

70581 . クリープ試験データの統計的解析について*

河田和美**・横井 信***・田中千秋***・門馬義雄***・新谷紀雄***

Statistical Analysis of Creep Data

Tomoyoshi KAWADA, Shin YOKOI, Chiaki TANAKA,

Yoshio MONMA, and Norio SHINYA

Synopsis:

In the presentation of creep data on the materials for elevated temperature use, it is most desirable to analyse them by use of statistical procedures and express the results in objective form.

In this paper an attempt has been made to fit statistically regression curves for the creep data actually obtained for $2\frac{1}{4}\text{Cr}-1\text{Mo}$, $1\text{Cr}-1\text{Mo}-1/4\text{V}$, $18\text{Cr}-10\text{Ni}-\text{Ti}$ and $16\text{Cr}-13\text{Ni}-3\text{Mo}$ steels, concerning relations of stress vs. rupture-time, stress vs. minimum creep rate and stress vs. parameters (LARSON-MILLER etc.), which contain rupture-time and temperature or creep rate and temperature.

The results obtained are as follows;

(1) The maximum significant degree of polynomials used for the regression equations for curve fitting turns out to be the third (cubic).

(2) The frequency distribution of residuals obtained from the estimated value and the observed value of logarithms of the rupture-time, the minimum creep rate and the parameters shows normality.

(3) There are some cases where a segmentwise regression curve composed of two straight lines fits the data better than a single curve with an increased degree of regression.

(4) The propriety of the general use of twenty as the value of the constant C in LARSON-MILLER parameter is confirmed statistically. It should be noted, however, that there are some cases where the contribution in curve fitting suddenly deteriorates when the constant C increase over twenty.

(5) As the results of the statistical studies regarding the comparison of the three different parameter methods, the MANSON's parameter method is shown to be better than the LARSON-MILLER's and DORN's methods in respect of curve fitting for the creep rupture data.

(Received Nov. 7, 1969)

1. 緒 言

金属材料のクリープデータは、一般に応力に対するクリープ破断時間、応力に対する最小クリープ速度および応力に対する LARSON-MILLER などのパラメータの関係として表わされる。これらの関係を直線または曲線で整理して表示する場合、従来はいわゆる“visual-fit”の手法によつて引いたものが多かつた。しかし、この手法で引いた直線や曲線は、データの回帰線として最適なものであるかどうかはわからないし、データのバラツキを数量的に表わすことができない。そのため近年統計的手法によるクリープデータの整理の必要性が強調され、クリープデータに回帰式としての多項式をあてはめることが試みられている^{2)~11)}。

しかし、これらの報告を検討すると、以下に示すように統計的な取り扱いの面で考慮すべき点が多い。すなわち、(1) 用いた多項式の次数が1次あるいは2次の場合だけで、3次以上の高次における曲線のあてはめ性を調

べたものはないし、1次あるいは2次で十分であるかどうかを統計的に基礎づけたものは少ない。(2) データの分布が等分散で正規分布をするという仮定のもとに統計的取り扱いがされているが、実際のデータがそのような性質をもっているかどうかについての検討を行なつたものはない。(3) 1本の1次あるいは2次曲線ではよいあてはめのえられないデータについて折れ線回帰を行なつた報告もあるが、この場合、折れ点の位置は材料の金属組織に顕著な変化が見られる点をとつており、純然たる統計的方法で算出したものはない。(4) LARSON-MILLER や MANSON-HAFERD などのパラメータによる整理方法の比較を行なつた報告²⁾⁹⁾はあるが、パラメータ定数、とくに LARSON-MILLER パラメータの定数を統計的手法により求め、検討したものは少ない。

* 昭和42年4月、43年4月本会講演大会にて発表
昭和44年11月7日受付

** 金属材料技術研究所 理博

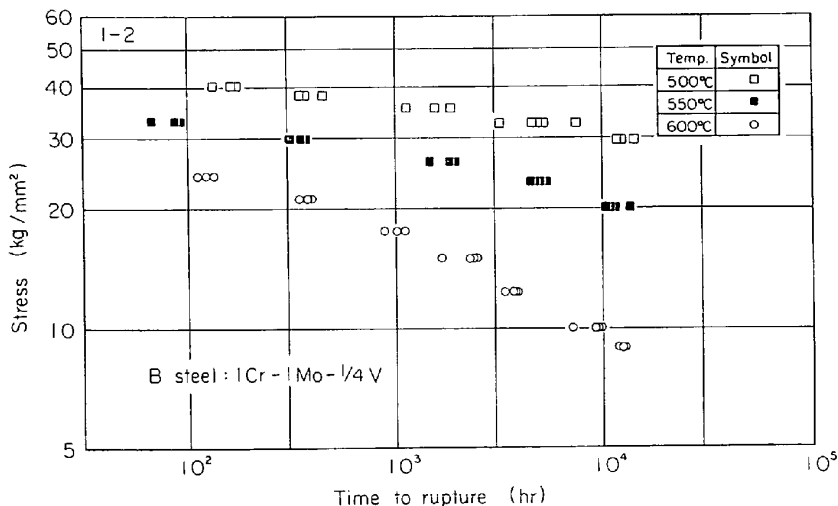
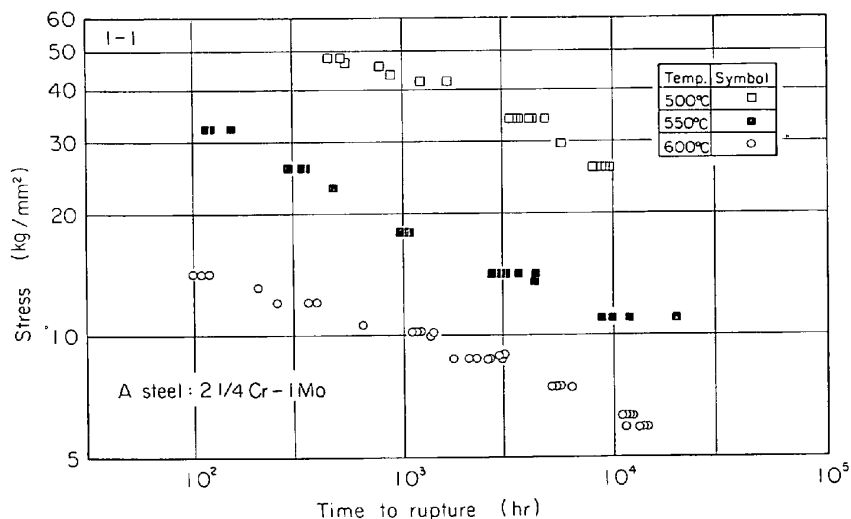
*** 金属材料技術研究所

Table 1. Chemical composition and heat treatment of materials.

Material	Mark	Chemical composition (wt%)										Heat treatment	
		C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo	Ti		V
2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo	A	0.11	0.39	0.47	0.019	0.006	0.11	0.09	2.20	0.98	—	—	930°C × 1hr $\xrightarrow{100^\circ\text{C/hr}}$ Cooled
1Cr-1Mo- $\frac{1}{4}$ V	B	0.32	0.29	0.54	—	—	—	0.50	0.94	1.10	—	0.30	1010°C × 21hr \rightarrow 880°C × 7hr \rightarrow AC 720°C × 60hr \rightarrow FC 955°C × 25hr \rightarrow Mist C 670°C × 85hr \rightarrow FC
18Cr-10Ni-Ti	C	0.05	0.75	1.45	0.031	0.012	—	12.53	17.67	—	0.60	—	1100 ± 5°C × 1hr \rightarrow WQ
16Cr-13Ni-3Mo	D	0.09	0.44	1.58	0.014	0.017	0.06	13.32	16.18	2.68	—	—	1090°C × 1hr \rightarrow WQ

本報告では、以上のような従来の報告にみられる不十分な点をできるだけ改善する意図をもって、クリープデータの統計的整理を試みた。すなわち、クリープのふるまいがそれぞれ異なり、かつそれぞれ特徴をもつ 2 $\frac{1}{4}$ Cr-

1Mo 鋼, 1Cr-1Mo- $\frac{1}{4}$ V 鋼, 18Cr-10Ni-Ti 鋼および 16Cr-13Ni-3Mo 鋼についての応力に対する破断時間, 最小クリープ速度および LARSON-MILLER, DORN, MANSON の各パラメータの関係について 5 次までの回帰



線のあてはめ性を検討した。そしてデータの正規分布性を実際のデータについて検証し、折れ線回帰における折れ点および LARSON-MILLER パラメータの定数を統計的根拠から求め、また各パラメータ法によつて整理されたデータについてのあてはめ性の比較を行なつた。これらの結果について報告する。

2. クリープ試験データ

試験材料は Table 1 に示す 2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼, 1Cr-1Mo-1/4V 鋼, 18Cr-10Ni-Ti 鋼および 16Cr-13Ni-3Mo 鋼の 4 鋼種 (以下 A, B, C および D 鋼という) で、各鋼種とも同一溶鋼のものから試料を採取した。クリープ試験は、各鋼種 3 試験温度について、最長約 3 万時間まで、JIS に準拠して行なつた。えられたクリープ破断試験データは Fig. 1 に示すとおりである。これらのデータについて統計的整理を行なつた。

3. 統計的手法

3.1 回帰分析の方法

応力に対する破断時間などの関係を表わすクリープデータに曲線のあてはめを行なう場合、どのような関数形を想定すべきかについて、物理冶金的に根拠のある理論はまだ知られていない。そこで、ここでは最も一般的な多項式を用いて曲線のあてはめを行なうことにした。すなわち用いた回帰線の構造式は次に示すとおりである。

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \dots + \beta_n x_i^n + e_i \dots \dots (1)$$

ただし、 y_i : 確率変数

x_i : 確定変数

β_0 : 定数

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$: 回帰係数

e_i : 正規分布 $N(0, \sigma_s^2)$ をする誤差

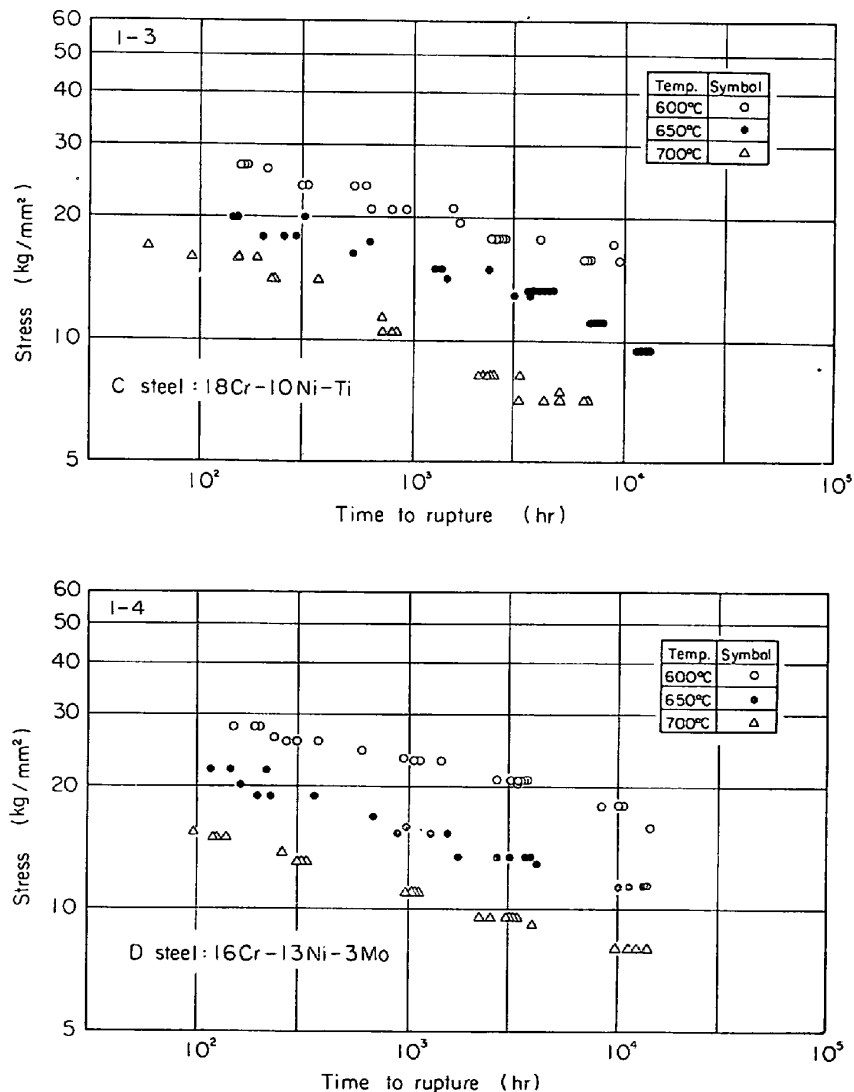


Fig. 1. Creep rupture data of four materials tested.

$i : 1, 2, \dots, m$

ここで、確定変数 x_i としては応力の対数 ($\log \sigma$) をとり、確率変数 y_i としては破断時間の対数 ($\log t_R$) や最小クリープ速度の対数 ($\log \dot{\epsilon}_{\min}$)、または次に示す各パラメータをとつた。

$$\text{LARSON-MILLER} : P = T(C + \log t_R)$$

$$: P = T(C - \log \dot{\epsilon}_{\min})$$

$$\text{DORN} : P = \log t_R - \Delta H / 2 \cdot 303 RT$$

$$\text{MANSON} : P = (\log t_R - \log t_a) / (T - T_a)^r$$

ただし、 P はパラメータ、 ΔH は活性化エネルギー、 R はガス定数、 T は絶対温度、および C 、 $\log t_a$ 、 T_a 、 r はパラメータ定数である。そして確率変数 y_i は等分散で正規分布するものと仮定して回帰線を推定した。

実際の計算は構造式を次に示す直交多項式で表わして行なつた。

$$Y = A_0 + A_1 P_1 + A_2 P_2 + \dots + A_k P_k \dots \dots \dots (2)$$

ただし、 Y : 確率変数

P_1, P_2, \dots, P_k : 確定変数に関する 1, 2, ..., k 次の多項式で、1, P_1, P_2, \dots, P_k は直交系をつくる。

A_0 : 定数

A_1, A_2, \dots, A_k : 回帰係数

これを用いて最小二乗法で A_0, A_1, \dots, A_k の最確値を推定し、1次から5次までの回帰式を求めた。そして k 次の回帰式にさらに $k+1$ 次の項を加えることによつて生ずる回帰変動による不偏分散 V_{k+1} と、 $k+1$ 次の回帰式に対する残差変動による不偏分散 $V_{E(k+1)}$ の比 $V_{k+1}/V_{E(k+1)}$ を求め¹²⁾、それを危険率 5%における F 分布表からの値と比較し、次数を高めることに意味があるかどうかの検定を行なつた。また、各次の回帰式に対して関与率を求め、回帰の次数を高めることによる x_i, y_i 間の関連の度合の強まり方を調べた。LARSON-MILLER パラメータ ($L.M.P.$) のパラメータ定数 C については各次の回帰式に対してその値を変化させて、 C と関与率の関係調べた。さらに回帰の推定値と実測値との残差の度数分布を求めて、 x_i に対して y_i が等分散の仮定のもとに正規分布するかどうかを度数分布図と確率紙によつて調べ、各回帰式による回帰推定値からのバラツキに基づいて、信頼度 95%における信頼区間を求めた。そして、えられた回帰線や信頼区間に基づいて各応力水準におけるデータのかたよりを調べた。

3.2 最適な回帰線の選定

以上の結果から、次の3つの観点に基づいて最もあてはめに適した回帰線を選んだ。

(1) 危険率 5%の F 検定で有意であり、かつ関与率

が大きいこと。

(2) できるだけ次数の低い回帰線が望ましいこと。

(3) 確率変数の残差が正規分布し、かつ各応力水準におけるデータのかたよりが小さいこと。

これらの観点から、実際には直交多項式の次数を高めていつて最初に有意でないとした次数より1つ次数の低い回帰線を原則として選択した。このようにして選択した回帰線の次数の妥当性は関与率の変化からも確認した。

3.3 折れ線回帰

等分散性などについて疑問のあるものは、折れ線による回帰を行なつた。すなわち、データを高応力範囲に属するものと低応力範囲に属するものとに2分した組み合わせをつくり、それぞれ別々に直線回帰を行ない、残差平方和より最もあてはめのよい折れ曲り点を有する折れ線の組み合わせを選んだ。そして、この折れ線に他の場合と同じような手順で検討を加え、前記の方法ですでに求めた回帰線と比較して、あてはめのよさを確認し、実際に役立つ回帰線としてこの折れ線を選択した。

3.4 パラメータ法の比較

破断時間に関する LARSON-MILLER, DORN, MANSON¹³⁾¹⁴⁾の各パラメータ法におけるあてはめ性の比較を行なう場合は、3種のパラメータ法を同一基準で比較するために、パラメータそのものではなく、パラメータから破断時間の対数になおして、それについて3.1節にのけると同様に不偏分散比を求めて F 検定を行ない、関与率を求めた。また各パラメータ定数は各回帰次数ごとに最小二乗法により算出した値を用いた。

なお、これらに関する計算は電子計算機 NEAC 3100 または日本科学技術連盟の TOSBAC 3400C によつて行なつた。

4. 解析の結果と考察

4.1 回帰式の次数と不偏分散比および関与率との関係

$\log \sigma$ 対 $\log t_R$ についての回帰式の次数と不偏分散比および関与率との関係を Fig. 2 に示す。これらの関係のおもな特徴は次のとおりである。

(1) A鋼

不偏分散比の危険率 5%の検定結果は、500°C は 3 次、550°C および 600°C は 2 次まで有意であつた。関与率は、500°C と 600°C はほとんど同じ傾向を示し、1次から2次にかけて大幅に改善され、550°C は 1次から2次へかけての大きな変化は見られないが、次数を高めるにしたがつて次第に一定値に近づく傾向を示す。

(2) B鋼

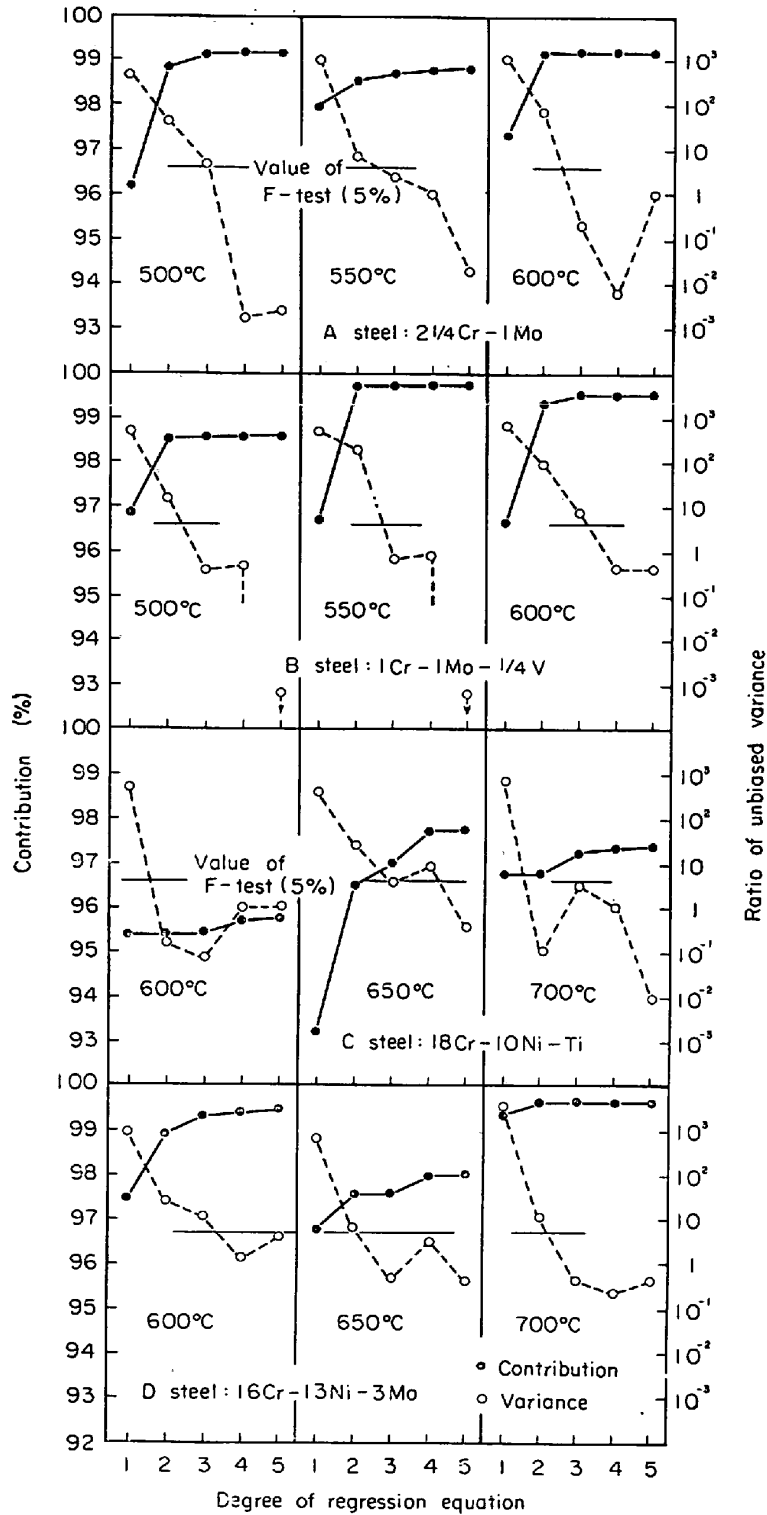


Fig. 2. Ratio of unbiased variance and contribution vs. degree of regression equation for time to rupture.

F検定結果は、500°Cおよび550°Cは2次まで、600°Cは3次まで有意であつた。関与率は、各試験温度で大体同じ傾向を示し、1次から2次にかけて大幅に改善されるが、500°Cおよび550°Cでは2次以上、600°Cでは3次以上はほとんど変わらない。

(3) C鋼

F検定結果は、A、B鋼およびあとで述べるD鋼の結果と比較して、やや異なつたようすを示している。すなわち、650°Cにおいて3次が有意でなく4次が有意となつたが、3章で述べたように、最初に有意でないとき

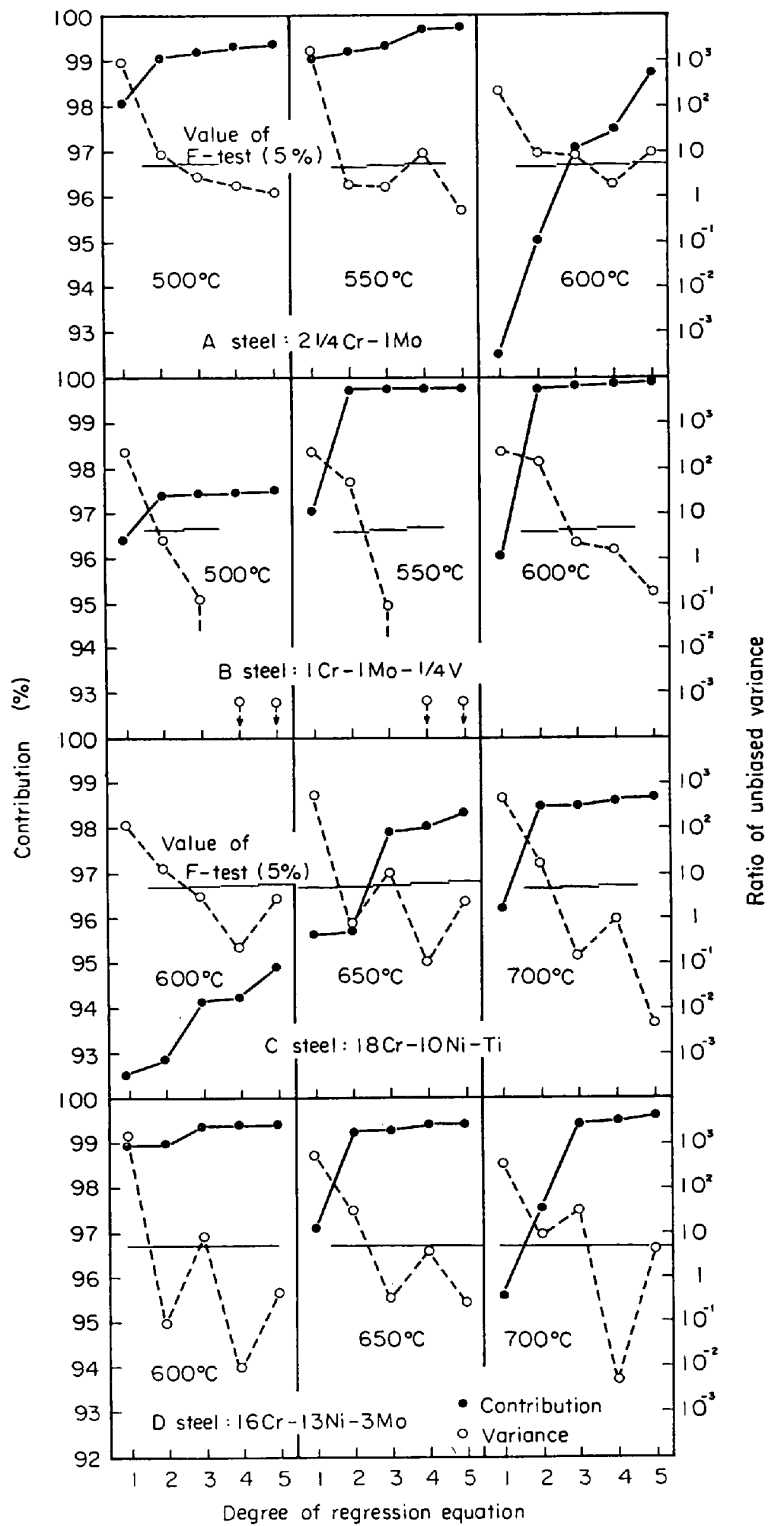


Fig. 3. Ratio of unbiased variance and contribution vs. degree of regression equation for minimum creep rate.

た3次の前の有意な次数の2次をここでは有意な回帰式として選択した。なお、600°Cおよび700°Cではともに1次が有意であった。次数を高めることによる関与率の増加の傾向は3試験温度ともやや異なっている。すなわち、関与率は、600°Cでは次数を高めてもあまりよく

ならず、700°Cでは2次から3次にかけてややよくなつて一定値に近づいている。しかし、ともにその変化は0.5%たらずである。650°Cでは1次から2次にかけて大幅に改善され、4次まで増加し、4次と5次では変わらない。また、各試験材料、各試験温度間の関与率の比

Table 2. Significant degree of regression equation.

Material		A		B		C		D	
log σ vs. or L.M.P. vs.		log t_R	log $\dot{\epsilon}_{min}$	log t_R	log $\dot{\epsilon}_{min}$	log t_R	log $\dot{\epsilon}_{min}$	log t_R	log $\dot{\epsilon}_{min}$
Temp. or parameter	500°C	3	2	2	1	—	—	—	—
	550°C	2	1	2	2	—	—	—	—
	600°C	2	3	3	2	1	2	3	1
	650°C	—	—	—	—	2	1	2	2
	700°C	—	—	—	—	1	2	2	3
	L.M.P.	2	1	3	2	2	2	1	3

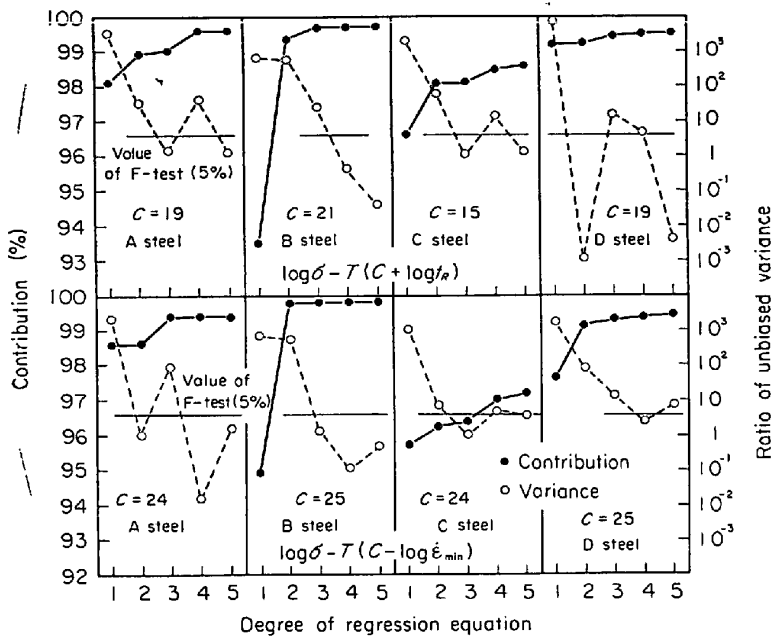


Fig. 4. Ratio of unbiased variance and contribution vs. degree of regression equation for L.M.P.

較は、標本の諸条件が異なるため厳密にはできないが、本試験材料の関与率は、他に比べて低い。

(4) D鋼

F検定結果は、600°Cは3次、650°Cおよび700°Cは2次まで有意であつた。関与率は、600°Cは1次から2次にかけて大きく増し、以後5次までわずかではあるがよくなつている。650°Cは1次から4次にかけて増加する。700°Cは2次でやや増加し、2次から5次にかけてはほとんど変わらない。

次に、log σ 対 log $\dot{\epsilon}_{min}$ に関する回帰式の次数と不偏分散比および関与率との関係を Fig. 3, および log σ 対 $T(C + \log t_R)$ と log σ 対 $T(C - \log \dot{\epsilon}_{min})$ に関する同じ関係を Fig. 4 に示す。 $T(C + \log t_R)$ と $T(C - \log \dot{\epsilon}_{min})$ の定数Cは次の4.2節におけるL.M.P.の定数Cの決定のところで求めた値を用いた。これらの図から、Fig. 2と同様な方法で、有意な回帰式の次数を整理すると、Table 2 (Fig. 2の結果も記入した) に示すとおりである。

これらの諸結果を全般的に見ると、不偏分散比は、回帰式の次数が高くなると小さくなる傾向を示すが、3章で述べたように直交多項式の不偏分散比 $V_{k+1}/V_{E(k+1)}$ を求めているので、高次になるにしたがつて小さくなるとはかぎらない。そして、危険率5%におけるF検定を行なう場合、次数を高めて最初に有意でないとした次数より1だけ次数の低い回帰式を選択した結果、Table 2に示すように最高次数は3次となり、4次および5次は選択されなかつた。関与率は、log σ 対 log $\dot{\epsilon}_{min}$ におけるA鋼とC鋼の600°Cおよびlog σ 対 $T(C - \log \dot{\epsilon}_{min})$ におけるC鋼の場合を除いて、一般に1次、2次、3次と次数が高まるにしたがつてある一定値に近づく傾向を示しており、4次、5次と次数を高めてもほとんど改善されない。この関与率の傾向はF検定結果とよい対応を示している。したがつて、F検定結果や関与率より判断して、

回帰式としての多項式の次数は3次で十分であることが推論される。また、関与率の比較からは断定できないがたとえば、log σ 対 log t_R におけるA鋼の550°Cとか各関係におけるC鋼などは、選択された次数において、関与率はともに99%以下を示して低い。これは標本条件の違いだけではなく、データのバラツキの大きいこと、または構造式が適当でないことなどを意味しているものと思われる。

4.2 L.M.P. の定数Cの決定

$T(C + \log t_R)$ および $T(C - \log \dot{\epsilon}_{min})$ の定数Cの値が3試験温度のデータのパラメータによる整理にどのように影響するかを調べるために、各試験材料ごとに、Cの値を20近辺の整数で5~14段階にいろいろ変えて、1次から5次までの回帰線の各次における関与率を求めた。

破断時間のL.M.P.に関しては、log σ 対 $T(C + \log t_R)$ における定数Cの値と各次の回帰式における関与率との関係を Fig. 5 に示す。定数Cに対する関与率

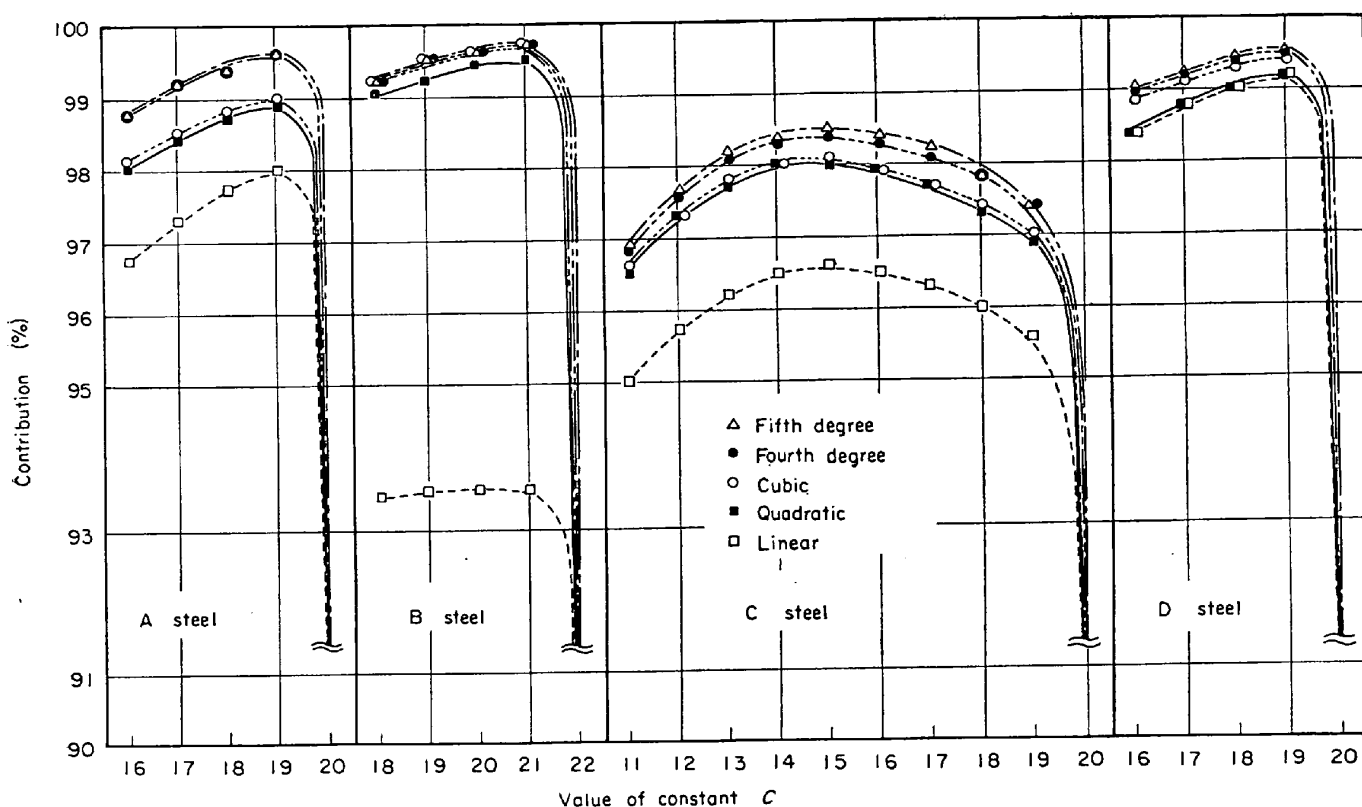


Fig. 5. Contribution vs. value of constant C in $L.M.P.$ [$T(C + \log T_R)$].

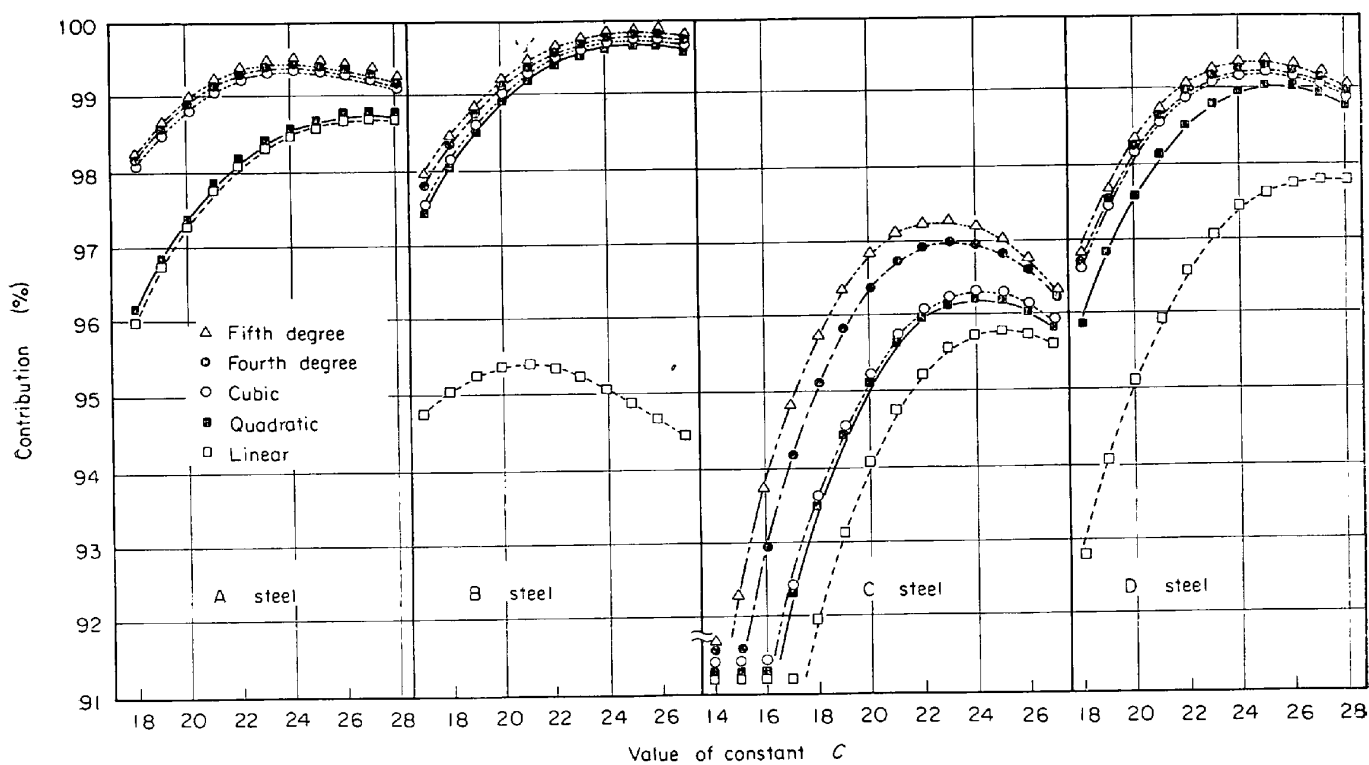


Fig. 6. Contribution vs. value of constant C in $L.M.P.$ [$T(C - \log \epsilon_{\min})$].

の変化は、C鋼を除いて、同じような傾向を示しており、Cの値が大きくなるにつれて関与率は徐々によくなり、最高の値に達したのち急激に悪くなっている。C鋼の関与率は、定数Cの値が約15のとき最高に達し、その後徐々に悪くなり、定数Cが19を過ぎると急激に悪くなつて、ほかの3鋼種の傾向とはすこし異なつた様相を示している。次数と関与率の関係を見ると、4.1節の検討結果より示唆されるように、高次になるにしたがつて関与率がよくなつている。また各試験材料とも1次から5次における関与率の最高値を示すCの値はほとんど変わらない。関与率が最高値を示すCの値に最も近い整数値は、A鋼は19、B鋼は21、C鋼は15、D鋼は19であつた。

最小クリープ速度のL.M.P.に関しては、 $\log \sigma$ 対 $T (C - \log \dot{\epsilon}_{min})$ における定数Cの値と各次の回帰式における関与率を Fig. 6 に示す。定数Cと関与率との関

係は、関与率のレベルに差はあるが、各試験材料とも同じような傾向を示している。また、各試験材料とも関与率の最高値を示すCの値が次数によつて多少異なつてはいるが、これは破断時間のL.M.P.では見られなかつた現象である。C鋼の関与率は、破断時間のL.M.P.の場合と同様に、他に比較して悪い。

最も関与率がよくなる時のCの整数値は、A鋼では1次と2次は27、3次と4次は24である。しかし、24と27の間では、各次における関与率はあまり差がないのでCの値として24を採用した。B鋼では、1次は21、2次以上は25である。関与率の傾向から、2次以上を主体と考えて、Cの値は25を採用した。C鋼では、1次は25、2次と3次は24、4次と5次は23である。関与率の傾向から、Cの値は平均的な値をとつて24を採用した。D鋼では、B鋼の場合と同様な考え方で、2次

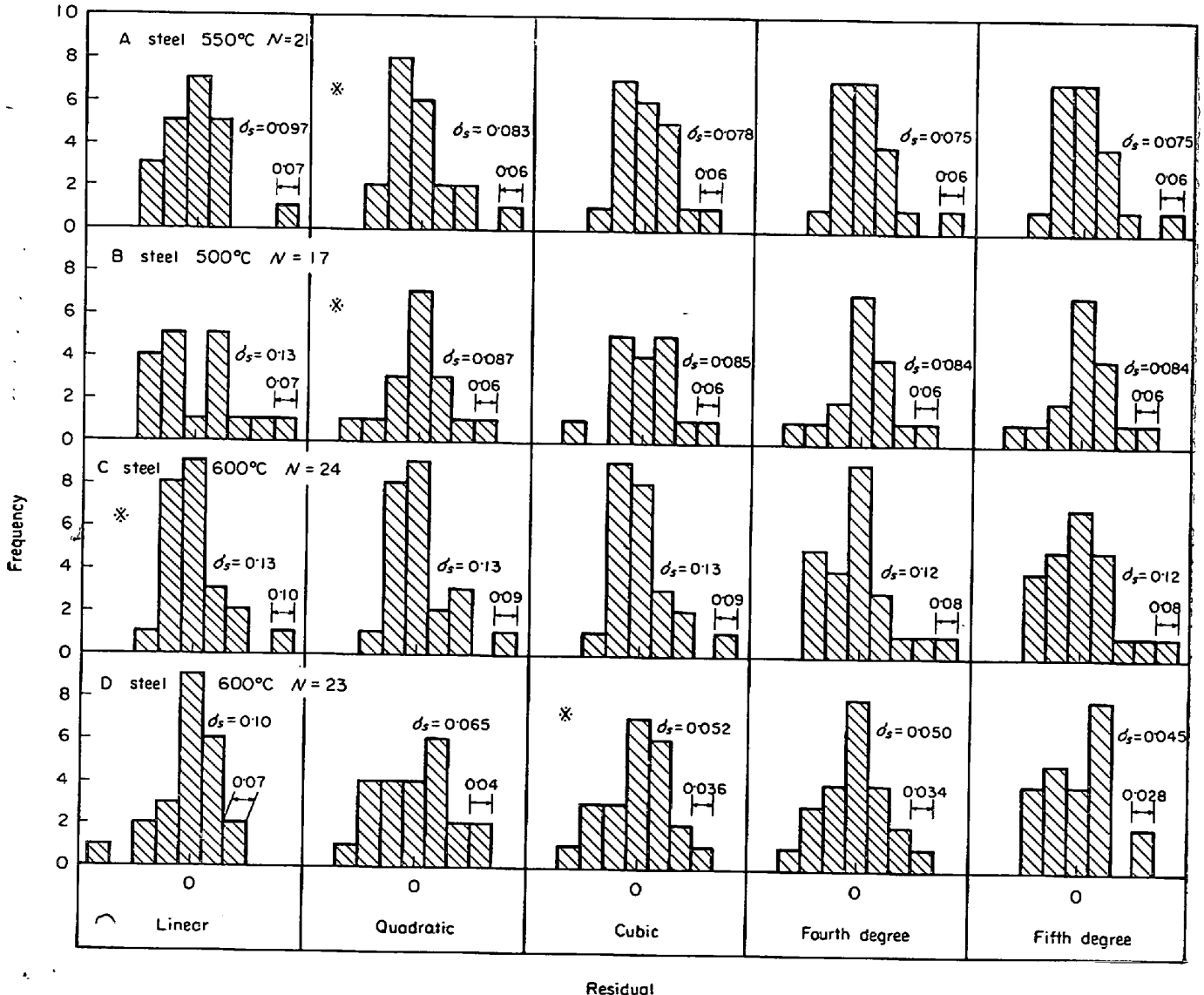


Fig. 7. Histogram of residual for logarithmic time to rupture.

から5次までに対応する25を採用した。これらの定数Cの値を本報告における計算に用いた。

なお、Fig. 5, 6に示すように、おおよそCの値が20付近では関与率が高く、しかもCに対する関与率の変化が小さかつたが、このことから、一般にL.M.P.のCの値として20を用いていることの妥当性が理解できる。しかし、Cの値が20をこえると、関与率が急に悪くなる場合があるので、20をこえる数値を用いるときはよく検討してからでないとい整理ができない危険性がある。

4.3 残差の度数分布

残差の度数分布の一例として、log σ 対 log t_Rにおける度数分布の一部および log σ 対 T(C + log t_R) と log σ 対 T(C - log ε_{min}) の度数分布を Fig. 7~9に示す。なお、この度数分布図の階級数はスタージェスの

式¹⁹⁾より求めた。

Fig. 7におけるように、標本の大きさが小さい場合は分布の正規性を調べるのには適さず、なかには正規性の疑わしいものもある。しかし一般に、曲線のあてはめに選択された回帰式の次数(図中*印)以上では分布の正規性はよくなっていくように思われる。そして4次、5次ではその分布特性に大きな変化が見られない。なお、log σ 対 log t_RにおけるA鋼の550°CとC鋼の650°Cおよび log σ 対 T(C + log t_R)におけるA, C鋼の度数分布は、選択した次数においてほかに比べてやや正規性が劣っているようであつた。また、log σ 対 T(C - log ε_{min})におけるA鋼では1次を選択したが、3次になると急によい正規性を示すようであつた。

度数分布図のほかに正規確率紙による検討も行なつたが、全体的な傾向として、選択された回帰式の次数以上

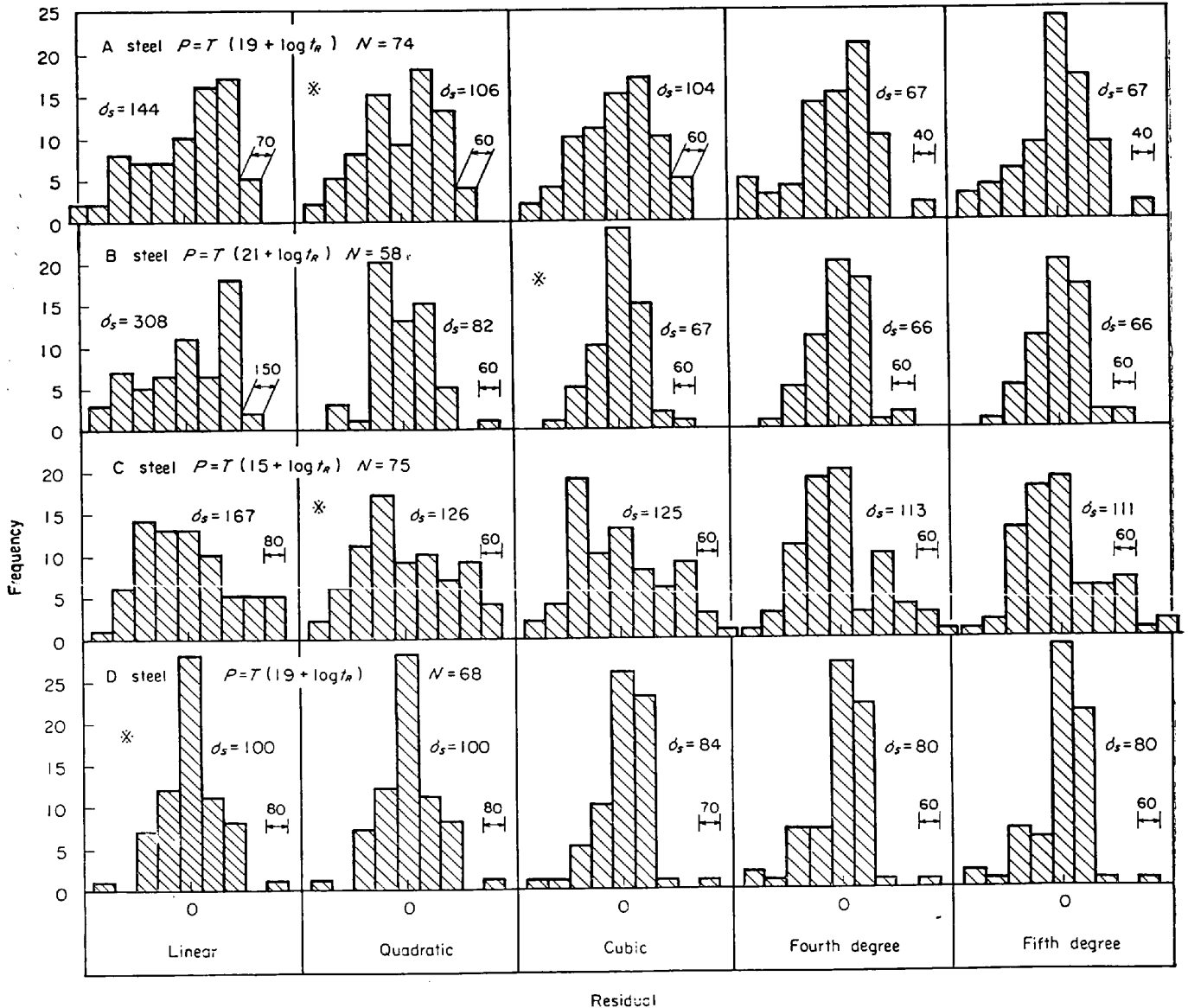


Fig. 8. Histogram of residual for L.M.P. [T(C + log t_R)].

では各データのプロットはほぼ直線に近似され、正規分布を満足しているものと判断した。なお、ここでは $\log \sigma$ 対 $\log \dot{\epsilon}_{\min}$ における度数分布図を示さなかつたが、この場合、標本の大きさが $N=9\sim 21$ と小さく、正規性が疑わしいものもあつたけれども、おおむね上記と同様なことがいえ、分布の正規性を満足しているものと判断した。

4.4 各次の回帰線と信頼区間

選択された回帰式の次数のうち最高なもの、すなわち 3 次までの回帰線とその信頼度 95% における信頼区間の一例を Fig. 10, 11 に示す。

これらの図から、1 次より 3 次にかけてデータへのあてはめがよくなつていくことがわかる。そして 2 次あるいは 3 次が有意である場合は、それらより低次の回帰線ではある応力水準のデータにかたよりが見られる。この

かたよりはほとんどの場合あてはめに選択された次数の回帰線になるとなくなる。しかし、 $\log \sigma$ 対 $\log t_R$ における A 鋼の 550°C と C 鋼の 650°C および $\log \sigma$ 対 $T(C + \log t_R)$ における A, C 鋼では、ともに 2 次が選択されているにもかかわらず 3 次になつてもかたよりが見られ、等分散の仮定の成立が疑わしく思われる。すなわち、A 鋼では、 $\log \sigma$ 対 $\log t_R$, $T(C + \log t_R)$ とともに応力が約 10~20 kg/mm²、また C 鋼では両関係ともに応力が約 12~17 kg/mm² の範囲で、プロットが回帰線の下側あるいは上側にほとんど集中し、応力がそれ以外では、プロットが回帰線の上側あるいは下側に集中して、著しいかたよりが見られる。また $\log \sigma$ 対 $T(C - \log \dot{\epsilon}_{\min})$ における A 鋼では Fig. 4 から有意な回帰式として 1 次を選択した。しかし、ここでは図示しなかつたが、4.6 節の Fig. 15-1 に示すように、1 次の回帰線では

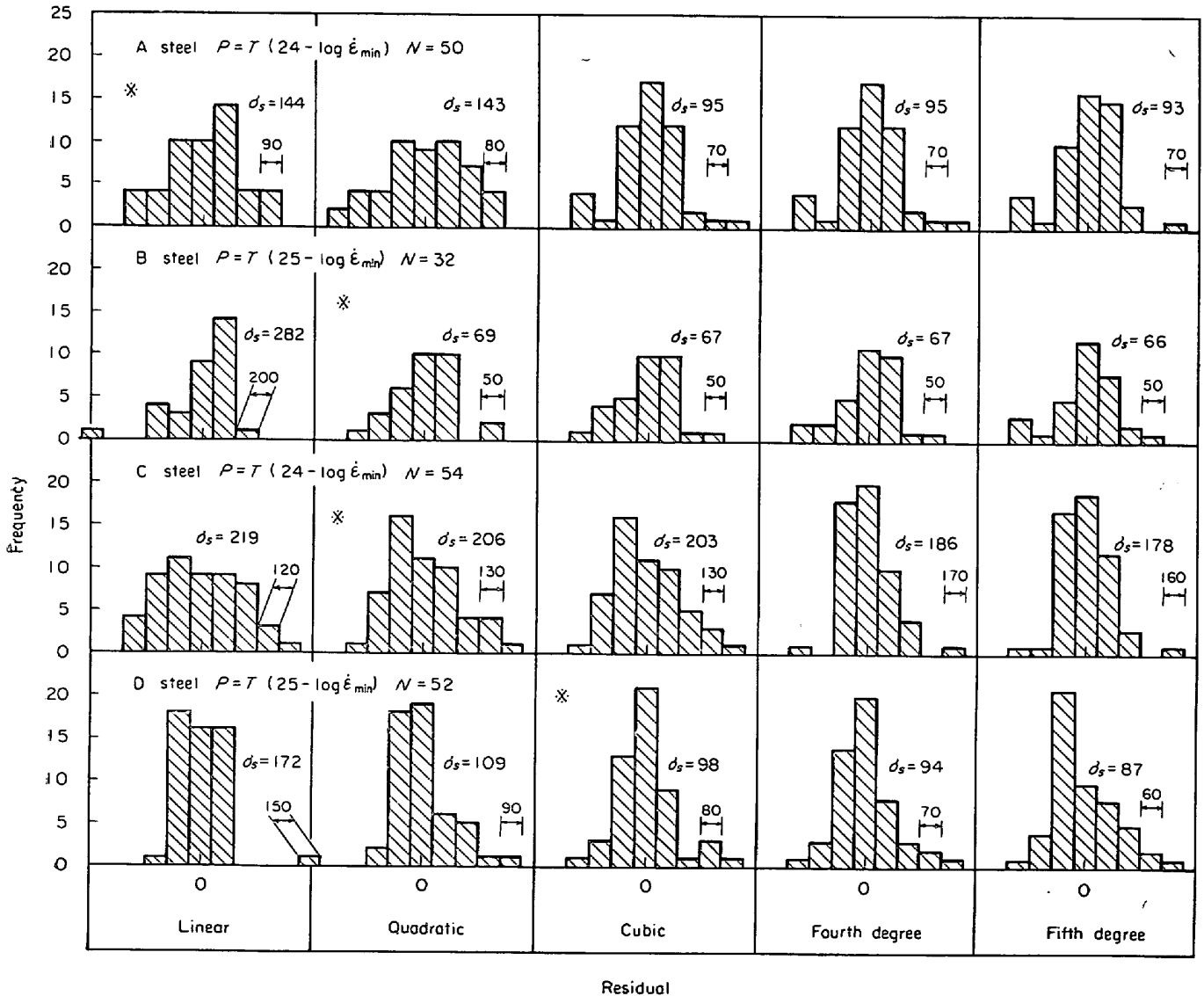
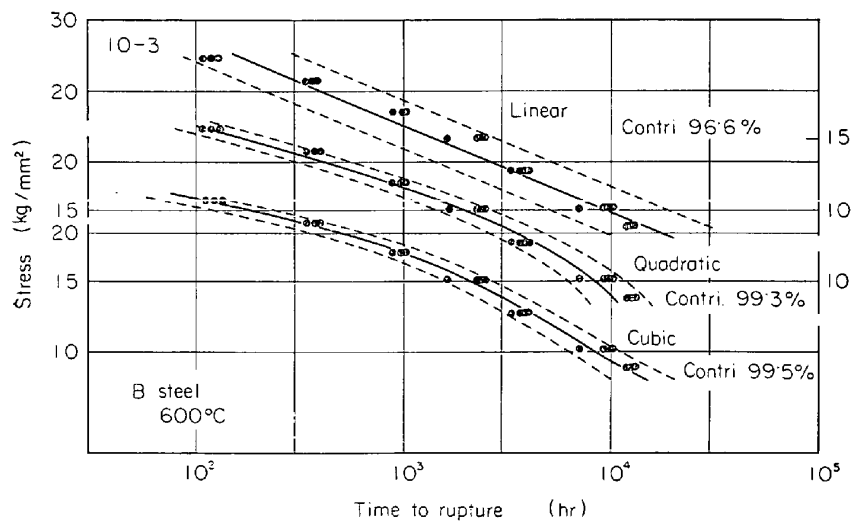
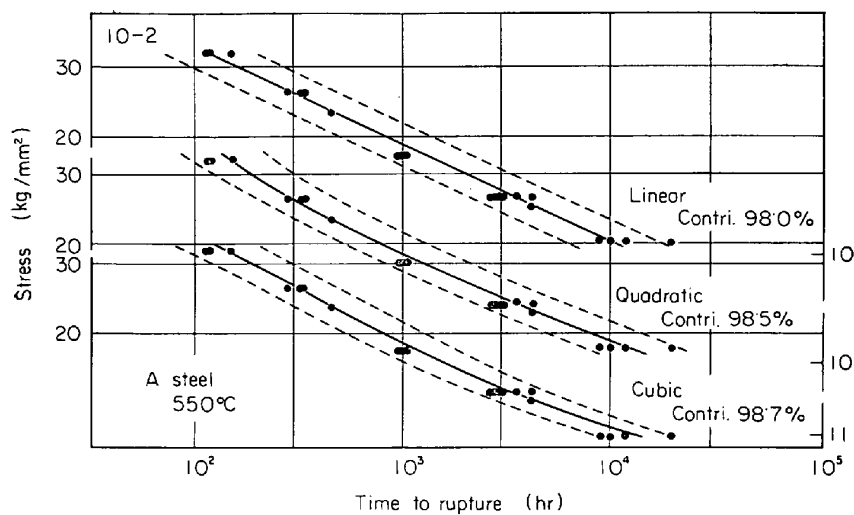
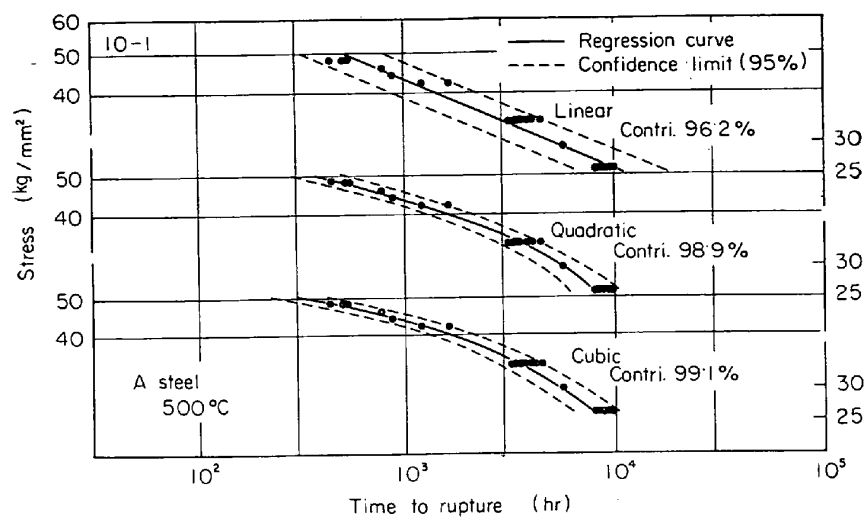


Fig. 9. Histogram of residual for L.M.P. [$T(C - \log \dot{\epsilon}_{\min})$].



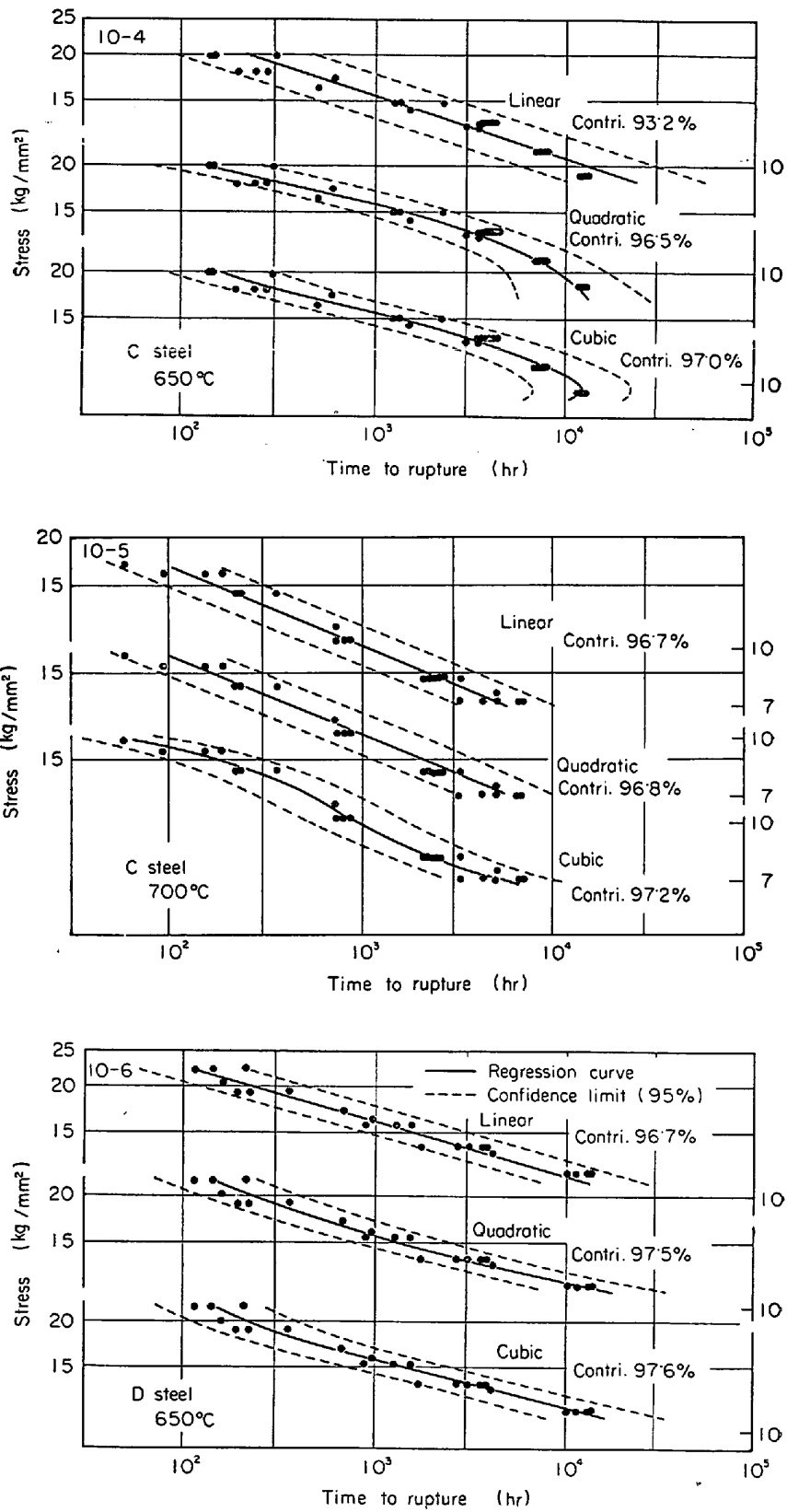
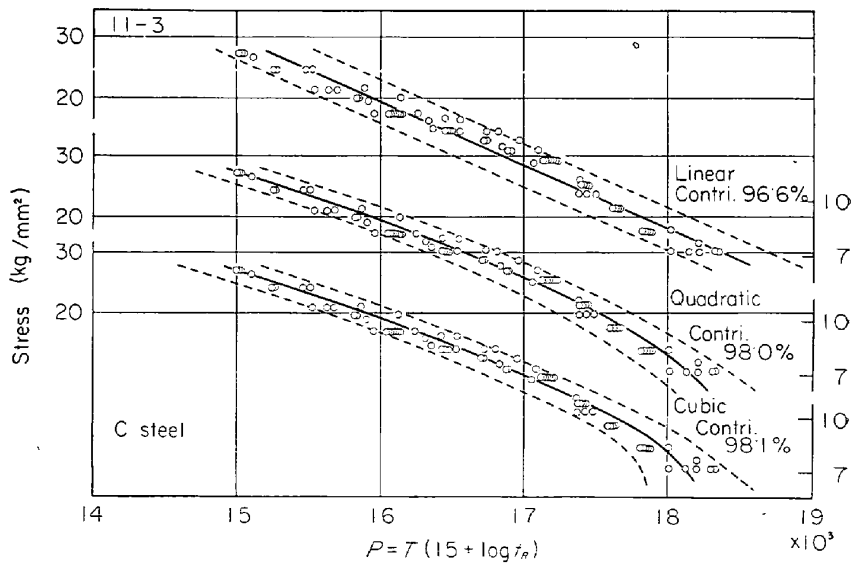
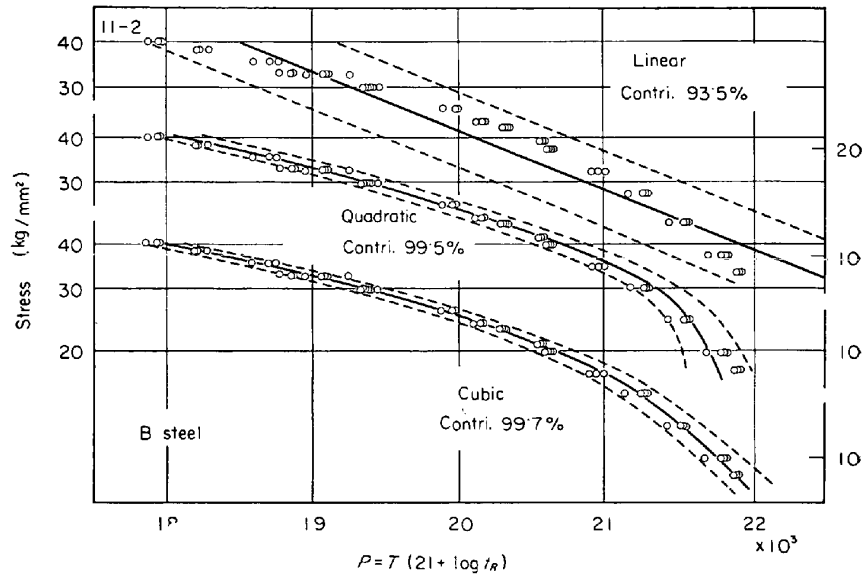
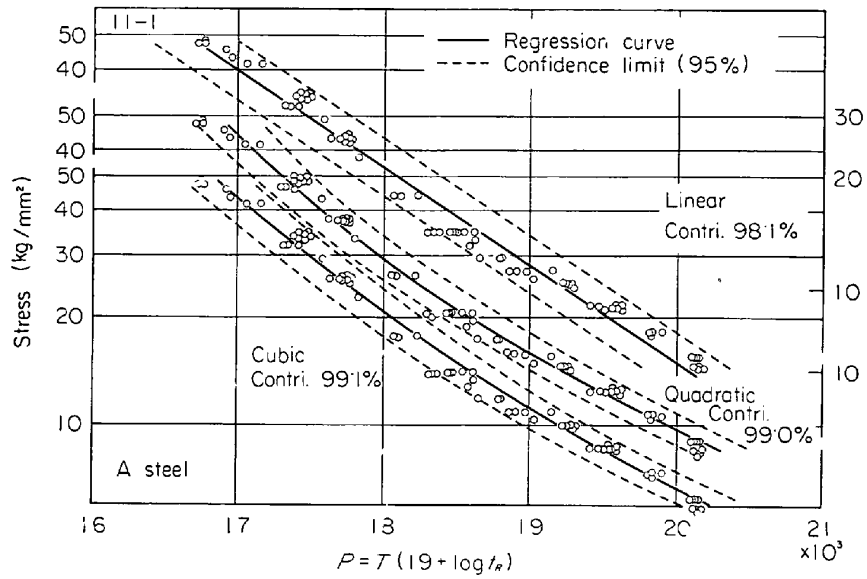


Fig. 10. Regression curves and confidence limits of creep rupture data.



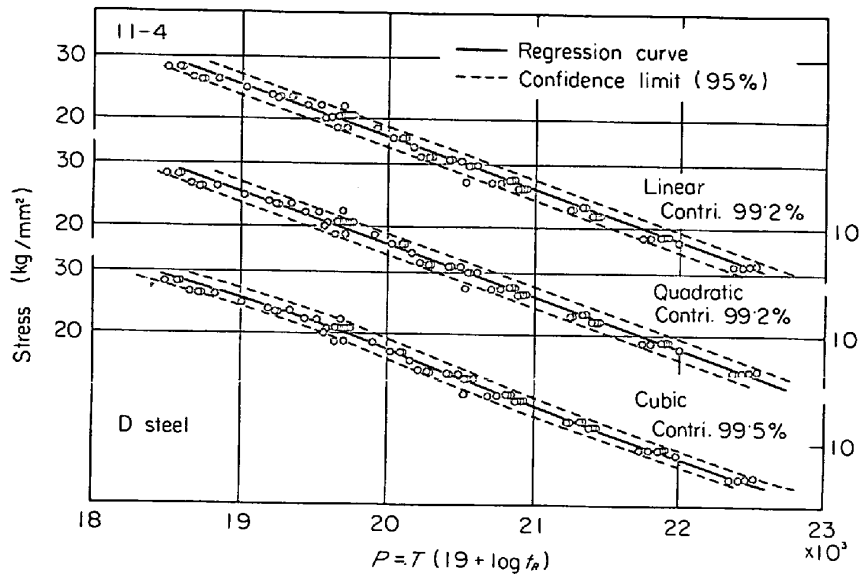


Fig. 11. Regression curves and confidence limits of *L.M.P.*

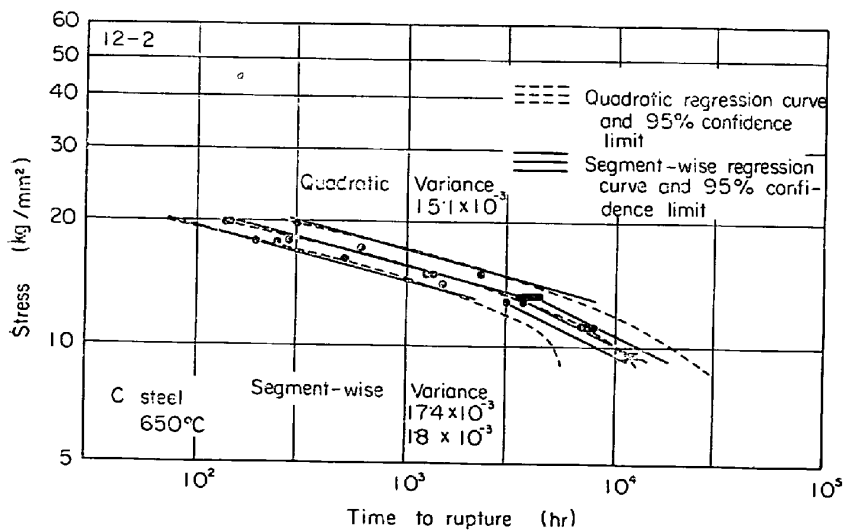
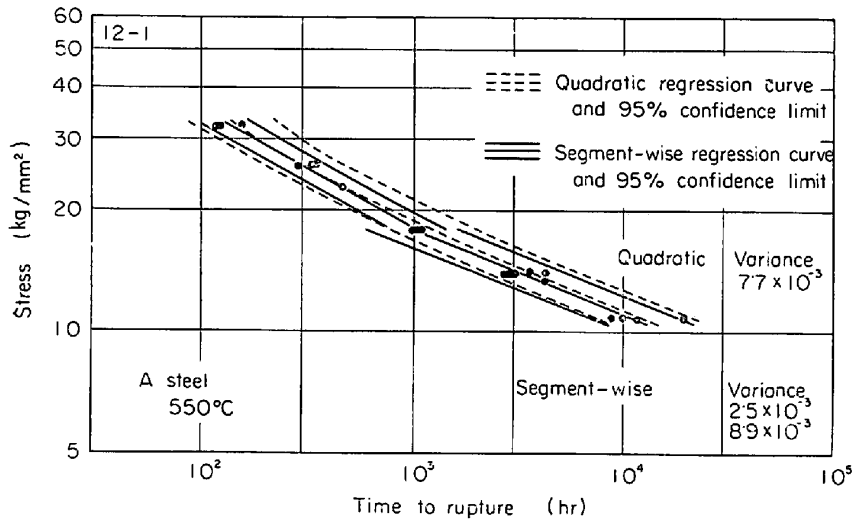


Fig. 12. Comparison of regression methods for creep rupture data.

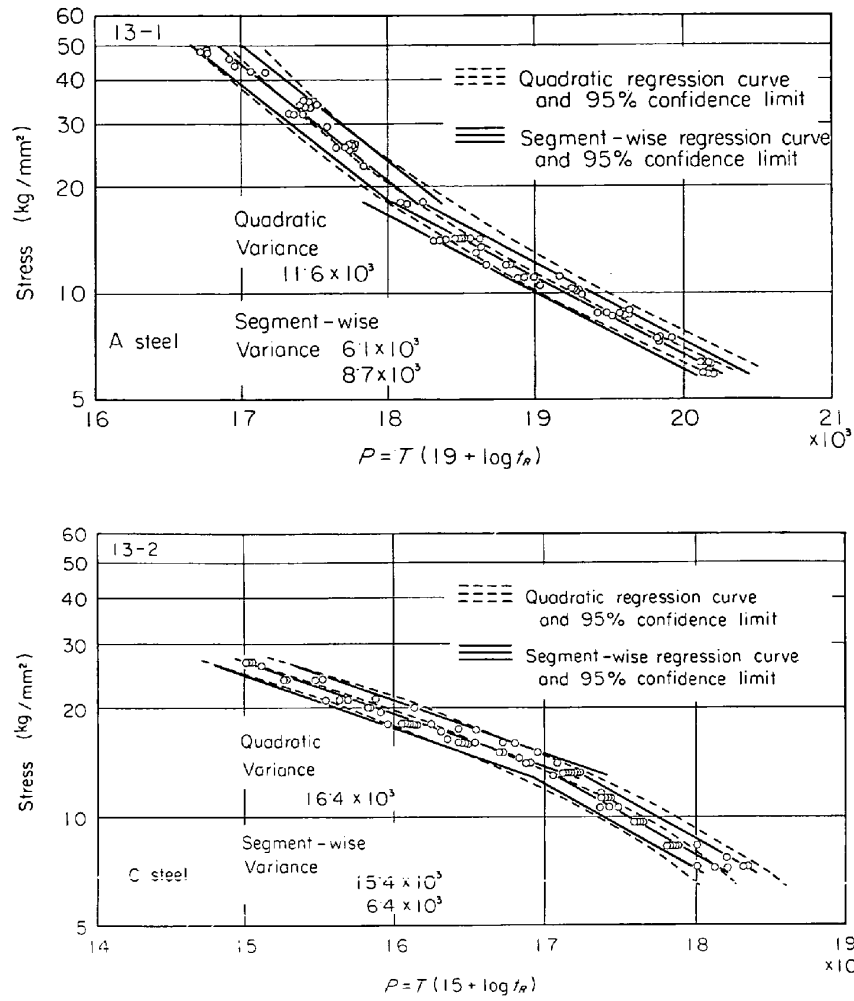


Fig. 13. Comparison of regression methods for master rupture data.

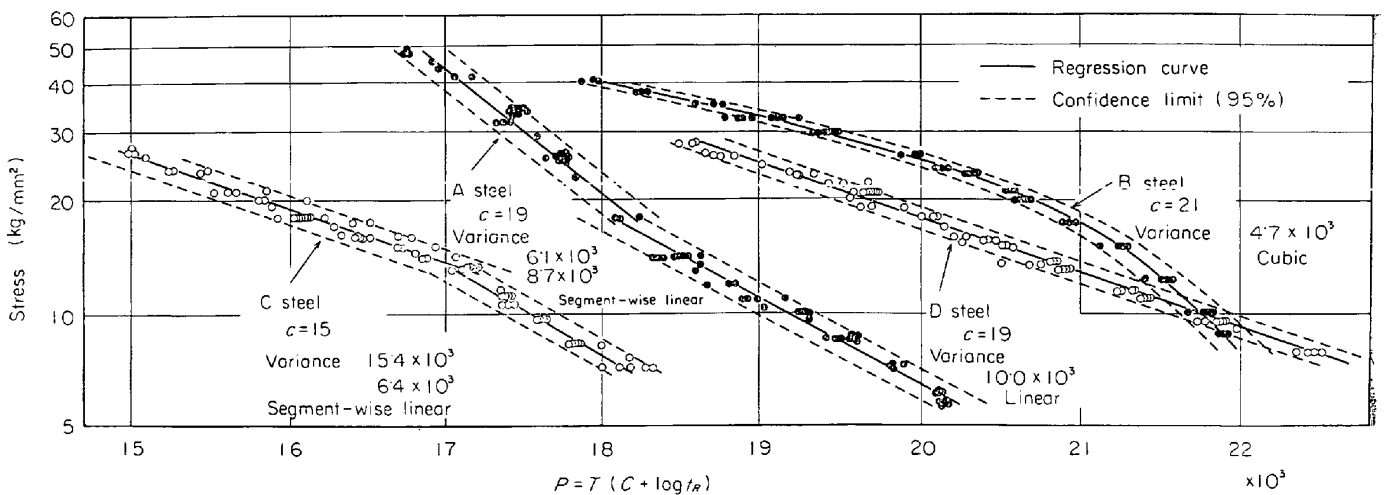


Fig. 14. Master rupture curve.

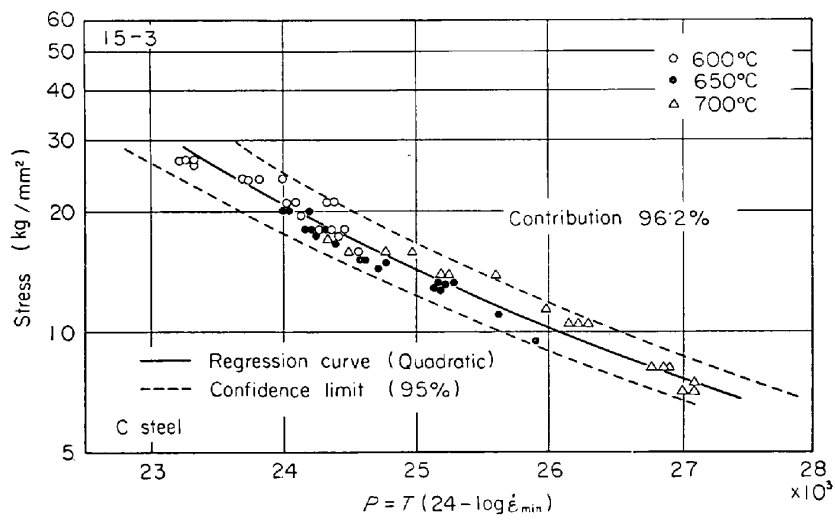
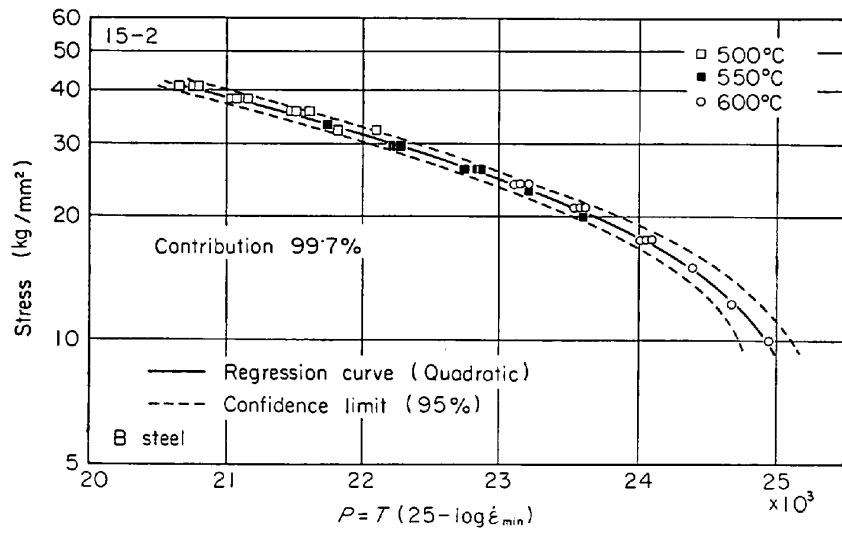
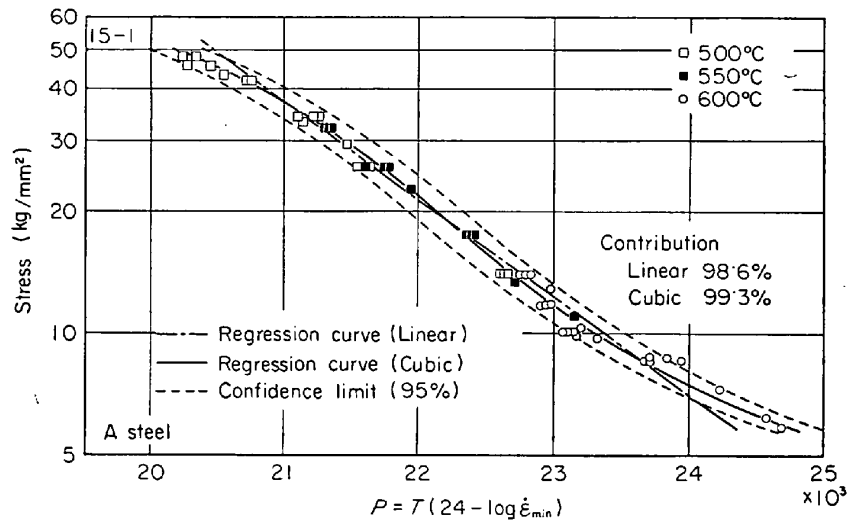
Table 3. Selected regression equation for curve fitting.

	Material	Temp. (°C)	Regression equation
log σ vs. log t_R	A	500	$\log t_R = 201.880 - 393.738 \log \sigma + 262.712(\log \sigma)^2 - 58.883(\log \sigma)^3$ $\log t_R = 7.517 - 3.581 \log \sigma \quad \sigma \geq 18 \text{ kg/mm}^2$ $\log t_R = 9.245 - 4.988 \log \sigma \quad \sigma \leq 18 \text{ kg/mm}^2$ $\log t_R = 2.696 + 6.849 \log \sigma - 6.495(\log \sigma)^2$
		550	
		600	
		600	
log σ vs. log $\dot{\epsilon}_{\min}$	A	500	$\log \dot{\epsilon}_{\min} = -82.731 + 126.029 \log \sigma - 45.563(\log \sigma)^2$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = -38.836 + 69.919 \log \sigma - 28.399(\log \sigma)^2$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = 24.229 - 52.866 \log \sigma + 48.082(\log \sigma)^2 - 15.510(\log \sigma)^3$
		550	
		600	
		600	
log σ vs. $T(C + \log t_R)$	A	600	$\log t_R = 12.500 - 7.192 \log \sigma$ $\log t_R = 12.207 - 7.713 \log \sigma \quad \sigma \geq 13 \text{ kg/mm}^2$ $\log t_R = 8.129 - 4.118 \log \sigma \quad \sigma \leq 13 \text{ kg/mm}^2$ $\log t_R = 7.658 - 4.634 \log \sigma$
		650	
		700	
		700	
log σ vs. $T(C - \log \dot{\epsilon}_{\min})$	A	600	$\log \dot{\epsilon}_{\min} = -293.856 + 669.188 \log \sigma - 494.775(\log \sigma)^2 + 120.050(\log \sigma)^3$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = 22.119 - 24.976 \log \sigma + 7.511(\log \sigma)^2$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = 15.566 - 16.790 \log \sigma + 4.545(\log \sigma)^2$
		650	
		700	
		700	
log σ vs. $T(19 + \log t_R) \times 10^{-3}$	A	500	$\log \dot{\epsilon}_{\min} = 8.023 - 21.157 \log \sigma + 8.952(\log \sigma)^2$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = -8.928 + 4.646 \log \sigma$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = 54.203 - 201.801 \log \sigma + 225.384(\log \sigma)^2 - 80.450(\log \sigma)^3$
		550	
		600	
		600	
log σ vs. $T(21 + \log t_R) \times 10^{-3}$	B	500	$\log \dot{\epsilon}_{\min} = -28.453 + 16.559 \log \sigma$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = 33.395 - 61.850 \log \sigma + 25.652(\log \sigma)^2$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = 4.218 - 17.290 \log \sigma + 9.500(\log \sigma)^2$
		550	
		600	
		600	
log σ vs. $T(15 + \log t_R) \times 10^{-3}$	C	600	$\log \dot{\epsilon}_{\min} = 37.554 - 68.464 \log \sigma + 28.198(\log \sigma)^2$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = -10.793 + 6.773 \log \sigma$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = 2.323 - 17.268 \log \sigma + 11.753(\log \sigma)^2$
		650	
		700	
		700	
log σ vs. $T(19 + \log t_R) \times 10^{-3}$	D	600	$\log \dot{\epsilon}_{\min} = -12.592 + 7.427 \log \sigma$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = -31.516 + 41.261 \log \sigma - 13.902(\log \sigma)^2$ $\log \dot{\epsilon}_{\min} = -290.326 + 791.629 \log \sigma - 729.877(\log \sigma)^2 + 226.157(\log \sigma)^3$
		650	
		700	
		700	
log σ vs. $T(24 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3}$	A	500	$T(19 + \log t_R) \times 10^{-3} = 22.037 - 3.070 \log \sigma \quad \sigma \geq 18 \text{ kg/mm}^2$ $T(19 + \log t_R) \times 10^{-3} = 23.822 - 4.622 \log \sigma \quad \sigma \leq 18 \text{ kg/mm}^2$
		550	
		600	
		600	
log σ vs. $T(21 + \log t_R) \times 10^{-3}$	B	500	$T(21 + \log t_R) \times 10^{-3} = 31.250 - 24.587 \log \sigma + 23.316(\log \sigma)^2 - 8.204(\log \sigma)^3$
		550	
		600	
		600	
log σ vs. $T(15 + \log t_R) \times 10^{-3}$	C	600	$T(15 + \log t_R) \times 10^{-3} = 24.805 - 6.870 \log \sigma \quad \sigma \geq 13 \text{ kg/mm}^2$ $T(15 + \log t_R) \times 10^{-3} = 21.815 - 4.258 \log \sigma \quad \sigma \leq 13 \text{ kg/mm}^2$
		650	
		700	
		700	
log σ vs. $T(19 + \log t_R) \times 10^{-3}$	D	600	$T(19 + \log t_R) \times 10^{-3} = 28.650 - 6.916 \log \sigma$
		650	
		700	
		700	
log σ vs. $T(24 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3}$	A	500	$T(24 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3} = 39.705 - 34.245 \log \sigma + 24.299(\log \sigma)^2 - 6.425(\log \sigma)^3$
		550	
		600	
		600	
log σ vs. $T(25 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3}$	B	500	$T(25 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3} = 16.504 + 17.899 \log \sigma - 9.486(\log \sigma)^2$
		550	
		600	
		600	
log σ vs. $T(24 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3}$	C	600	$T(24 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3} = 36.485 - 13.106 \log \sigma + 2.759(\log \sigma)^2$
		650	
		700	
		700	
log σ vs. $T(25 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3}$	D	600	$T(25 - \log \dot{\epsilon}_{\min}) \times 10^{-3} = 69.263 - 89.377 \log \sigma + 62.614(\log \sigma)^2 - 15.711(\log \sigma)^3$
		650	
		700	
		700	

大きなかたよりが見られた。log σ 対 $T(C - \log \dot{\epsilon}_{\min})$ における A 鋼のところを細かに見ると、不偏分散比は、F 分布表からの値に対して 3 次は比較的大きな値となっており、有意である。一方関与率のほうも 2 次から 3 次にかけて比較的大幅に改善されている。また正規性も 3 次になるとよくなる。したがって、この場合は 2 次が有意でなくとも 3 次では曲線のあてはめが大幅に改善され

ることが期待できそうである。そこでプロットに対する 3 次の回帰線と信頼区間 (4.6 節の Fig. 15-1) を見るとかたよりは見られなかつた。よつて、この試験材料については 3 次を選択したほうが好ましいと思われる。

回帰線の推定は、得られたデータの範囲内のみの情報で行なつたので、あてはめた曲線を外挿することは危険である。しかし、この曲線を傾向線として、クリープ現



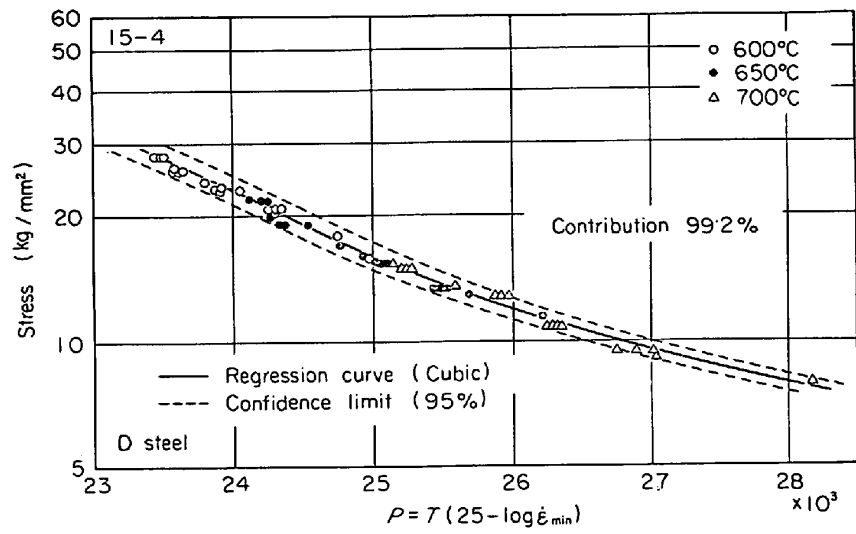
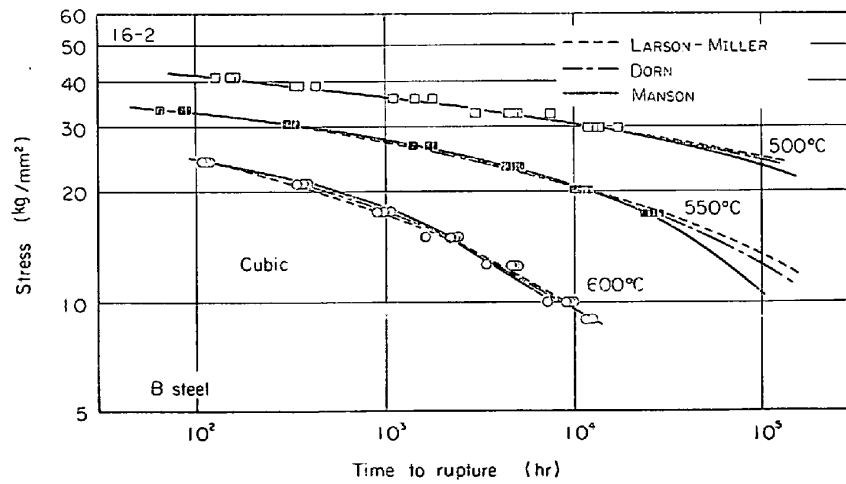
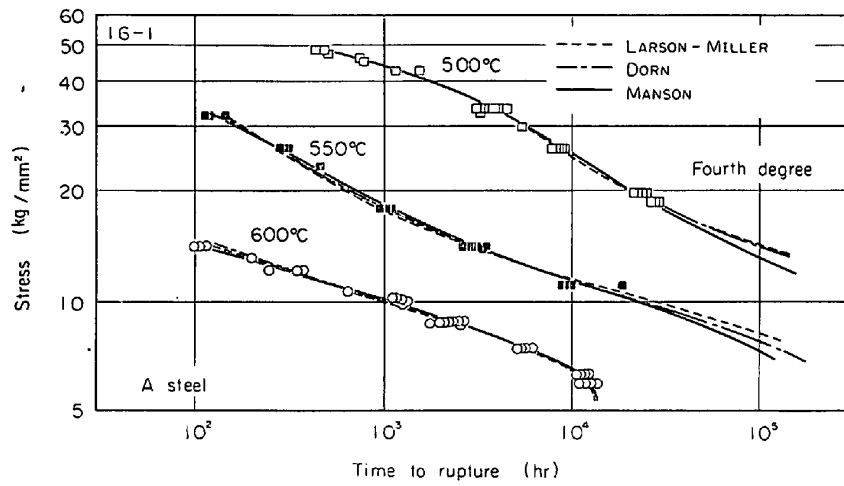


Fig. 15. Master creep curve



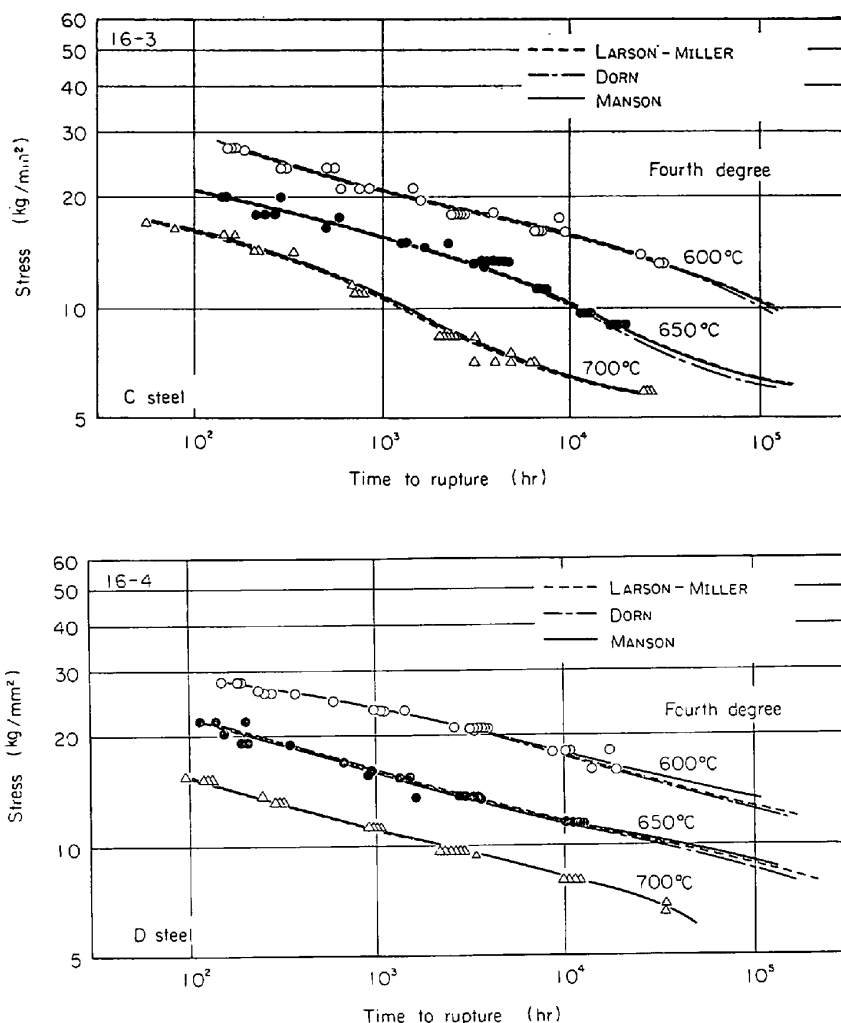


Fig. 16. Regression curves for creep rupture data obtained from master curves of three different kinds.

象へ適合させてみると、 $\log \sigma$ 対 $\log t_R$ における C 鋼の 650°C の 3 次回帰線 (Fig. 10-4) は、長時間側のデータの近くで急に曲がっており、この場合は傾向線として好ましいとは思われない。

4.5 折れ線回帰

$\log \sigma$ 対 $\log t_R$ における A 鋼の 550°C と C 鋼の 650°C および $\log \sigma$ 対 $T(C + \log t_R)$ における A 鋼と C 鋼については、4.4 節で示したようにかたよりが見られ、等分散の仮定の成立が疑わしく、かつ関与率も低く、正規性も他に比べて劣っているようなので、折れ線回帰を試みた。そして、3.3 節で述べた方法により折れ点を統計的に算出した結果、折れ点は、両関係とも A 鋼は約 $\sigma = 18 \text{ kg/mm}^2$ 、C 鋼は約 $\sigma = 13 \text{ kg/mm}^2$ の応力値のところであつた。

両関係における A 鋼と B 鋼の 1 次折れ線による回帰の残差の度数分布は、前に選択した 2 次の回帰線の場合と比較して、標準偏差は小さくなっており、正規分布性も

ややよくなっている。

1 次折れ線と信頼区間を Fig. 12, 13 に示す。これらの図から、1 本の 2 次回帰のときに比べて、信頼区間および分散は、 $\log \sigma$ 対 $\log t_R$ における A 鋼の 550°C の場合は高応力側、C 鋼の場合は低応力側で著しく小さくなっている。また、 $\log \sigma$ 対 $T(C + \log t_R)$ における A, C 鋼の場合は、総体的に信頼区間は狭く、かつ分散も小さくなっている。さらに回帰線に対するデータのプロットのかたよりはなくなっており、前に比較して全体として折れ線回帰のほうがよいことを示している。

4.6 選択した回帰式

前述した結果を 3 章に示した基準に基づいて判断して選択した回帰式は Table 3 のようになった。また、選択した回帰線と信頼度 95% の信頼区間の一例として、 $\log \sigma$ 対 $T(C + \log t_R)$ と $\log \sigma$ 対 $T(C - \log \dot{\epsilon}_{\min})$ の場合を Fig. 14, 15 に示す。

選択された回帰式の次数や回帰係数の値には、全体的

に統一された傾向は見られないが、同一試験材料において、次数が同じ場合には、各試験温度の各回帰係数の間には、一応の関係があるように思われる。

回帰線および信頼区間とデータのプロットとの関係では、前述のようにかたよりが見られない。また、C鋼はその信頼区間が他の3鋼種に比べて大きく、バラツキの大きいことを示している。

4.7 各種のパラメータ法における曲線のあてはめ性の比較

試験材料4鋼種についてえられた約3万hrまでの破断データ(4.6節までに用いたデータに、その後破断した長時間データを加えた)を、LARSON-MILLER法、DORN法およびMANSON法で整理し、実測値の回帰推定値(ともに破断時間の対数)からの標準偏差により、曲線のあてはめ性を比較検討した。

各パラメータ定数は、各回帰次数ごとに、回帰推定値と実測値(ともに破断時間の対数)との残差平方和を最小にする値を採用した。そして、1次から5次までの回帰次数と、各パラメータの値から算出した破断時間の対数について計算した不偏分散比および関与率との関係を調べた。

各パラメータ法のあてはめ性を比較するためには、回帰次数が同じであること、またあてはめができるだけよい回帰線であることが望ましい。したがって、5次までの回帰線のなかで、関与率が高く、かつ有意なものを選んだ。なお、ここでは直交多項式における $k-1$ 次が有意でなく、 k 次が有意な場合は、この k 次を有意なものとして選択した。たとえば、前に示したFig. 2のC鋼の4次、Fig. 3のC鋼の3次およびFig. 4のA鋼の3次などの場合は、この節の選択の基準から考えると、それぞれ4, 3, 3次を選択することになる。このような考えかたにしたがって、あてはめ性を比較するための回帰次数を示すとTable 4のとおりである。

これらの回帰次数であてはめた各パラメータ法によるマスター曲線より求めた $\log \sigma$ 対 $\log t_R$ の回帰線をFig. 16に示す。図で見ると、4鋼種ともデータの範囲内の回帰推定値は、各パラメータ法の間あまり差がなく、いずれも実測値のプロットとの間にかたよりのないあてはめを示している。

それぞれの回帰次数で曲線をあてはめたときの実測の破断時間(対数)の回帰推定値からの標準偏差をFig. 17に示す。いずれの鋼種においても、標準偏差は、3個のパラメータ定数をもつMANSON法が最も小さい値を示した。とくにB鋼では他の方法に比べて著しくよいがC鋼およびD鋼では差は比較的少ない。また、LARSON-

Table 4. Significant degree of regression equation for various parameter methods.

Material	LARSON-MILLER	DORN	MANSON
A	4	4	4
B	3	3	3
C	4	4	4
D	4	4	4

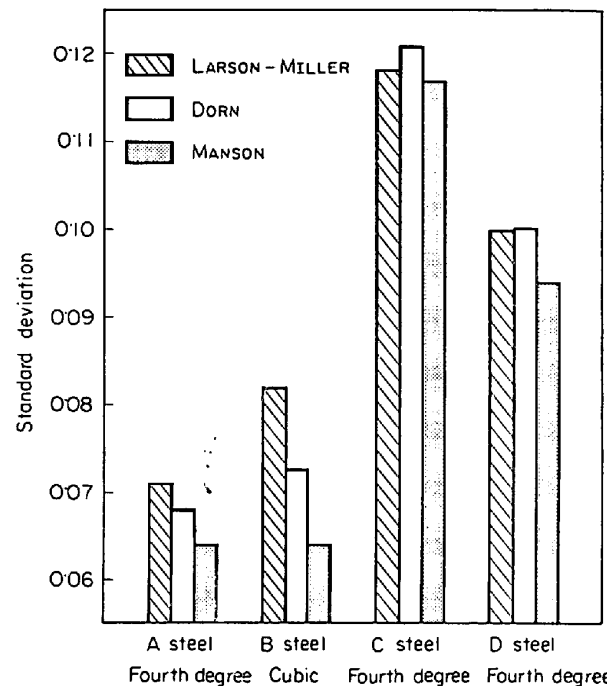


Fig. 17. Comparison of three different parameter methods regarding curve fitting for creep rupture data.

MILLER法とDORN法の比較では、A鋼とB鋼はDORN法、C鋼はLARSON-MILLER法がよく、D鋼はほとんど同じであつた。そして、ここでは図示しなかつたが、MANSON法の1次のあてはめは、標準偏差よりみて、LARSON-MILLER法やDORN法の2次ないし3次のあてはめに匹敵するくらいよいことが認められた。なお、ここではパラメータによつて整理されたデータへの曲線のあてはめ性について検討を行なつたが、外挿については別に報告したい。

5. 結 言

高温のクリープ強さに対し、それぞれ特徴あるふるまいを示す4鋼種についての約3万hrまでの実測データを使用して統計的手法により曲線のあてはめを検討した結果、次のことがわかつた。

(1) 応力に対するクリープ破断時間、最小クリープ速度およびそれらの各パラメータの関係に対して、多項

式による曲線のあてはめを行なう場合、不偏分散比の F 検定や関与率を調べるなどにより、3次までの多項式を用いれば、高い関与率で十分よいあてはめを行なうことができることがわかった。

(2) 本報告に用いたクリープデータの破断時間、最小クリープ速度の対数およびパラメータの分布は、回帰の推定値と実測値との残差の度数分布を調べることにより、正規性を示すことがわかった。

(3) 多項式の次数をあげることも、2本の直線を用いる折れ線回帰のほうがよいあてはめ性を示す場合があることを確認した。

(4) $L.M.P.$ における定数 C の値として、一般に20を用いていることの妥当性を、定数 C の値と各次の回帰式における関与率との関係を調べることにより、確かめた。なお、 C の値が大きくなると急にあてはめ性が悪くなるので、おおよそ20以上の数値を使用するときはよく検討しなければならない。

(5) LARSON-MILLER 法、DORN 法、および MANSON 法における曲線のあてはめ性を統計的に検討した結果、この3つのパラメータ法のうち MANSON 法が最もよいことが確認された。

文 献

- 1) 作井: 鉄と鋼: 53 (1967) 2, p. 165~178
- 2) R. M. GOLDHOFF: Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., 82 (1960) D, p. 848~854
- 3) M. WILD: Arch. Eisenhüttenw., 34 (1963), p. 935~950
- 4) M. MARCHAL: Joint International Conference on Creep, Session 5 (1963), p. 23~25
- 5) T. M. KREBS and N. SOLTYS: Joint International Conference on Creep, Session 6 (1963), p. 21~32
- 6) J. F. LUNDBERG: Trans. Met. Soc. AIME, 233 (1965), p. 1912~1915
- 7) 平: 鉄と鋼, 52 (1966) 12, p. 1791~1806
- 8) 三好, 行俊, 太田: 鉄と鋼, 53 (1967), p. 815~818
- 9) R. E. JOHNSON, J. GLEN, M. J. MAY, H. G. THURSTON, and B. H. ROSE: High-Temperature Properties of Steels, ISI Publ., 97 (1967), p. 61~77
- 10) T. PRNKA and V. FOLDYNA: High-Temperature Properties of Steels, ISI Publ., 97 (1967), p. 115~130
- 11) 佐々木, 幡谷, 篠田, 志賀: 学振 123 委員会研究報告, 9 (1968) 1, p. 651~672
- 12) 芳賀: 品質管理, 2 (1965) 7, p. 696~700
- 13) S. S. MANSON: Joint International Conference on Creep, Session 2 (1963), p. 29~55
- 14) ISO: TC17/WG10/ETP-SG11
- 15) 岸根: 統計学, (1966), p. 12, [養賢堂]