

.....
寄 書
.....

リムド鋼の凝固に関する研究への提案*

A Contribution to Study of Rimming Steel Solidification

Raffaello PASSERI** and Aurelio MOLARONI**

われわれは Trans. ISIJ, 8 (1968) p. 195 に掲載された梶井, 佐藤, 大久保, 三好の「リムド鋼の凝固について」の論文を見ました。この興味ある論文に対してコメントをお送りしますのでご検討いただければ幸いです。

彼らの論文は NILLES の幅広い研究と異なった方法でリムド鋼の凝固の問題を取り扱っています。彼らは熔融金属から結晶が成長する場合の溶質分布に関する BURTON, PRIM, SLICHTER³⁾ の成果から出発しているが、鋳型中の凝固に応用するのは適当ではないように思われる。

P. NILLES も同様な手段を用いているが、これも正しいとは言えないと思う。

NILLES の研究¹⁾, 梶井らの研究²⁾があるけれども、リムド鋼の凝固の問題にはなお理論的な取扱いと、一般に受け入れられる解が必要と思われる。しかしその方法として前述した BURTON ら³⁾の研究から出発するのは適当ではないであろう。

その主たる理由は次のようである。

最も簡単な問題は界面でいかなる反応も起こさない元素の分配に関するものである。この場合には、凝固が進むにつれ、液相中においては次の理由で溶質の移動が起こる。すなわち、

拡散現象 (キルド鋼の場合)

拡散とガス発生により生ずる攪乱現象 (リムド鋼の場合)

後者は前者の拡張と考えられるので、実験事実と完全に一致する完全解を得ることができるキルド鋼の場合について検討を始めるのがよいであろう。

1. 界面における分配と液体中の拡散のみを考慮すればよい凝固

大型鋼塊の場合には一次元で近似することが可能であり、この場合現象は古典的な拡散の式で表わされる。

$$\frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで C は鋳型壁から ξ の距離における溶質濃度、 D は拡散係数、 t は時間である。

$X(t)$ を時間 t における凝固層の厚さ f を凝固速度とすると、

$$f = dX/dt$$

ここで界面からの距離を新しい座標にとると、

$$\xi = x + X(t) \quad \dots \dots \dots (2)$$

したがって (1) 式は次のようになる。

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + f(t) \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (3)$$

BURTON ら³⁾に続いて P. NILLES¹⁾, 梶井ら²⁾は液体の動の変位の項を無視して、いずれも同様に取扱い定常解を求めた。

しかしそのような定常解は $f = (\text{一定})$ の場合以外には存在しない。これは鋳型中での凝固の場合にはありえないことである。

LIGHTFOOT の近似、すなわち

$$f(t) = \frac{A}{2\sqrt{t}} \quad \dots \dots \dots (4)$$

が成立する場合には、一般に (3) 式の厳密解を得ることができるのに、なぜ (3) 式の定常解を求めようとしたのが理解できない。事実 (3) 式とその境界条件より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{A}{2\sqrt{t}} \frac{\partial C}{\partial x} &= \frac{\partial C}{\partial t} \\ C &= C_L \quad x \rightarrow \infty \quad \text{すべての } t \text{ に対して} \\ C &= C_L \quad t = 0 \quad \text{すべての } x \text{ に対して} \\ D \frac{\partial C}{\partial x} + (1-K) \frac{A}{2\sqrt{t}} C &= 0 \quad x = 0 \text{ に対して} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで K は溶質の分配係数、 C_L は液体中の溶質濃度である。

簡単な計算により次式が得られる。

$$C(x, t) = C_L \frac{\frac{e^{-\lambda^2}}{2(1-K)\lambda} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\Phi \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} + \lambda \right) - \Phi(\lambda) \right]}{\frac{e^{-\lambda^2}}{2(1-K)\lambda} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} [1 - \Phi(\lambda)]} \quad \dots \dots \dots (6)$$

* 本寄書は Trans. ISIJ, 8 (1968) 4, p. 195, 掲載の論文「On the Solidification of Rimmed Steel」A. MASUI, H. SATO, M. OHKUBO, S. MIYOSHI, に対する Trans. ISIJ, 9 (1969) 4, p. 349 掲載 A. PASSERI らの Letter to the Editor を翻訳したものです。

** Acciairie e Ferriere, Lombarda Falck, Italy
翻訳: 大久保益太 (日本鋼管株式会社)

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{A}{2\sqrt{D}} \\ \Phi(\lambda) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\lambda e^{-z^2} dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6')$$

1.1 キルド鋼凝固への応用

中程度の大きさの鋳型へ注入される キルド鋼について、界面で反応しない元素の分配を考える場合には

$$A \approx 0.33 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1/2}$$

$$D \approx 10^{-4} \text{ cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$$

である。

従つて $\lambda \geq 10$ (無次元)

(5)式を展開すると

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} [1 - \Phi(\lambda)] \approx \frac{e^{-\lambda^2}}{2\lambda} \left\{ 1 - \frac{1}{2\lambda^2} + \frac{3}{4\lambda^4} - \dots \right\} \dots\dots\dots (7)$$

液側界面における $C(o, t)$ の値および 固体側界面の値 $C_s = KC(o, t)$ は次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} C(o, t) &= C_L \frac{\frac{e^{-\lambda^2}}{2(1-K)\lambda}}{\frac{e^{-\lambda^2}}{2(1-K)\lambda} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} [1 - \Phi(\lambda)]} \\ &\approx C_L \frac{\frac{1}{1-K}}{\frac{K}{1-K} + \frac{1}{2\lambda^2} - \frac{3}{4\lambda^4} + \dots} \end{aligned}$$

結局

$$\left. \begin{aligned} C(o, t) &\approx \frac{C_L}{K + \frac{1-K}{2\lambda^2} - \frac{3(1-K)}{4\lambda^4} + \dots} \\ C_s &\approx \frac{KC_L}{K + \frac{1-K}{2\lambda^2} - \frac{3(1-K)}{4\lambda^4} + \dots} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

たとえば S (硫黄) の場合 $K=0.05$, $D=5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$ であり、したがって $A=0.33 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1/2}$ とすると $C_s/C_L=0.98$

を得る。

これはもし攪拌がないならば、液相バルクと同じ濃度の S を持ちながら、凝固が進行することを意味している。次の基本的な結果に注意しよう。

$$\frac{dC(o, t)}{dt} = \frac{dC_s}{dt} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

1.2 濃化層厚さの計算

“濃化層”を次式より求められる区間 δ と定義する。

$$C(\delta, t) = (1 + \epsilon) C_L$$

たとえば $\epsilon=0.1$ とすると、(6)式より

$$\frac{\delta}{2\sqrt{Dt}} = j \dots\dots\dots (10)$$

と仮定することにより次式が得られる。

$$\Phi(\lambda + j) = 1 - \frac{\epsilon \cdot e^{-\lambda^2}}{(1-K)\lambda\sqrt{\pi}} + \epsilon [1 - \Phi(\lambda)] \dots\dots\dots (11)$$

しかし j は λ に比べ非常に小さいから、(7)式と同様に第1近似として次式のようになる。

$$j \lambda = \frac{\delta f}{2D} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \frac{1}{2}\lambda^2}{\epsilon \left(\frac{K}{1-K} + \frac{1}{2}\lambda^2 \right)} \dots\dots (12)$$

$\epsilon=0.1$ とし、各定数に次の値を用いると、

$$A = 0.33 \text{ cm sec}^{-1/2}$$

燐の場合 $D = 7.76 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$ $K = 0.18$

硫黄の場合 $D = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$ $K = 0.05$

燐に対して $\delta_p \cdot f = 2.9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$

硫黄に対して $\delta_s \cdot f = 2.6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$

が得られる。平均値としては

$$\delta \cdot f = 2.75 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \dots\dots (13)$$

2. リムド鋼の場合

上述の考え方をリムド鋼の場合に拡張することは、P. NILLES¹⁾や梶井ら⁶⁾によりなされたが、常に(3)式を簡単に取扱い、次の境界条件のもとで定常解を得ることが試みられた。

$$C = C_L \quad x \rightarrow \infty$$

新しい境界条件は、

$$C = C_L \quad x = \delta$$

δ はすべての元素に対し一定である。

後に NILLES¹⁾により次の式で δ が決定された。

(NILLES の仮説)

$$O_{Mn} + O_C + O_S = O_L \dots\dots\dots (14)$$

ここで O_{Mn} は Mn 酸化物として反応する酸素量、 O_C は炭素と反応する酸素量、 O_S , O_L は固相および液相中の酸素量である。

これに対し梶井ら⁶⁾は半経験的に次のように定義した。

$$\delta = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{f^{1.247}} + 2.16 \cdot 10^{-2} \cdot f + \frac{10^{-20}}{f^{7.66}} + \dots$$

いずれも次のような理由から正しいとは思えない。

a) 定常解が許されない式に対して定常解を求めている。

b) リムド鋼の場合には、リミングアクションによる攪乱現象を考慮しなければならないから、BURTONの式³⁾はリムド鋼の場合には意味がない。

c) 濃化層に対する δ の値が仮定されたが、これは最初の微分方程式の結果として得られるべきものである。(この論文中の 1.2 でなされたように)

2.1 リムド鋼の凝固への手法

リミングアクションにより溶鉄が攪拌され、部分的に濃度の異なる C および C_L なる体積素子が置換されるという現象が生ずる。これが最も基本的な近似である。

この簡単な概念を式の中に入れると次の微分方程式と境界条件を得る。

$$\left. \begin{aligned} D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{A}{2\sqrt{t}} \frac{\partial C}{\partial x} - \mu(C - C_L) &= \frac{\partial C}{\partial t} \\ C = C_L \quad x \rightarrow \infty, \text{すべての } t \text{ に対して} \\ C = C_L \quad t = 0, \text{すべての } x \text{ に対して} \\ D \frac{\partial C}{\partial x} + (1-K) \frac{A}{2\sqrt{t}} C &= 0 \quad x = 0 \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

最も一般的には(15)式の μ は次の関数である.

リミングアクション

界面 X からの距離

凝固速度

濃化層の厚さ δ は1.2で導びいたように, 結果として出てくるものである.

(15)式を研究することにより, 現在よりもさらに正確にリムド鋼の凝固の問題にとり組むことができよう.

すでに述べたように, μ はリミングアクションの関数であるから, 界面において反応する元素の分配の研究と

何ら反応にあずからない元素の分配の研究とを切り離して考えることはできない

文 献

- 1) P. NILLES: Etude théorique de la solidification de l'acier effervescent, (withont date) Vaillant Carmanne hiége
- 2) P. NILLES: J. Iron Steel Inst., 202 (1964), p. 601
- 3) J. A. BURTON, R. C. PRIME, and W. P. SLICHTER: J. Chem. Phys., 21 (1953), p. 1987
- 4) J. A. BURTON, E. D. KOLB, W. P. SLICHTER, and J. D. STRUTHERS: J. Chem. Phys., 21 (1953), p. 1991
- 5) Jahnke-EMDE: Tafeln Höherer Funktionen, (1952), Teubener Leipzig
- 6) A. MASUI, H. SATO, M. OHKUBO, and S. MIYOSHI: Trans. ISIJ, 8 (1968), p. 195