolling of Metals, 93 (1952), Chapman and Hall Co Ltd.
- 24) 鉄鋼協会編: 圧延理論とその応用, 317, 昭44, 誠文堂新光社
- 25) D. R. BLAND and H. FORD: J. Iron Steel Inst., 171(1952-7), p. 245
- 26) 文献 23) の 210 頁参照
- 27) A. NADAI: J. Appl. Mech., 6 (1939)2, A. 54
- 28) A. ZELIKOV: Metallurgia, 6(1939), p. 61
- 29) A. GELEJI: Arch. Eisenhüttenw., 34 (1963) 8, p. 565
- 30) R. HILL: Mathematical Theory of Plasticity, (1950), p. 188, Oxford Univ. Press
- 31) 文献 23) の 286 頁参照
- 32) M. D. STONE: Iron Steel Engr., 30 (1953), p. 61
- 33) 玉野: 塑性と加工, 9 (昭43) 88, p. 349
- 34) A. TROOST: Arch. Eisenhüttenw., 33(1962) 7, p. 427
- 35) H. S. CHENG: Friction & Lubrication in Metal Processing, 69, ASME, New York
- 36) A. KNESCHKE: Freiberg. Forschungsh. B. Met., 16 (1957), p. 5
- 37) K. H. WEBER: Arch. Eisenhüttenw., 37(1966) 10, p. 783
- 38) 文献 24) の 171 頁参照
- 39) A. TROOST and F. W. HOLLMANN: Arch. Eisenhüttenw., 37(1966)6, p. 463
- 40) T. C. FIRBANK and P. R. LANCASTER: Int. J. Mech. Sci., 8 (1966), p. 653
- 41) T. C. FIRBANK and P. R. LANCASTER: ibid., 7 (1965), p. 847
- 42) 柳本: 鉄と鋼, 54 (昭43) 3, p. 307
- 43) E. OROWAN and K. PASCOE: 1st Report of the Rolling Mill Resarch Sub-committee (Special Report, No 34), (1946), p. 124
- 44) H. FORD and J. M. ALEXANDER: J. Inst. Metals, 92 (1963/64), p. 397
- 45) 文献 21) の 71 頁参照
- 46) 柳本, 青木: 日本機械学会論文集, 33 (昭42)29, p. 826
- 47) 斎藤: 日本鉄鋼協会第9回技術講座 (昭42-5), p. 17
- 48) たとえば, J. H. TSCHISHIKOW, Walzwerkswesen, (1954), Veb Verlag Technik
- 49) W. L. ROBERTS: Iron Steel Engr., 42(1965)11, p. 75
- 50) 柳本: 機械学会論文集, 27(昭36)178, p. 800
- 51) A. TROOST: Arch. Eisenhüttenw., 35(1964)9, p. 847
- 52) A. GELEJI: ibid., 38 (1967) 2, p. 99
- 53) C. S. RUDISELL and C. F. ZOROWSKI: Proc. Int. Conf. Manuf. Tech., (1967) 9, p. 1083
- 54) 柳本: 日本機械学会論文集, 27 (昭36) 181, p. 1431
- 55) 柳本: 同上, 27 (昭36) 181, p. 1435
- 56) E. SIEBEL and W. LEUG: Mitt. K. W. I. Eisenforsch., 15(1933), p. 1
- 57) G. WALLQUIST: Jerkont. Ann. 111(1927), p. 39
- 58) Z. WUSATOWSKI: Iron Steel (U.K.) (1962) 5, p. 185
- 59) 柳本: 塑性と加工, 2 (1961) 9, p. 335
- 60) 柳本, 青木: 塑性と加工, 8 (1967) 83, p. 686  
および, 同, 8 (1967) 83, p. 692
- 61) 青木, 柳本: 塑性と加工, 9 (1968) 92, p. 597  
同, 9 (1969) 94, p. 797; 同, 10 (1969) 101, p. 433; 同, 10 (1969) 102, p. 479
- 62) M. VATER and H. KETTNER: Tech. Mitteilungen, 59 (1966) 10, p. 508
- 63) 柳本: 機械学会論文集, 28 (昭37) 190, p. 637
- 64) O. PAWELSKI: Stahl u. Eisen., 86 (1966) 21, p. 1375
- 65) 豊島, 坂本, 安田, 中島: 塑性と加工, 2 (1961) 9, p. 347
- 66) 五弓, 斎藤: 金属学会誌, 29 10, p. 1005
- 67) G. SACHS and L. J. KLINGER: J. Appl. Mech., 14 (1947), A 88
- 68) R. L. HOLBROOK and C. F. ZOROWSKI: Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., Ser. B, 88 (1966) 4, p. 401
- 69) H. LIPPMANN and O. MAHRENHOLZ: Arch. Eisenhüttenw., 34 (1963) 6, p. 419
- 70) 柳本: 機械学会論文集, 28 (昭37) 190, p.637
- 71) 青木, 柳本: 塑性と加工, 10 (1969) 102, p.529

- 72) W. JOHNSON and G. NEECHAM: *Int. J. Mech. Sci.*, 8 (1966), p. 433
- 73) 中島, 戸田, 加藤, 小田切, 清水: 日立評論, 47 (昭40) 9, 1583
- 74) A. GELEJI, 五弓訳: 金属加工の計算 (上巻), (昭39), p. 166, コロナ社
- 75) W. LEUG and H. G. MULLER: *Stahl u. Eisen*, 76 (1956) 21, p. 1343
- 76) Z. WUSATOWSKI and Z. SZALAJDA: *Iron Steel (U.K.)*, (1956) 2, p. 61
- 77) たとえば, 文献 58) (または, E. SIEBEL, *walzlager für walzwerke*, 1941)
- 78) B. A. НИКОЛАЕВ: *Известия Высших Учебны Введений* (1963) 8, p. 102
- 79) H. HOFF and H. T. DAHL: *Grundlagen des Walzverfahrens*, (1955), p. 194, Verlag stahl-eisen M.B.H., Düsseldorf
- 80) Z. WUSATOWSKI: *Iron Steel (U.K.)*, 1962-5, p. 185; 同, (1962) 6, p. 300
- 81) たとえば, L.G.M. SPARLING: *Proc. Inst. Mech Eng.*, 175 (1961) 11, p. 604
- 82) 柳本: 塑性と加工, 5 (1964) 40, p. 315
- 83) N. R. CHITKARA and W. JOHNSON: *Trans. Amer. Soc. Mech. Eng. (J. Basic Eng)*, (1966) 6, p. 489
- 84) H. E. Красников: *Цветны Металл*, 38 (1965) 4, p. 64
- 85) たとえば A. T. ZELIKOV: *Stal*, (1962) 11, p. 874
- 86) A. I. ZALIKOV: *Principles & Theory of Rolling*, *Trans. No BISI*, p. 4820
- 87) 小池, 大矢, 柳本: 第20回塑性加工連合講演会前刷, (昭44) 11, p. 17
- 88) W. ROTH: *Ing. Arch.*, 26 (1958), p. 333
- 89) S. S. СЕРПУРКИН: *Stahl u. Eisen*, 82 (1962) 21, p. 1450
- 90) 美坂: 第20回塑性加工連合講演会前刷(昭44-11), p. 29
- 91) 田中, 吉識, 福田: 塑性と加工, 2 (1961) 2, p. 325
- 92) G. SACHS, J. V. LATORRE, and M. K. ШАККО: *Iron Steel Engr.*, 38 (1961) 12, p. 71
- 93) K. N. TONG, M. SADRE, and M. K. ШАККО: *ibid.*, 40 (1963) 4, p. 124
- 94) P. I. POLUKHIN ほか 5名: *Stal*, 2 (1963), p. 172; P. I. PLUKHIN ほか, 3名 *Stal*, 11 (1963) 11, p. 881
- 95) M. E. Фрейдензон and И. Я. Гарновскщ: *Известия Высших Учебны Заведэний*, (1967) 3, p. 91
- 96) B. П. Почухцн and Ю. Д. Железнов, A. B. Зцювьев: *ibid.*, (1962) 9, p. 143; (1962) 11, p. 106
- 97) B. Л. Почухпн, B. C. Пояшов and Ю. A. Шпшкцн: *ibid.*, (1967) 4, p. 79; (1967) 5, p. 83
- 98) 戸沢: 第18回塑性加工連合講演会 (昭42) 11, p. 285
- 99) 矢吹, 斎藤: 第19回塑性加工連合講演会 (昭43) 11, p. 217
- 100) 鈴木, 本城: 第18回塑性加工連合講演会前刷 (昭42) 11, p. 257
- 101) 鈴木, 鮫島: 日本機械学会講演論文集, 205 (1969) 4, p. 25
- 102) 鈴木, 上田: 第20回塑性加工連合講演会 (昭44) 11, p. 25
- 103) K. N. SHOHT and N. A. TOWNSEND: *J. Iron Steel Inst.*, (1968) 11, p. 1088, p. 1099
- 104) B. SABATINI, K. A. YEOMANS: *ibid.*: (1968) 12, p. 1207, p. 214
- 105) A. R. SINGER and J. J. O'BRIEN: *J. Iron Steel Inst.*, (1962) 12, p. 1003
- 106) M. D. STONE and R. GRAY: *Iron Steel Engr.*, 42 (1965) 8, p. 73
- 107) 塩崎: 塑性と加工, 9 (1968) 88, p. 315
- 108) 阿高, 鈴木: 第20回塑性加工連合講演会前刷 (昭44-11), p. 41
- 109) J. D. KELLER: *Blast Furn. Steel Pl.*, (1937) 10, p. 1110
- 110) H. FORD and J. M. ALEXANDER: *J. Inst. Metals*, 88 (1959/60), p. 193
- 111) A. A. KOROLEV: *Stal*, 12 (1963) 12, p. 947
- 112) K. TONG and G. SACHS: *J. Mech. Phys. Solids*, 6 (1959), p. 35
- 113) P. J. G. HUGGINS: *J. Inst. Metals*, 11 (1961), p. 238
- 114) O. PAWELSKI and G. KADING: *Stahl u Eisen*, 87 (1967) 22, p. 1340
- 115) K. TAKAHASHI, K. NAKAJIMA, and K. MURATA: *Friction & Lubrication in Metal Processing*, (1966), p. 137, ASME New York
- 116) K. MIETZNER: *Stahl u. Eisen*, 82(1963)6, p.336
- 117) D. A. CHATFIELD and C. A. BEISER: *Blast Furn. Steel Pl.*, (1968) 8, p. 696
- 118) 春日, 水野, 木村: 第16回塑性加工連合講演会 (昭40), p. 165
- 119) W. PANKNIN and H. KRANENBERG: *Stahl u. Eisen*, 88 (1968) 1, p. 484
- 120) D. KIENZLE and K. MIETZNER: *Grundlagen-einer Typologie umgeformter metallischer Oberflächen*, (1965), 69, Springer-Verlag, Berlin
- 121) L. H. BUTLER: *Metallurgia*, (1960) 4, p. 167
- 122) P. F. THOMSON and J. S. HOGGOT: *J. Inst. Metals*, 96 (1968), p. 40
- 123) 佐伯, 橋本: 塑性と加工, 9 (1968) 95, p.838
- 124) O. KIENZLE: *Schmiedetechnische Mitteilungen*, 5 (1961), p. 545
- 125) 鈴木, 鎌田: 塑性と加工, 8 (1967) 80, p. 460
- 126) 鈴木, 鎌田同上, 9 (1968) 85, p. 86
- 127) 鈴木, 岡戸: 塑性と加工, 10 (1969) 106, p.808
- 128) 鈴木, 岡戸: 塑性と加工, 10 (1969) 106, p.817
- 129) C. W. HESSENBERG and W. N. JENKINS: *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 169 (1955), p. 1051
- 130) G. LIANIS and H. FORD: *ibid.*, 171(1957), p. 759
- 131) 西村, 枝本, 美坂: 塑性と加工, 4 (昭38) 27, p. 231
- 132) 美坂: 塑性と加工, 10 (1969) 96, p. 9  
8 (1967) 75, p. 188
- 133) 阿高: 塑性と加工, 10 (1969) 90, p. 16
- 134) 有村, 鎌田, 斎藤: 塑性と加工, 10 (1969) 1, p. 29
- 135) 鈴木, 阿高: 塑性と加工, 10(1969) 101, p. 449
- 136) 鈴木, 阿高: 同上, 10 (1969) 104, p. 672
- 137) 鈴木, 鎌田: 塑性と加工, 9 (1968) 89, p. 395
- 138) 鈴木, 鎌田: 同上, 9 (1968) 90, p. 459