

技 術 資 料

薄鋼板のプレス成形限に関する最近の研究*

吉 田 清 太**

Recent Research on Press Forming Limit of Steel Sheet

Kiyota YOSHIDA

ま え が き

薄板のプレス成形限は、破断、しわ、表面性状、寸法精度あるいは板厚減少などの成形に伴う不良現象で定まる。しかし、これら諸現象は因果関係にある場合も多く、その場合には破断以外の現象も破断問題へ帰納されて取扱われるのが普通である。それで、成形限といえは、破断によつて規制される成形の限界と考えるのが従来からの慣習であり、ここで対象とする成形限も、この慣習に従つて定義されたものである。

一般に金属材料の塑性変形を利用する成形の場では、必ずといつてよいほど破断問題が付随する。薄板のプレス成形はその典型的な例で、成形に関する研究は、破断の回避、すなわち成形限に関する研究に通じていることが多い。したがつてプレス成形における破断は、成形技術と材料特性などの向上と開発の研究活動源となつてきた。

それにもかかわらず、薄板の成形の場で、延性破断、塑性不安定、ひずみ比やひずみ分布の影響を大きく含む変形限、さらに変位と変形が組み合わされる成形限などの相互関係を作り出す組織的研究の出発は最近である。

このことは、薄板の成形の場では、破断挙動そのものが問題というよりも、ある部分が破断にいたるまでに、他の部分がどのような変形と変位をどれだけ生じうるかのほうが技術的にまた研究対象の主体となるからである。そのため、破断条件は、引張試験での一様伸び限界、局部伸び、全伸びならびに引張強さなどが用いられてきた。これら破断条件の利用は、理解の容易なことと実用性に富んでいることのほかに、プレス成形が曲げと深絞り置きかえられて研究的に取扱われてきた歴史的な背景にも依存している。

張出しや伸びフランジングがかつての深絞り分野から分離して認識され、それらの成形限問題が研究対象となるにおよんで、あらためて破断条件ならびに成形限問題が検討されるようになった。たとえば、塑性不安定、延性破断などの現象が、これら成形限の研究と理解のために必要になつてきた。

プレス成形限の研究は、作業技術ならびにそれを設定する計画の場、薄板の特性設計と製造の場ならびにそれらふたつの場を結ぶ境界域での研究の場など、それぞれの場で展開されている。それで、ここではそれらの場で共通的に理解しておかねばならぬ事項を主にして、最近

の研究と調査活動状況を概括する。

1. 成形限に関する研究の展開と集約の過程

薄鋼板ならびに成形技術についての現在の智識で、プレス成形限に関する研究とその成果の技術化の状況を整理すると表1に示すごとく構成となる。プレス成形に関する研究は準位1に示すごとく、薄鋼板、被成形体ならびに成形作業が大分類された具体的研究題目となる。

成形作業は、準位2に示すごとくわけることができるが、形状凍結問題ならびに挫折問題の全部が破断問題に帰納されるとは限らない。それらおのおのの独自の問題として破断と無関係に存在する現象や、破断と関係しているが一応切離して取扱える問題もある。それらの諸問題はいずれ機会があれば述べることにし、準位2の破断がここで対象とする成形限研究の具体化の起点となる。

準位1の被成形体は形状と寸法という観点から認識され、容積や重量などは薄板成形研究の場では、考慮されないのが普通である。しかし、成形限を作業研究や成形工程研究の立場から取扱う場合、容積と重量は考慮されねばならない大きな項目となる。たとえば自動送りとか作業性の検討は、容積と重量を無視しては成立しない。

薄板はプレス適性と材料の基礎特性にわけて取扱われてきた。このプレス適性がいわゆる薄板の成形性と呼ばれる認識の出発である。

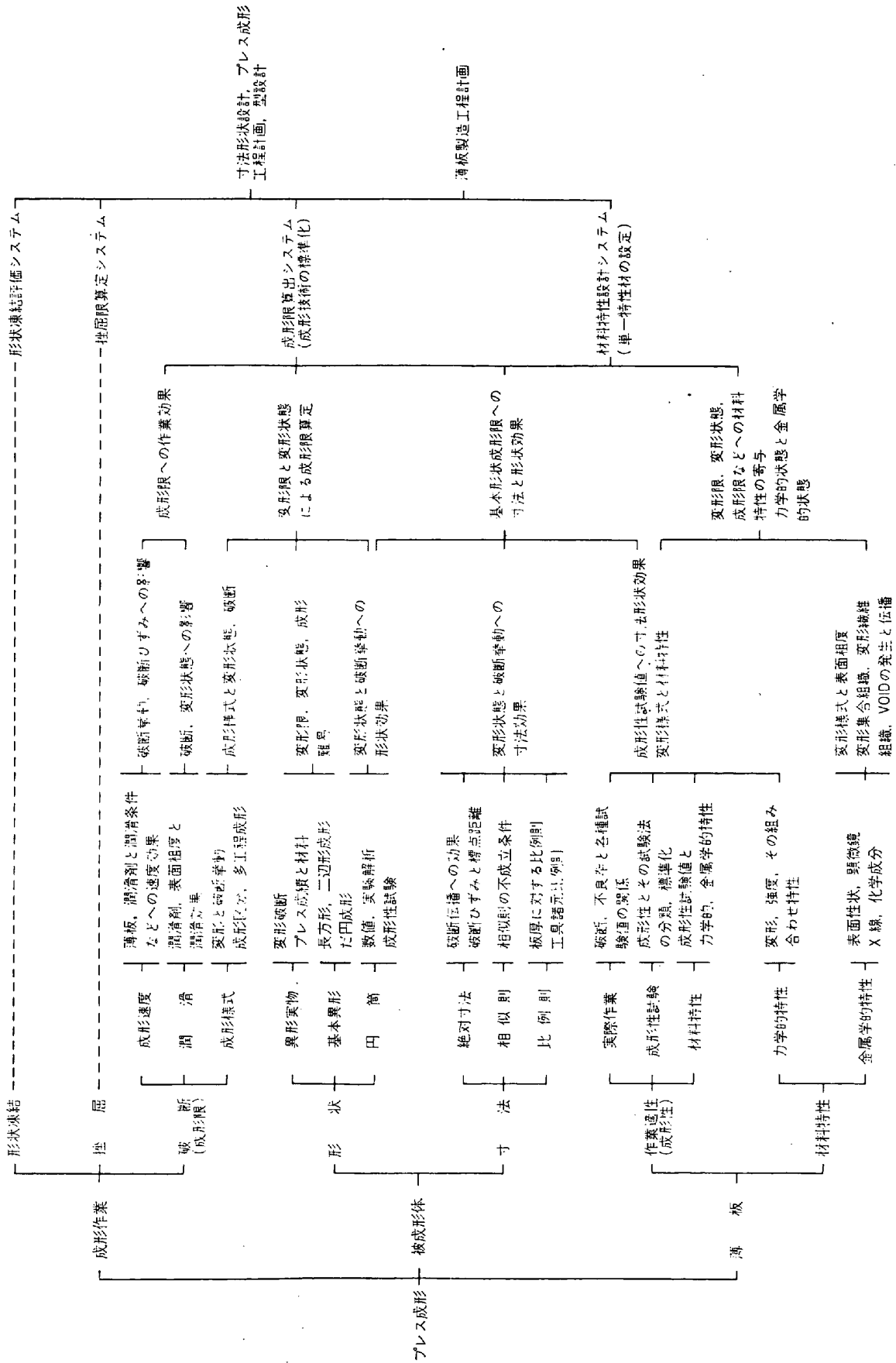
準位2の項目は、準位3に示すごとく要因に中分類され、それらのおのおのについて、たとえば準位4に示すごとく課題についての研究が過去に数多く行なわれ、それらのなかには現在も依然として研究と調査の対象として残されているものもある。とくに、形状と寸法効果に関する研究は、準位3と4に示す他の研究課題にくらべると非常に遅れている分野である。準位4に例示した各項目は、成形限の研究とその成果の技術化という目標のために互に独立でない。それゆえ、ある分野の研究が他の分野より遅れていることは、つぎの準位に位置する項目の研究堆進に支障をもたらすことになる。

準位4に示す諸項目は、成形技術や薄鋼板特性を構成する各種要因の成形限への影響を定性的に理解し、それを定量化することが目的である。それゆえ、それら諸成果を関係づけ、技術として消化させる活動が準位5に設

* 昭和44年10月15日受付 (依頼技術資料)

** 理化学研究所 工博

表1 薄板とそのプレス成形に関する研究と調査の展開と集約



単位1 単位2 単位3 単位4 単位5 単位6 単位7 単位8

定される。準位 5 に示す項目は、準位 4 で行なわれる研究の目標でもあり、また他の系との関係を創り出すための研究課題である。準位 5 に位置する役割を果たすための手法として、変形状態、変形限ならびに破断の組み合わせを用いようとする試みが強力に進められている。このことは、最近の成形限研究の特徴であり、さらに成形限研究の展開が準位 5 で集約化の過程をふみ出すことも意味する。

その集約化は、準位 6 に示すとき、各系単独あるいは他の系との結合で成形限へ及ぼす影響が定量化される段階を経て、準位 7 に示すような各種項目ごとについての評価システムが作られる。それらは総合されて準位 8 のごとく研究と調査の成果を組織的に技術として消化させることになる。

このような研究の展開と集約化さらに成果の技術的消化という過程には、準位 4 から 7 にわたってフィードバックが繰り返されることも含まれる。単純な形状で寸法が小さい形状体の成形や、曲げ成形などの例では、準位 7 や 8 において処理されねばならぬ検討項目が少ないことや、標準化が容易でもあるので、準位 7 や 8 の確立は困難でない。事実、経験が多い形状の作業では準位 7 の評価システムが経済性も含めて確立している例もある。しかし、形状が複雑で寸法も大きい作業例では、まだ準位 4 や 5 に示す研究活動を続けねばならない。その場合、つねに展開と集約の過程を念頭におき、フィードバックの繰り返して、成形限がより単純に理解できかつ精度よく求まるように努むべきであろう。

2. 成形性と成形限の研究

成形性研究は成形限研究の場を構成するひとつの系統として、表 1 に示すように展開されてきた。そして、この研究成果は、準位 6 と 7 に示すごとく、成形限評価システム系と材料特性設計システムならびに特性の標準化あるいは単一品種化へ反映されることになる。

成形性研究はこのような推移のなかで、特徴的な時期を過去に経てきたが、現在も、将来では特徴的時期といわれるだろう。過去のそれは 1914 年から始まったエリクセン試験¹⁾を先駆とする成形性試験法の開発期でありいまひとつは 1960 年からの成形区分²⁾による現在の成形性の認識とそれによるプレス作業と薄鋼板の情報交換期である。最近の成形性研究の特徴のひとつに、成形限研究へ成形性研究が同化しつつある傾向をみることができる。すなわち、成形性という特性を材料特性として設定することの合理性あるいは実用性が、曲げ性や深絞り性にくらべ、張出し性、伸びフランジ性では納得し難い³⁾。さらに各種破断現象ならびに成形限への形状と寸法効果の研究から、成形性試験である回転対称形状成形でみられる破断現象や成形限の比較は、かなり限られた形状と寸法の成形に適用できるにすぎないのでは、との実験事実が増している⁴⁾。このような事情は、成形性に関する新しい認識の開発や、成形性試験法としての成形体の形状などの再検討の必要を感じさせる。すなわち、成形性研究の場は転機を迎えたことになるろう。

成形性試験値への形状と寸法効果の研究は、成形限の形状と寸法効果に関する研究の場ともなる。そして、成形性研究の主体は、成形に伴う変形に対応した基本的な

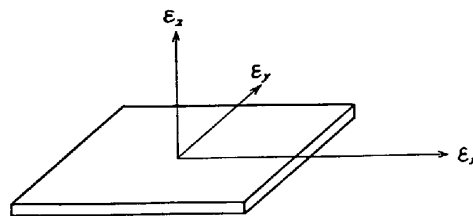
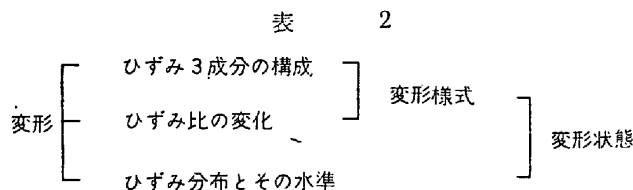


図 1 ひずみ 3 成分 (ひずみ比 $\beta = \epsilon_y / \epsilon_x$)

力学的状態 (応力とひずみ関係) と金属学的状態の結合への努力に指向するのではあるまいか。成形限へ影響を及ぼす材料特性があきらかになり、成形限が算定できるようになれば、現在の成形性試験を媒体とする研究は目的を達して終わることになる。また、薄鋼板生産の多量化と連続鑄造の普及と連続製鋼の開発による鉄鋼全体の経済的生産系態の確立は、現在のごとき多品種の生産を著しく不経済なものとするかもしれない、またこれに加えて成形技術の合理化や標準化の動向を思うとき、薄鋼板はひとつの品種のみになることも考えられる。

以上のような推定が許されれば、成形性研究は、成形限研究を組織的に行なうことの必要を認識させる活動であり、いずれは成形限研究に同化するものといえよう。

薄板の成形は、変形と材料の流れあるいは変位 (工具に対する変位と成形体のある特定箇所に対する変位にわけると理解しやすい) などを用いて形状と寸法を形作るのだから、成形限研究は変形、変位ならびに破断の 3 成分に着目することから始まる。

変形は表 2 に示すごとく、ひずみ 3 成分 (図 1 における $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$) の構成状況、それらの板面に沿う分布、ならびに成形進行に伴うそれらひずみ比の変化である変形径路などの違いなどの観点から取り扱われる。ひずみ成分の構成たとえばひずみ比 ϵ_y / ϵ_x とその変化を含める場合には変形様式と呼び、それにひずみの分布状況やひずみ水準をも合わせるときには、変形状態と呼ぶ。この変形状態は成形形状と成形条件 (絞りとか張出し、あるいは潤滑剤使用の有無) に強く依存する現象である。したがって、同じ形状の成形でも成形条件の変更により変形状態は大幅にかわるもので、それにより破断を直接にまた間接に回避しうることから、成形限研究に占める変形状態の検討は重要となる。

伸び、縮みあるいはせん断などのひずみを用いることのみでは、薄板の成形は理解できない。そのような何らのひずみも伴わずに、板が単に移動する挙動がみられるからである。たとえば図 2 に示すように、辺の長さが隅半径にくらべて十分に長い長方形筒の深絞りにおいて、辺中央部のフランジ縁は何らのひずみも伴わずに、ダイス面上を移動する。すなわち単なる変位である。このような変位ならびにひずみを伴う変位を用いて成形限を論ずる基礎的な研究も成形限研究の場には残っている。

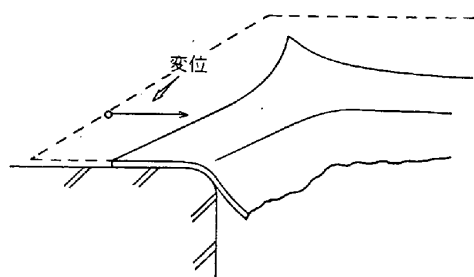


図2 ひずみを伴わない変位の場所の例

また、成形限研究に当たつて、現象の十分な観察とそれによる規則性を認識する必要性は、破断についてもまだ残されている。

3. 成形における破断現象の観察と整理

ある智識とか学問の体系化を行なう場合、対象とする現象の範囲が狭められることが多い。プレス成形に関する一応の体系化が進められる過程でも、いくつかの破断は類形的なものとして処理されてきた。たとえば、限ら

れた形状と寸法についての実験室的成形でもつとも普通に観察される変形や破断を基礎に体系化が試みられ²⁾、実際作業で生じている変形や破断は実験室で観察されるそれらに帰納させるか、特殊例として処理されてきた。しかし、これまでの研究と調査成果を生産面へ反映させる技術体系あるいは工学的体系化を進めるには、いままで無視されたり、特殊現象とみられていた破断をも含む体制を考えねばならない。この機運は、近年における薄鋼板の特性開発によつて、いくつかの新しい形式の破断が生じたり、かつては発生頻度が少なかった形式の破断が多発していることにも影響されている。

写真1はこのような破断の数例である。aは壁のたて割れの例で、この写真では破断の発生個所が明らかでないが、開発初期の脱炭鋼板では壁のたて割れがしばしば発生した。bのような壁のたてわれは、予変形部の再変形で生じたもので、このような破断は予変形後の材料特性を知る必要を生ぜしめる。またcは典型的な壁われ⁴⁾の例であるが、このわれは縮みフランジ部の形状や変形の拘束条件に依存性が強く、材料の予変形特性を知るとともに成形に伴う材料の流れ、変形の不均一性、成形力

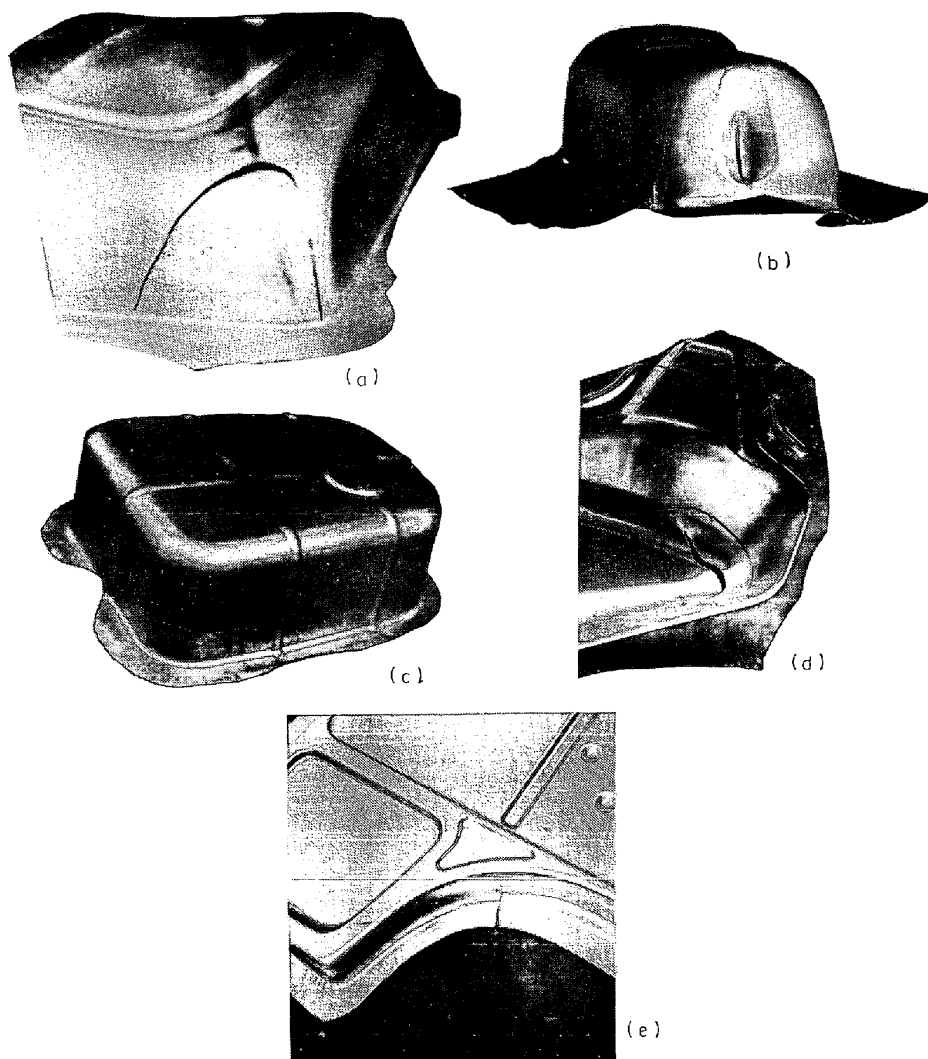


写真1 最近新しく対象とされている破断の例

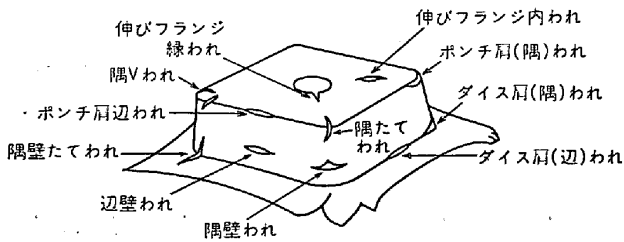


図3 各種破断の位置と呼称(暫定)

の分布などの検討を必要とする破断現象である。dの例はポンチ底隅から壁にかけてのたて割れであるが、われの分類にあたってひとつの形式として考えねばならぬほど、事例は多い。またeは伸びフランジわれであるが、われの発生が板のせん断面であることは、せん断面変形能として考慮されるべきである。

実験室成形で前述の実際の破断を再現さず検討はたとえば図3に示すとき各種の破断を任意に発生させるようになってきた。この図は四角筒成形を例にとつて示したが、円筒やだ円筒の成形でも素板形状や作業条件の組み合わせで、同じような破断を生ぜしめることも明らかになっている。図3に示すわれのうち、いままでの研究でおもな対象にされていたのは隅のポンチ肩われ、伸びフランジ縁われで、普通の薄鋼板では伸びフランジ内われとダイス肩われは特殊な場合に属されていた。そのほかは最近あらためて研究の対象になった破断形式で、いままで主として扱われてきた破断形式よりも多いだけでなく、破断現象は一層複雑なものもある。

これらの破断は成形体の横ならびに縦断面形状と寸法それに成形様式や型の諸元、素板形状や潤滑効果などの影響をうけるので、破断形式の類形化、分類、相互の関係を見出すには変形と変位ならびに変形限についての総合的な研究が必要である。

4. 破断部の破断ひずみ(変形限)と変形径路

工学的あるいは技術的ないずれの立場からでも、破断の検討にはまず破断ひずみの測定が行なわれる。この測定結果を技術的資料にもするため、また、実際作業の場からの測定例を得やすくするため、破断ひずみ測定用の標点距離は実用的長さが考えられねばならない。さらに破断部のひずみ比をも測定しやすいことが必要である。このような条件を満たすものとして図4に示すような直径が2mm, 5mm, 10mmならびに20mmなどのスクライブドサークルが多く用いられる。自動車車体の成形のごとき場合は10mmか20mmが主として用いられるが、より小さい寸法の成形体の場合は、2mm, 5mmなどを用う。図5は自動車車体成形での破断ひずみを直径20mmのスクライブドサークル(以後サークルとのみ呼ぶ)で求めた例である⁵⁾。

測定点は非常に広範囲に散在していて破断を生ずる領域は非常に広く、材種別による領域の区分は明らかには見い出されていない。

この散在の理由のひとつは、サークル内のひずみ分布の影響がある。すなわち、図6のaとbの場合ではサークル内のひずみ分布が異なり、ひずみ比ならびに極限の

破断ひずみは同じでも、aとbの場合、いいかえれば破断部の局部形状で破断ひずみは異なってくる。この局部形状の違いをできるだけ小さくして破断ひずみを各種ひずみ比のもとで求めた例が図7であり⁶⁾、ここでは破断限界線が設定でき材料の違いも認められる。この限界線の形状はSWIFTやHILLによる拡散くびれと局部くびれ限界線を合わせた形状と似ているので、彼らのいう塑

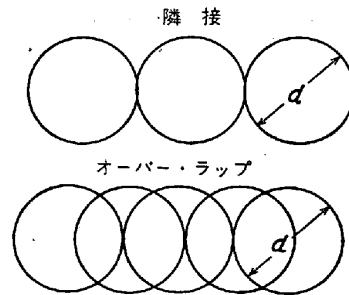
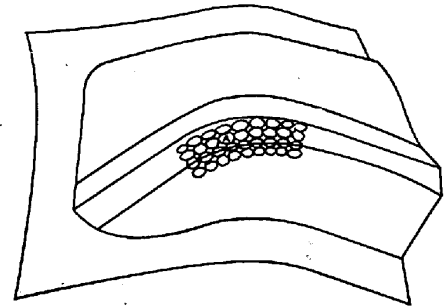


図4 スクライブドサークルの配列

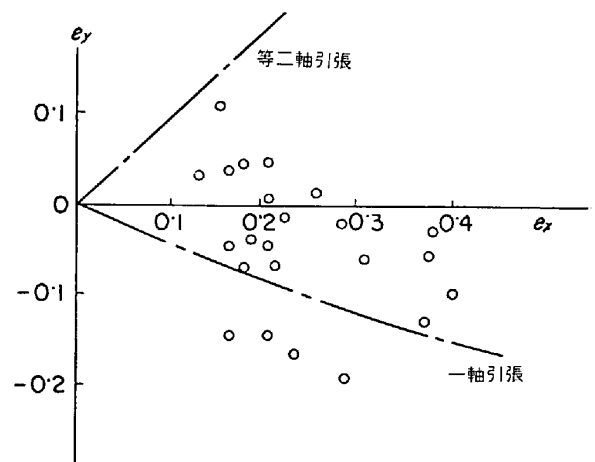


図5 直径20mmのサークルでの破断ひずみ測定例(ex, ey; 慣用ひずみ)(小林敬郎)

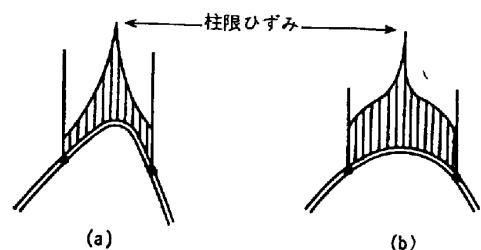


図6 サークルを画いた局部の形状とひずみ分布の状態

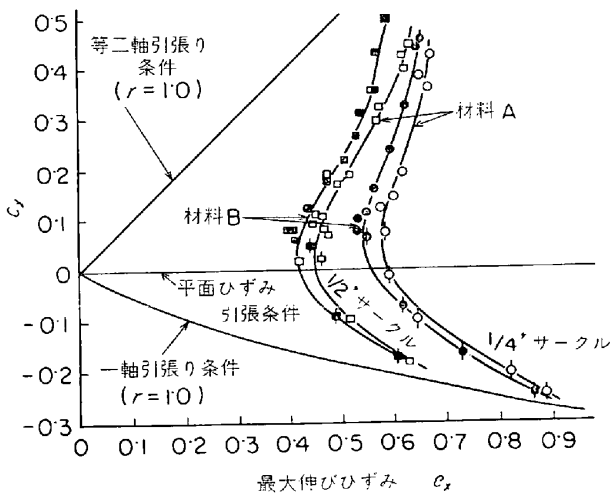


図7 薄鋼板の変形限界 (板厚 0.8 mm) の例 (e_x, e_y ; 慣用ひずみ) (中島浩衛)

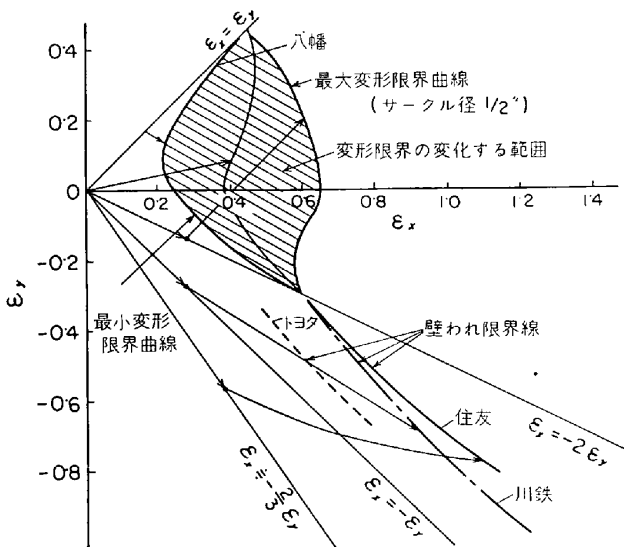


図8 変形限界への変形径路の影響 (薄鋼板成形技研資料)

性不安定と関連づけて理解されている。

いまひとつの散在の理由は、図5について小林⁹⁾が推定したごとく、破断部の変形径跡が成形中に変化する影響が含まれている。すなわち、破断部が一定のひずみ比を保って変形し破断にいたる場合 (単純変形径路) と、途中でひずみ比が変わって破断にいたる場合 (複合変形径路) で、破断ひずみ量が異なる。

図8⁷⁾は変形限界への変形径路変化の影響を調べた実験結果で、この径路変化によつて、変形限界線は最大限界線と最小限界線が生ずる。最大限界線をあたえる変形径路は一軸引張り変形後→等二軸引張り変形の組み合わせである。最小限界線は、逆に等二軸引張り変形後→一軸引張り変形 (平面ひずみ引張りという例もある) の場合であり、単純変形径路の限界線より小さいひずみ (たとえば e_x) となる。その他の変形径路の組み合わせの限界線は、この最大と最小の範囲内に存在する。

この変形限に及ぼす複合変形径路の影響は、今後、力

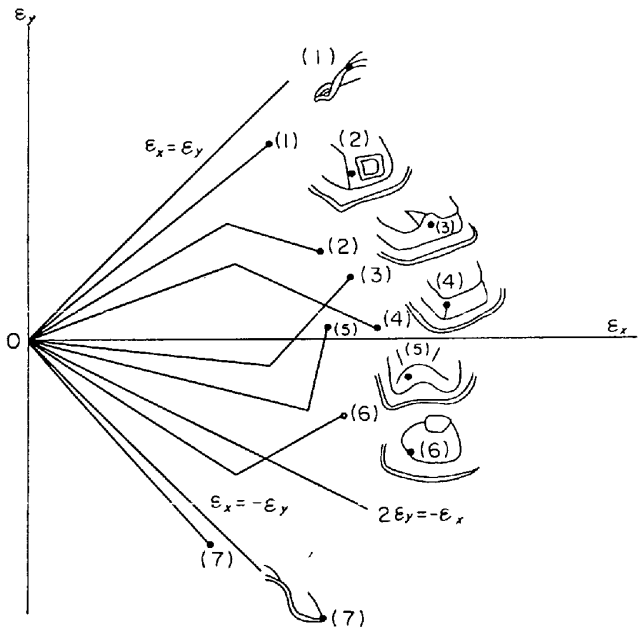


図9 成形形状と変形経路の模型図 (薄鋼板成形技研資料)

学的ならびに金属学的な立場から検討されねばならない。水沼と筆者の極限変形能に及ぼす複合変形径路の影響に関する研究から⁸⁾、複合変形径路の影響は、予変形と後変形における静水張力成分 (3 応力成分の和の1/3) の大小関係、メカニカルファイバーなどを考えることで理解できるように思われる。

変形限に及ぼす破断部のひずみ分布や複合変形径路を考慮することにより、図5の実測値の散在は納得できる。破断部のひずみ分布とその部分の形状との関係を作るための検討も始められ、実験式的な補正も考えられている。また複合変形径路と成形形状の関係は主要な技術的資料であり、そのため実際成形で形状と破断部ならびにその破断部の変形径路などが調査された⁹⁾。図9はその例で、成形形状と破断部の位置、そこの変形径路について、いくつかのパターンに分類する努力が続けられている。

変形限に及ぼす複合径路の影響は、成形された壁に生ずるわれの分類や理解にも役立つことになる。たとえば自動車車体ならびに実験室的な成形による壁われ (写真1, Cのごとき) の破断ひずみの測定も行なわれ、その壁われ限界線は図8に示すごとく、単純変形径路の変形限の延長上に近いこともわかってきた。

板厚面での破断限は伸びフランジ変形限として古くから研究の対象になってきた。しかし、それらは主として、切削板厚面の変形限である。実際作業では打抜き面の変形限が使われることが多く、切削面の利用は打抜き面の破断対策である。この打抜き面の伸びフランジ変形限に関する検討はいく人かの人によつて試みられてきたが、切削面の変形限との対比を行なう以外に、総合的な検討にいたらずに中止されており、筆者もその一人であつた。このことは、切削面の変形限の寸法効果の複雑さにさらに打抜き条件が加わり、打抜き面の変形限があまりにも複雑な要因に支配されるとの考えが支配していた結果である。

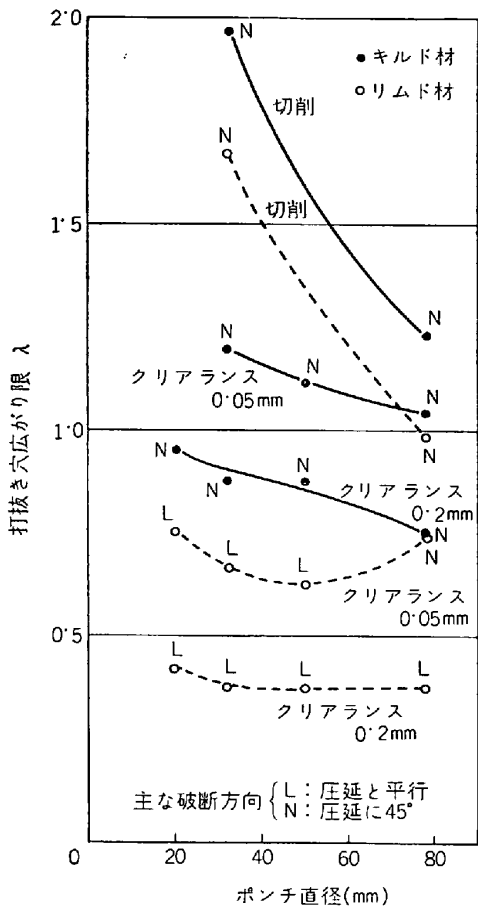


図10 ポンチ直径の影響 (平底ポンチ) (板厚 0.8 mm) (中川, 筆者ら)

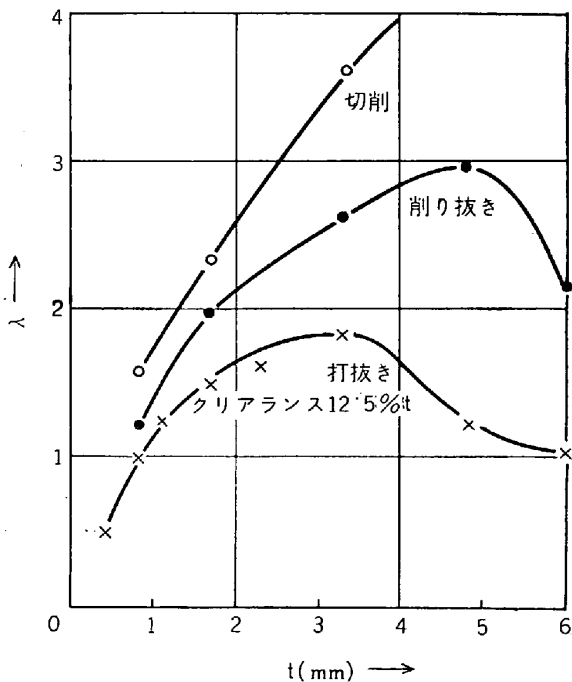


図11 穴明け法の違いによる穴拡がり限への板厚効果 (材料: 0.08C 焼鈍材) (中川, 筆者ら)

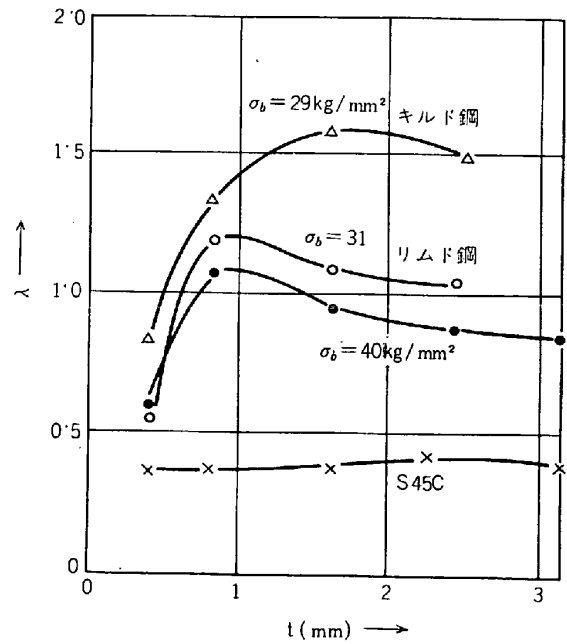


図12 各材質の打抜き穴拡がり限 (クリアランス 12.5% t) (中川, 筆者ら)

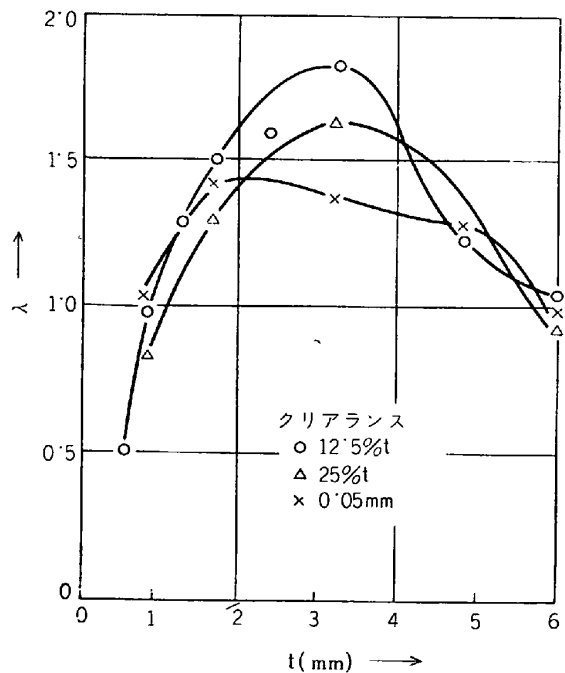


図13 穴拡がり限におよぼすクリアランスの影響 (材料: 0.08C 焼鈍材) (中川, 筆者ら)

むしろ、打抜き面の変形限を基盤にして、打抜き面の分離面性状ならびに加工硬化層を媒体として切削面を特殊な場合とみての、中川と筆者の打抜き面伸びフランジ成形限の実験的研究は¹⁰⁾、切削面の変形限に対するよりも単純な変形限と寸法ならびに材料との関係を見出した。たとえば図10はポンチ直径の寸法効果と穴拡がり限の関係であるが、打抜き面の場合のほうが寸法効果は少ない。また、図11は打抜き、削り抜き¹¹⁾ならびに切削などによる穴拡がり限への板厚効果をみた例¹²⁾で、打抜き穴への板厚効果は他のものより小さい。図12¹³⁾は

打抜き穴拡がり限への板厚効果が高抗張力になるほど小さくなる例であり、打抜きのリアランスの影響も実用的な範囲内では大きくない(図13)¹²⁾。切削穴にくらべて打抜き穴の変形限に対する寸法効果の減少は、伸びフランジ成形限の推定を容易にする。また打抜き面の変形限が材料の極限変形能とさらに極限変形能と介在物の量や大きさの間に高度の相関を見出したが、このことは打抜き面の変形限が材料特性値と定量的に結びつく場である。

切削面の変形限についての理解には、塑性不安定(くびれの発生)とくびれの増殖¹³⁾ならびに破断との関係などへのひずみや応力勾配の影響が、力学的ならびに金属学的にいま以上に明らかにされねばなるまい。

5. 塑性不安定と破断

前項にのべた変形限に対するひずみ比(変形径路)ならびにひずみ比変化(複合変形径路)の影響を理解するためには、塑性不安定や破断の研究がプレス成形を対象として行われねばならない。たとえば、破断の研究が大きな塑性変形を伴い、かつ変形径路の違いも含まれることなどを考慮して、変形限や成形限の理解に直接結びつくものとして取り扱われることである。

塑性不安定とは、ある塑性変形後何らかのくびれが発生する現象と考えているもので、力学的状態の不安定問題のひとつである。たとえば、引張試験片が一樣伸び変形限をすぎ、くびれを伴う変形状態に移行する点が、塑性不安定点である。引張試験の塑性不安定点は普通には最大荷重点とされており、荷重を p とすれば、

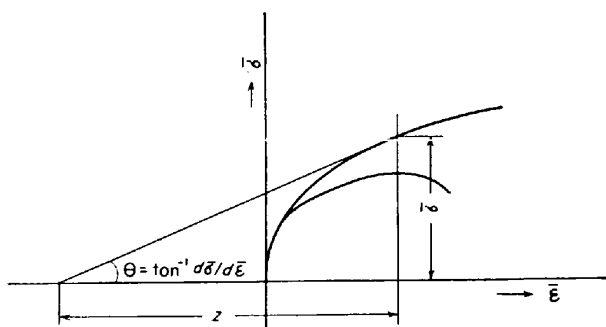
$$dp = 0 \dots\dots\dots (1)$$

が塑性不安定条件である。このような考え方は、薄板成形のごとき二軸引張り応力状態にも適用されてきた。すなわち、板厚方向の応力成分を無視した、平面応力の場合における塑性不安定条件式は、相当応力を $\bar{\sigma}$ 、相当ひずみを $\bar{\epsilon}$ とすれば、塑性不安定条件は

$$(\alpha \bar{\sigma} / d\bar{\sigma}) = \bar{\sigma} / Z \dots\dots\dots (2)$$

であたえられる。 Z は図 14 に示すようなもので Subtangent と呼ばれている。 σ ならびに $\bar{\epsilon}$ に塑性異方性の取扱いを(具体的には r 値を用いて)行ない、 $\bar{\sigma} = c(\bar{\epsilon})^n$ なる n 乗硬化則を用いて、久保寺ら¹⁴⁾ ならびに中島ら¹⁵⁾ が塑性不安定に及ぼす n 値や r 値の影響を計算している。そして軟鋼板について、これら計算値は実際のくびれ発生と合致する傾向がみられることも報告されている。

しかし、(1) ならびに (2) 式は、すべての材料につい



14図 塑性不安定の Subtangent

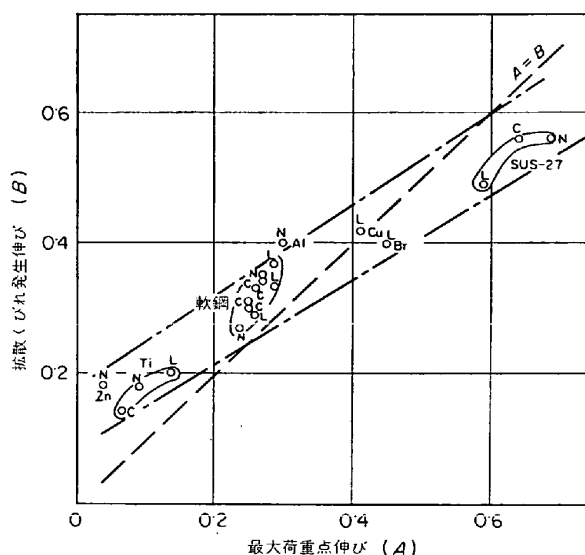


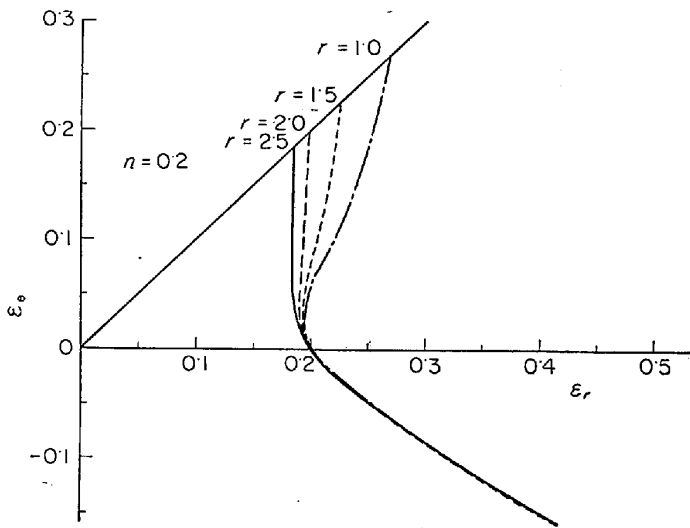
図15 引張試験における最大荷重点伸びと拡散くびれ発生伸びの関係(板厚:主として0.8mm)

て、塑性不安定(荷重不安定)とくびれ発生(変形不安定)を結びつけるものではない。たとえば、引張試験において、試験片にくびれが始まると荷重が低下し始めるという理由はない。荷重の低下は、加工硬化増分と断面減少増分の平衡がくずれた現象にすぎない。図 15 は引張試験における荷重不安定伸び A (最大荷重点伸び) と実際に拡散くびれが発生する伸び B (ひずみ分布や、標点距離が異なる 2 つの伸びの不一致点などで判定) の関係を実験的に求めた例であり¹⁶⁾、前述のことを裏書するものである。軟鋼板では A と B の違いが比較的少ないことから、荷重不安定はくびれ発生条件とも近いと理解すべきであろう。

塑性不安定を、軸対称形状の成形過程で力のつり合がくずれる点(ひずみ増分理論による)とした Woo¹⁷⁾ やさらにそれにくびれ部のひずみ比の変化も考えた林¹⁸⁾ の研究、また、変形の状態方程式の解の唯一性がくずれる点と考える。HILLER¹⁹⁾、HILL²⁰⁾、青木と山田ら²¹⁾ の研究は、塑性不安定研究の新しい活動であり、より直接的に成形限にも結びつけられる。また、小森田と筆者は²²⁾、軸対称形状成形の数値解による検討の過程で、方程式の解に現われる特異点が塑性不安定をあたえるとの見解に到達した。これで求まる塑性不安定ひずみならびに応力条件の結果の例を図 16 に示した。塑性不安定ひずみの結果は、いままでの実験結果とも矛盾しない。また塑性不安定を生ずる応力条件として、等二軸引張りから一軸引張り変形状態にわたって、近似的に最大主応力が一定であるとの結果も、いままでに出ているいくつかの他の研究結果²³⁾²⁵⁾とも矛盾しない。

プレス成形ではくびれの発生はその部分の破断開始をも意味し、実際的にはくびれ発生は破断と同じ不良現象であるので、塑性不安定を破断と結びつける考え方は近似的に成立つてであろう。しかし、それが、延性破断の研究の不要を意味するのではなく、予変形を受けた部分の破断のごときは、延性破壊機構の究明がなければ、理解し難い性質が多い。

延性破断の研究は比較的少なく、金属学的ならびに力



塑性不安定限ひずみ (a)

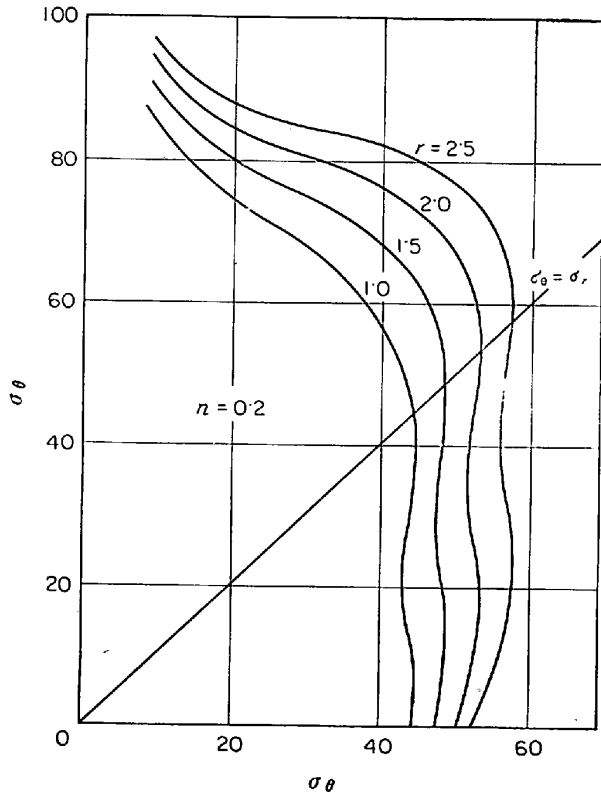


図16 塑性不安定限界応力 (b) (小森田)

学的な面からのいつその検討が期待されている分野である。McCLINTOCK²⁶⁾が最近、延性破壊ひずみを塑性力学的に求めている。それは母材にだ円柱の形をした空孔が存在すると仮定し、変形の進行により空孔が繋がったときが破壊ひずみであるとして計算する方法で近似式は(3)式ようになる。

$$\bar{\epsilon}_f = \frac{(1-n) \ln(c_1 v^{1/2})}{\sin h[c_2(1-n)\sigma/\sigma]} \dots\dots\dots (3)$$

ここで $\bar{\epsilon}_f$: 破断ひずみ, n : n 値, v : 空孔の体積比, σ : 静水応力成分(張力), σ : 相当応力, c_1 ならびに c_2 : 定数である。

彼の計算式には静水応力成分の項が含まれ、静水張力成分が大きいほど破壊ひずみは小さくなる。このことは

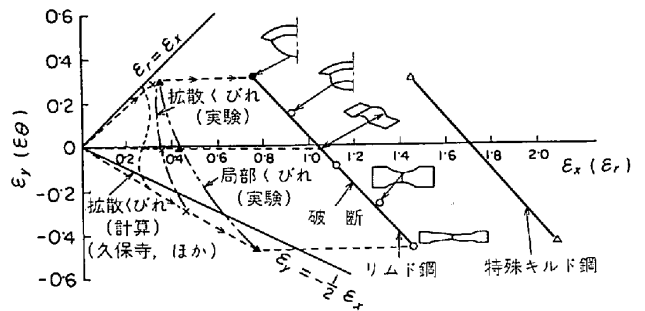


図17 軟鋼板の破断までの塑性変形挙動

水沼と筆者による薄板の極限変形能(破断開始点の破断ひずみ)への変形様式依存性に関する実験事実と合致し、複合変形径路の破断ひずみへの影響を理解するのにも有効である²⁾。変形繊維組織の破断への影響さらには微視的な転位配列の異方性の破断への影響など、金属学的検討を必要とし、またその検討が進行している研究も多いが、ここでは省略する。

図17は塑性不安定から破断にいたるまでの塑性変形挙動をみた例である。塑性不安定が生ずるとそこから破断にいたるまでは、近似的に平面ひずみ状態で変形が進行することは、今後もくびれ変形や破断の研究に当たって覚えておく必要があろう。

6. 変形状態

破断部近傍だけでなく、成形体全体の変形様式、変形径路ならびに変形量の水準などが総合された変形状態は成形限へ直接、間接に大きな影響を及ぼす要因である。前にのべたごとく、変形限がひずみ比や複合変形径路の影響をうけるので、変形状態もそのような因子をも対象にして検討されねばならぬ。

もつとも普通に用いられてきた変形状態の表現法として、素板あるいは成形された形状面に位置する標点を横軸に、軸縦にひずみ3成分($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$)を図示する方法すなわちひずみ分布図である。この方法は、板表面に沿うこの各成分の分布状況を知るには便利であるが、ひずみ比や変形径路さらには変形限との対応を観察するに

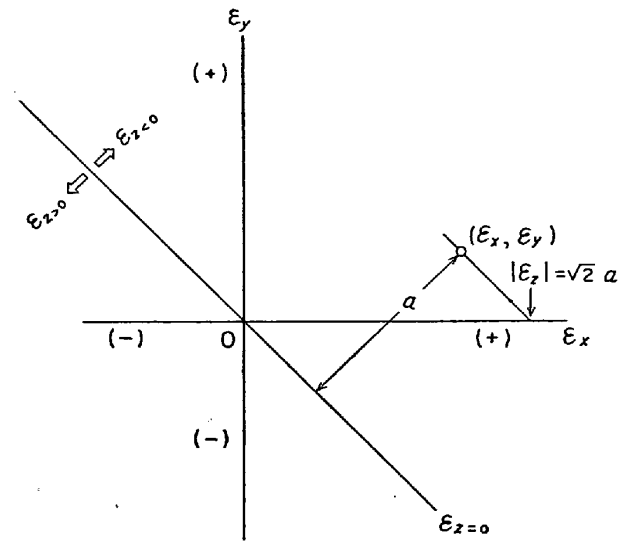


図18 変形状態図座標

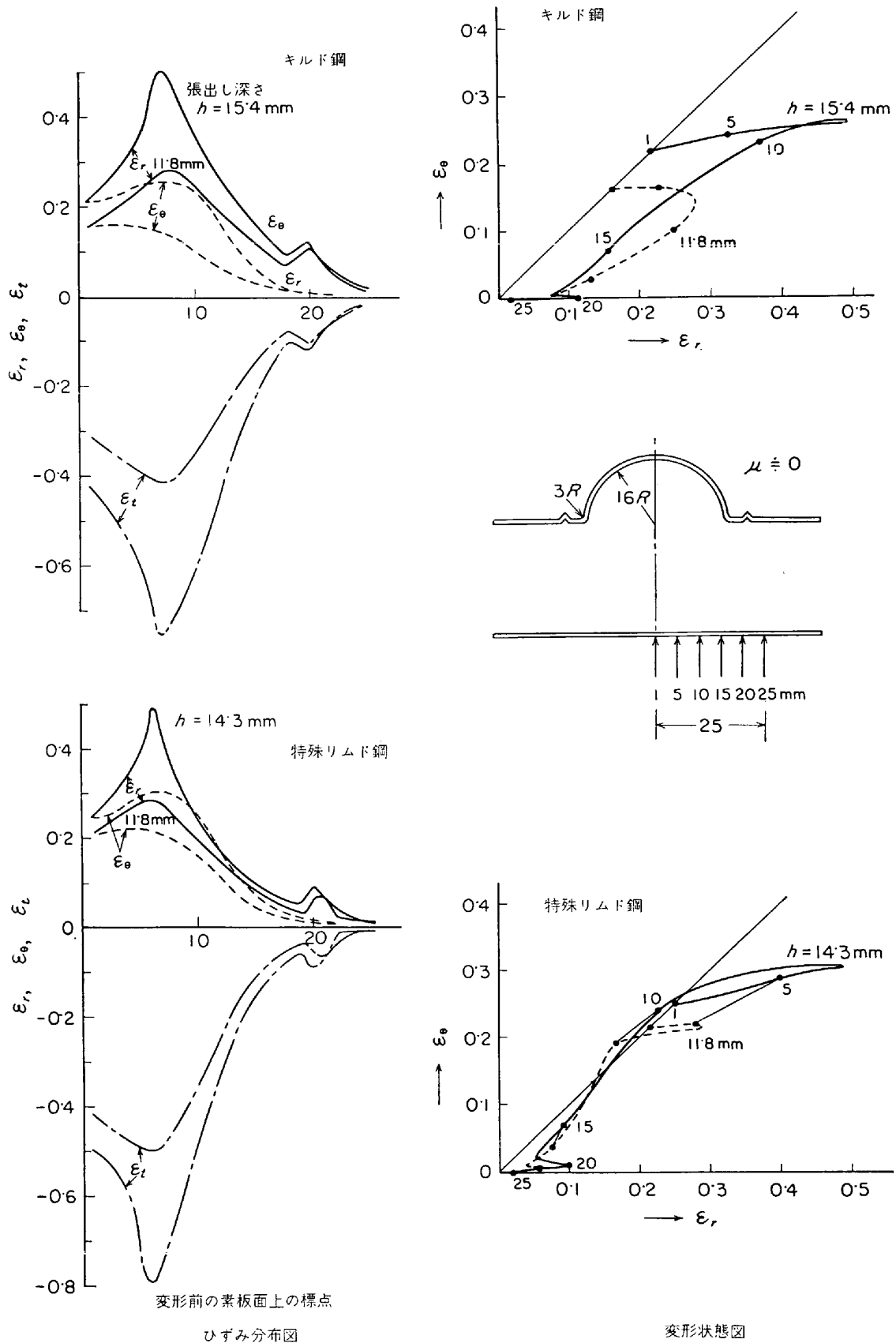


図19(a) 純粋張出しにおけるひずみ分布図と変形状態図

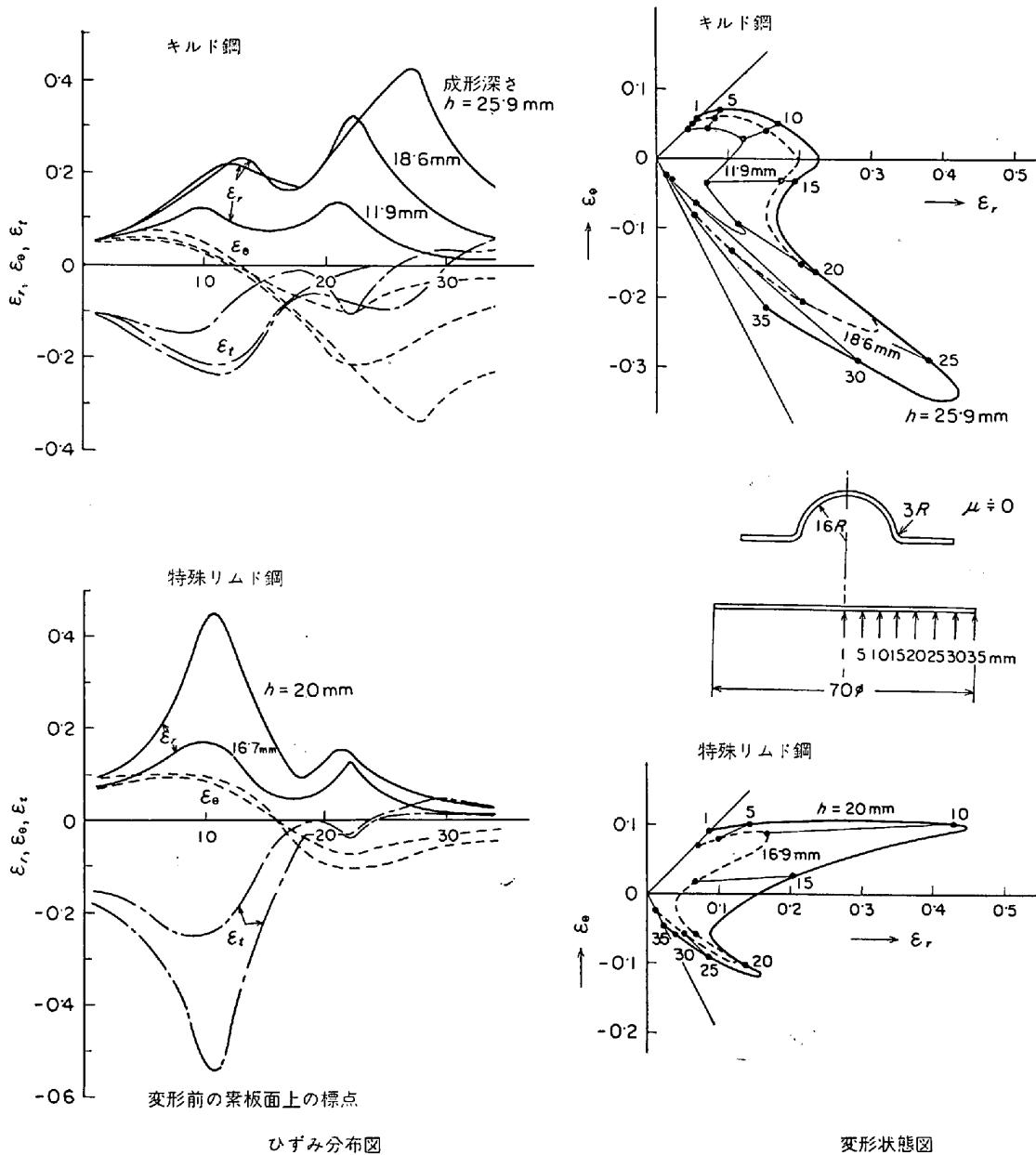


図19(b) 複合絞りにおけるひずみ分布図と変形状態図

は直接的でなく不便である。

筆者の変形状態図²⁷⁾は、図 18 に示すように板面内の主ひずみ 2 成分を直角軸にとり、板厚ひずみ ϵ_z は $(\epsilon_x(\epsilon_y))$ 点から $\epsilon_z = 0$ 線までの距りの $\sqrt{2}$ 倍として表現されるものである。図 19 にこの変形状態図と普通のひずみ分布図を対比させて示した。

図 19 ($\epsilon_x = \epsilon_r, \epsilon_y = \epsilon_\theta$) - a は球底による純粋張出しの例で、変形状態に n 値の差が強く現われている状況である (チタンの n 値は特殊リムド鋼と変わらず、 r 値は数倍異なるが変形状態図の図形は特殊リムド鋼のそれに似ている)。また図 19-b は図 19-a に絞り成分が含まれる複合絞りの場合で、キルド鋼と特殊リムド鋼の変形状態図の図形の違いは r 値の影響が反映している結果である。図 19-a ならびに b における n 値や r 値の違いが変形状態図の図形にあたる影響は、数値解によつても

確認している²⁹⁾。 n 値や r 値の影響を図上で観察して変形限と対比しながら検討するためには、ひずみ分布図より変形状態図のほうがはるかにすぐれていることは、図 19 の両者の比較から十分に理解できる。また変形径路を知ること、ならびに変形限との対応も直接的に観察できる。

図 20 (慣用ひずみによる) は自動車車体の成形で求められた。成形形状ならびに成形行程による変形状態の挙動を示す変形状態図の例である²⁸⁾。成形行程の進行につれて局部変形の異状発達の有無とその変形径路を同時に観測できる。この図に変形限を組み入れることにより、破断危険部の場所、その部分の破断に対する余裕、さらにその余裕を変えるために近傍の変形を調節しうる可能性とその余裕などの検討が容易である。

材料特性、成形形状ならびに作業条件の変形状態への

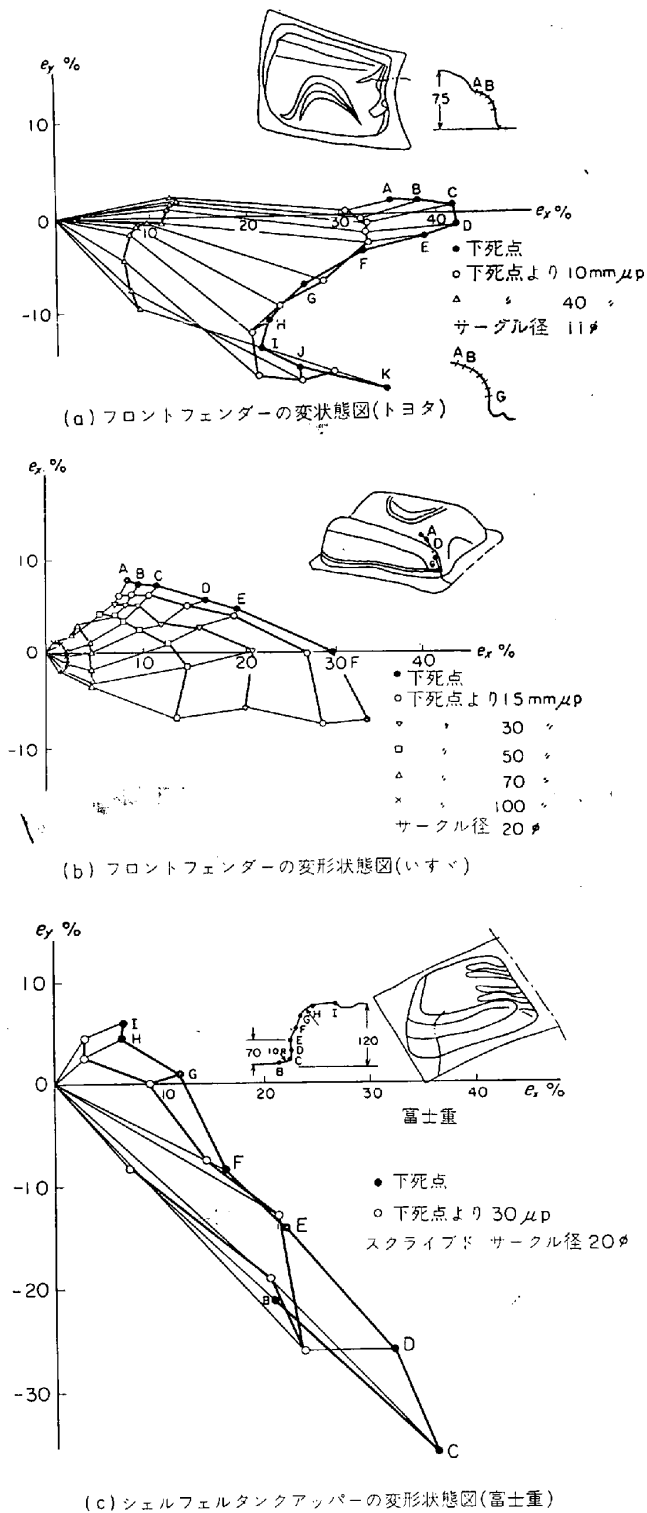


図20 自動車車体パネルの成形進行に伴う変形状態挙動(薄鋼板成形技研資料)

影響はひずみ分布図あるいは変形状態図を用いて、単独ならび複合の効果が調べられている。変形状態図を新しい成形型のトライアウトあるいは型の修正などに実用されつつあるとはいえ、成形限への材料特性、成形形状ならびに作業条件の効果を変形状態を通して分析したり、その効果の数量化は、まだ十分に完成されていない。しかし、多くの資料の収集が行なわれているので、変形状

態と成形限の定性的ならびに定量的な関係の確立は時間の問題と思っている。

成形された表面における変形量や変形様式(ひずみ比)の分布や違いをみるため、小林ら²⁹⁾は変形量と変形様式を区分けし、成形全表面の変形構成状況(変形径路は組み入れられない)を図21のごとく図示する方法も試みている。成形に際して各部がうける変形状況を観察し、成形限に対する変形量ならびに変形様式の変更による効果を調べたり、成形形状の特徴を検討するのに便利である。また、形状凍結挙動、ひいては張り剛性などについての見解も求めうる。

7. 変形様式と材料特性

変形状態や塑性不安定などに大きな影響を及ぼす材料特性としては、加硬化や塑性異方性 r 値などがあることは、すでにのべたし、また現在では常識かもしれない。また n 値と r 値が材料固有値で、変形量や変形様式に依存しないとの認識が一般的な現状であろう。

しかし、変形限へのひずみ比や複合変形径路依存性を問題にしたり、塑性不安定や延性破断問題を検討し、さらに変形状態の詳細な分析をも試みる最近の活動に対し加工硬化挙動や r 値的異方性への変形様式の違いの影響を調べておくことは重要である。

筆者らは、プレス成形の変形状態にみられるすべてのひずみ比を包括しようと考えられる、いく種類かのひずみ比で変形をあたえ、変形集合組織観察や引張試験を試みた³⁰⁾。そのなかで、軟鋼板の r 値は等二軸引張り変形をあたえると変形量の増加につれて減少することを見出した。たとえば図22もそのような例である³¹⁾。この現象は集合組織の変化からも理解できた。その結果は、加工硬化挙動かひずみ比の違いによって異なるのではとの予測を生むことになる。

図23は筆者らが、引張試験ならびにだ円液圧パルジ試験を用いて、実験でえられる応力～ひずみ曲線へのひずみ比の影響をみた例である³²⁾。この曲線群は、異方性塑性論を用いて修正することにより、すべて一致すると思われる。 r 値が変形様式ならびに変形量に依存しない材料定数と仮定し、 r 値による塑性異方性表現による補正を軟鋼板について試みると、実用的な程度に曲線群は合致する傾向は認められる。しかし、18-8不銹鋼については、逆に曲線群の差は大きくなる。また軟鋼板の r 値的異方性が前にのべたごとく変形様式と変形量に依存して大きく変化する性質であることは、塑性曲線のひずみ比依存を r 値の効果のみと考えることでは理解できない。

また、加工硬化率 n^*

$$n^* = \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} / \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} \dots\dots\dots (4)$$

を図23から一軸引張りと同二軸引張りについて求め、 $n^* \sim \bar{\epsilon}$ への関係を図24に示す。二軸引張り状態ではひずみ比による傾向的な違いは、今回の実験では見いだされなかつたが³³⁾、一軸と等二軸引張りにおける n^* の ϵ に対する関係にはあきらかな違いを認めうる。等二軸引張りによる異方性の変化がこの違いのひとつの原因であろう。

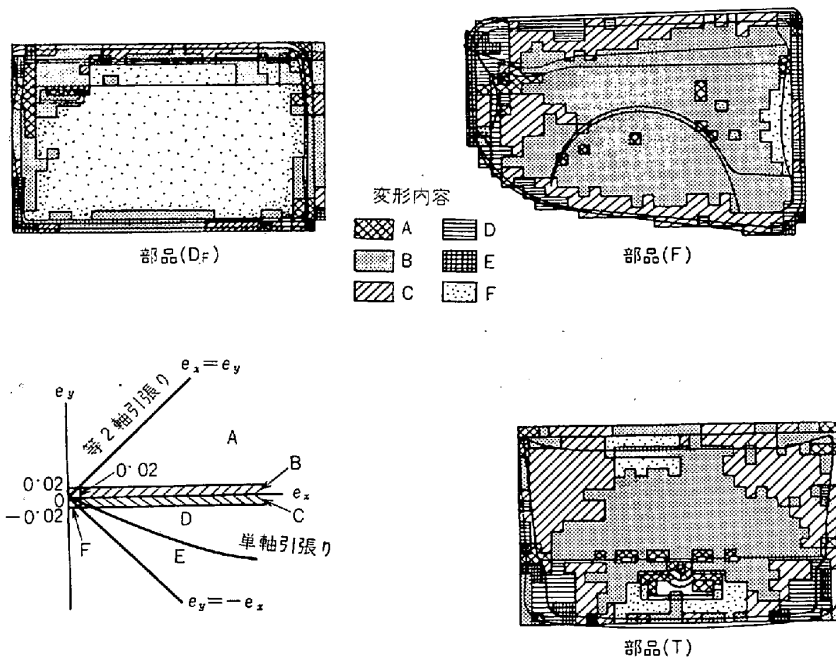


図21 自動車車体パネルの成形品における変形構成図 (小林徳夫ほか)

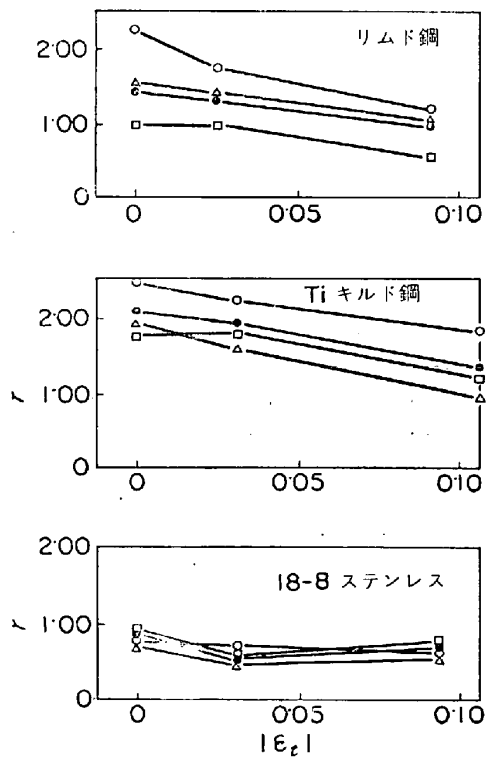


図22 等二軸引張り変形における板厚ひずみ (e_1) と r 値の変化³³⁾

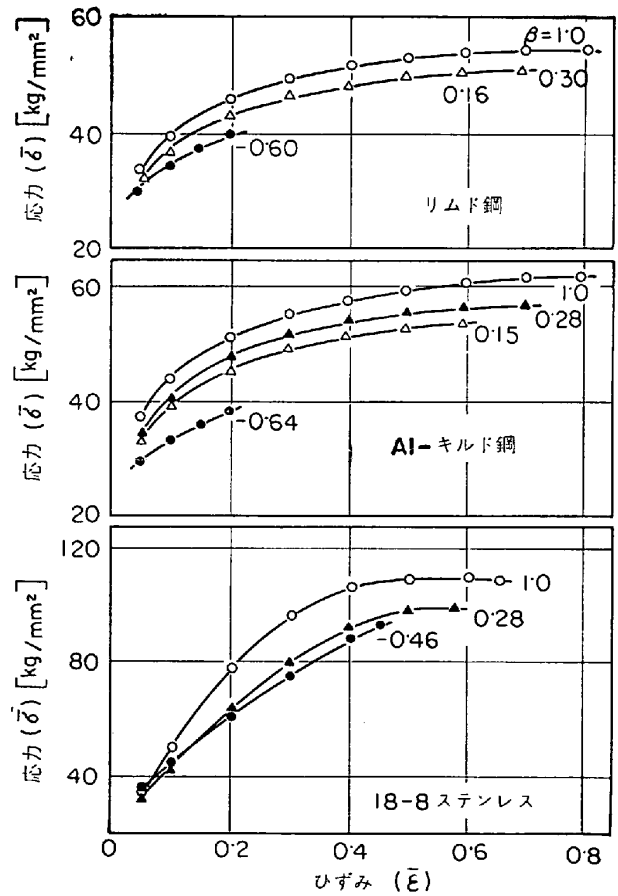


図23 $\bar{\sigma} \sim \bar{\epsilon}$ 曲線へのひずみ比 β の影響 (等方性材料と仮定して求めた $\bar{\sigma} \sim \bar{\epsilon}$ 関係)³³⁾ (板厚: 0.8 mm)

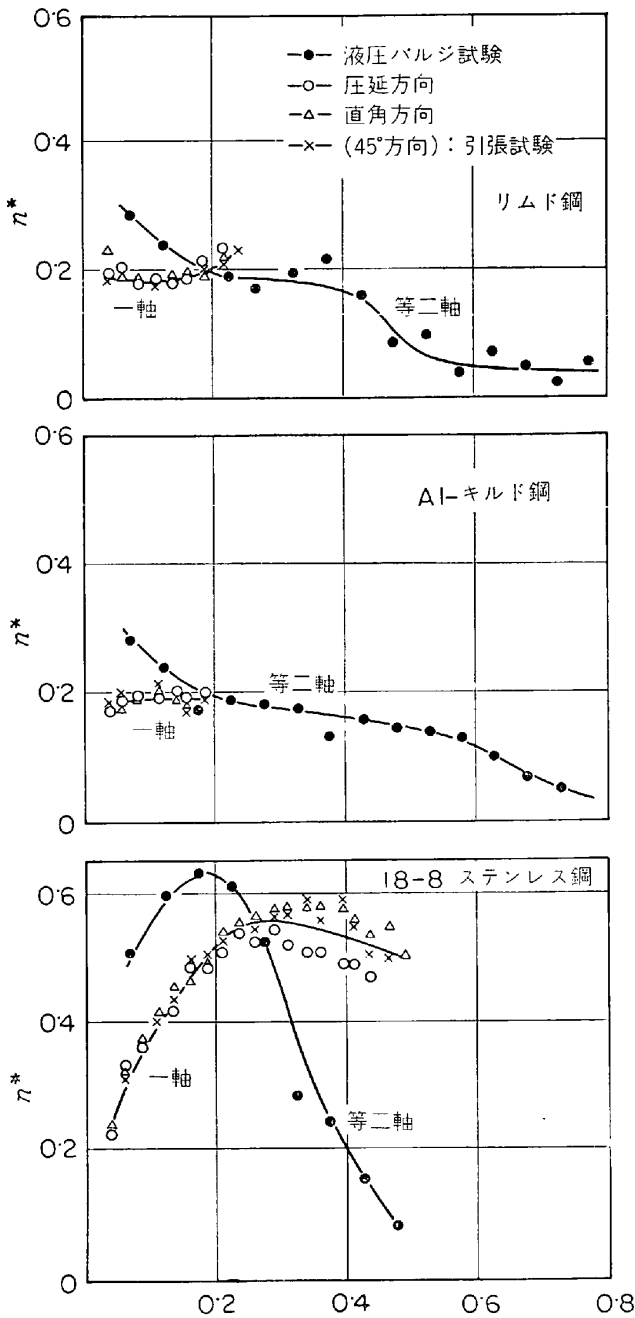


図24 一軸引張り及等二軸引張りによる加工硬化度の挙動³¹⁾ (板厚: 0.8 mm)

いわゆる n 値と呼ばれる値を一軸引張り及等二軸引張りについて 図23 の曲線から最小自乗法で求め比較したのが 図25 である。この図には薄鋼板についてだけでなく、参考に非鉄金属の例も示した。また、この図に示す金属板の純粋張出し限界と二軸ならびに等二軸の n 値との対応をみると等二軸の n のほうが相関が強かつた³¹⁾。

また筆者は同じ ϵ における等二軸引張りの $[\bar{\sigma}]$ と一軸引張りの $\bar{\sigma}$ の比 (任意に異なるひずみで求める $(\bar{\sigma})\beta_1 / (\bar{\sigma})\beta_2$ の比もほぼ同じ)

$$x = [\bar{\sigma}] / \bar{\sigma} \dots\dots\dots (5)$$

を深絞り評価のための材料パラメータとして提案しているが³²⁾、鉄ならびに非鉄も含む、多種類の薄板の深絞り性と x 値の相関はそれと r 値との関係より相関が強い。

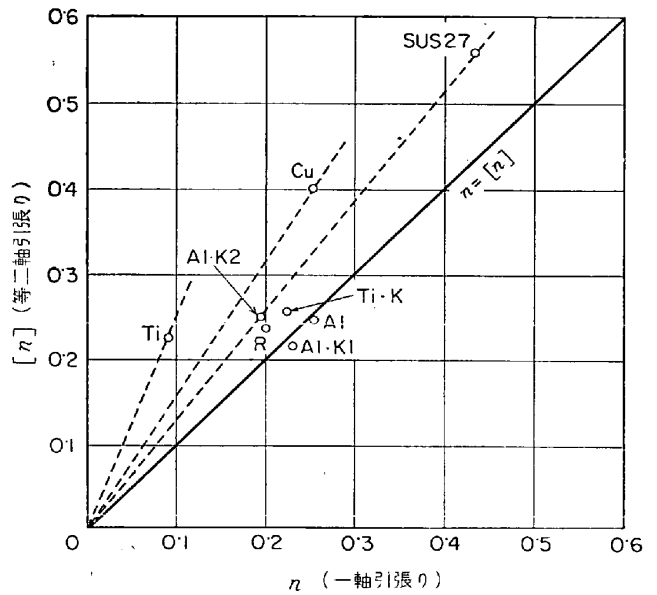


図25 一軸引張試験での n 値と等二軸引張りでの n 値 $[n]$ との比較³¹⁾ (板厚: 0.8 mm)

以上、加工硬化挙動への変形様式依存性を主に、その現象と 2, 3 の適用結果をのべてきた。それらは、いずれも加工硬化挙動への変形様式依存性を認識する必要を示すものとする。その依存性が冷延鋼板では r 値と相関が強いようであるが他の鋼板や非鉄板を含めると、 r 値のみではこの依存性を理解できないし、非実際のでもある。

加工硬化は、変形限、変形状態をひいては成形限を大きく支配する材料特性であるだけに、プレス成形における変形状態にシミュレートさせた変形様式での加工硬化挙動の研究は非常に重要である。この研究から r 値について認められている成形性や成形限評価の効果も含んだ、新しい材料パラメータの認識が生ずるだろう。それとともに、現在の相当応力や相当ひずみの定義も再検討される必要があるように思われる。

8. 変形限ならびに変形状態と成形限

3)~6) にかけて変形限と変形状態ならびにそれに関連して検討されているおもな事項をのべたが、変形限、変形状態ならびに成形限の関連について検討せねばならぬ。理解を簡単化するために、また、もつとも普通に用いられる成形限の値として、限界成形深さを考える。仮りに材料が違っても変形状態に差がないと考えると、破断危険部の局部変形量増大に伴う成形深さの関係は、図 26 a, b, c のごときモデルを想定できる。すなわち、a 図はエリクセン試験や純粋張出しにみられる関係で、b 図は伸びフランジングにおける縁の変形と成形深さの関係に近く、c はダイス面からの材料流入が含まれる場合に対応する。この3つの例のうち、異なつた変形限 A, B をもつ材料 A と B の成形限への寄与は、a, b, c の順に大きい。すなわち、変形様式あるいは成形様式の違いによつて、変形限が成形限へ及ぼす影響の程度は異なつてくることを認識しておく必要がある。

さらに、それら個々の場合に、材料 A と B の違いは変形状態の違い (たとえば、同じ形状の成形に 図 19 に示

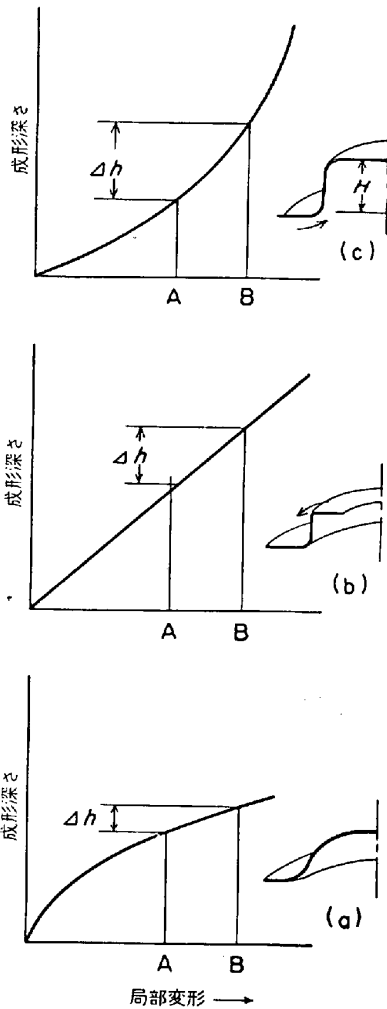


図26 成形限(最大成形深さ)が局部変形限のみに依存する場合(成形-変形限モデルI)

すぐく変形状態図が相似でない)を伴うのが普通である。このような場合、成形限への変形限の寄与は変形状態を媒体として、図27に示すごとく、寄与が大きくなる(a図)、小さくなる(b図、c図)などが与えられる。

図26ならびに図27は上野³⁴⁾が成形限と変形限の関係モデルとして示した、タイプIIとIを基礎に作ったものである。図27のc図は変形限が大きい材料の方が成形限はむしろ小さくなるモデルである。このモデルに適合する例を図28に示す。自動車フェンターの成形例で材料BはAよりもいわゆる変形限は大きい変形状態の材料による違いが著しく、材料Aでは成形できるが、Bでは成形できなかった実例である。この材料Bはダイス面からの材料流入を大きく利用する深絞りやそれに近い複合成形、また伸びフランジング(打抜き縁ならびに切削縁とも)では普通のキルド鋼より抜群の成績を誇っていたものである。

成形限支配因子として、変形限と変形状態を同格として考えねばならぬことは、前述の成形限と変形限モデルならびに実例で理解できるであろう。したがって、成形形状、材料特性ならびに作業条件と変形状態の関係が調査され、多くの資料の収点と分析が必要となる。もちろん、このような調査や³⁾以降にのべてきた種々の問題

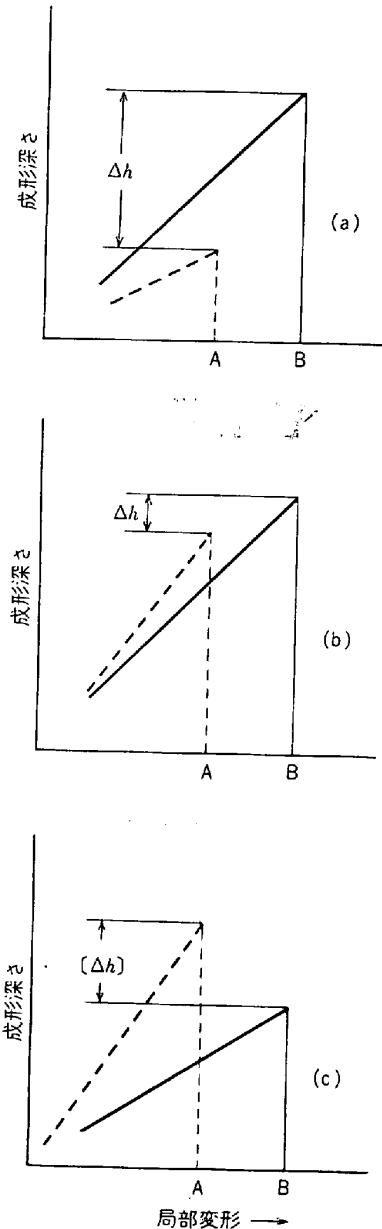


図27 成形限(最大成形深さ)が変形状態にも依存する場合(成形-変形限モデルII)

の研究がすべての成形に必要なのではなく、自動車車体や類似の異形状の成形限の検討に必要なので、単純な形状でしかも小寸法の場合は、実験室で成形でき、直接成形限を求めることの方が効果的なことはいうまでもない。その典型的な例が曲げ限界であつて、実験室的成形と実際成形の直接対応がつけられるため、最小曲げ半径という成形限は実験と作業結果の組込みで、つねに新しく設定か繰返されて実用に供されている。

9. 基本形状の成形限

変形限や変形状態の組み合わせで成形限を考えようとするのは、形状の複雑さ、それに寸法が組み合わせられることからくる成形限の検討の困難を少しでもさげようとするひとつの方法でもある。しかし、変形限が局部形状に、変形状態が局部と全体形状に、それぞれ結びつけて取扱われるのであるから、成形限研究の場に、成形限へ

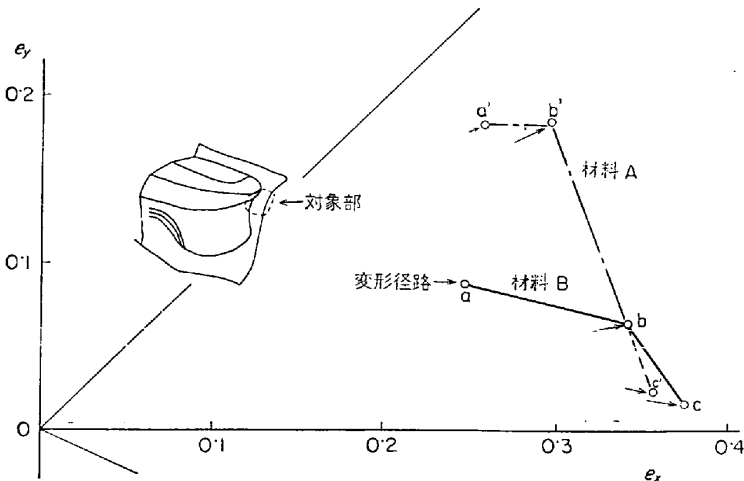


図28 材料の違いによる変形状態の違いの例
(b, b' : 破断位置) (小林敏郎 提供)

の形状や寸法効果の研究が占める役割は大きい。
基本形状の成形限研究は、直接的に成形限を求め、その成形限の形状と寸法の依存性を知り、大寸法異形状の成形限の検討を容易にそして正確に行なうためにも役立てるものである。このような成形限研究に対して、便利かつ合理的な形状と寸法はどのようなものかは、筆者には実に困難な問題である。成形限への形状と寸法効果に関する研究が少ないことは、この困難さからの逃避の姿でなければよいと思うほどである。成形限研究の必要は、プレス成形では新しい形状と寸法の成形を対象とすることが多いからであつて、そのために成形限への形状と寸法効果の検討は避けられない問題である。基本形状の成形限については、形状と寸法効果という観点からの総合された研究は少ないとはいえ、個々のいくつかの形状と寸法の成形限の資料は多い。今後は、このような資料を結びつけ、技術的利用に便利なものとする研究が必要である。

そのためには、形状とは、また寸法とは何かの困難な壁に合つてしまう。筆者は回転対称形を基準形状とし、その幾何学的形状のくずれを形状変化、回転半径の大小を寸法変化と考えることにしている。たとえば、横断面形状についてみれば図 29 のごとく、比較的円に帰納しやすいいくつかの形状を基本形状とし、各辺の交点における曲率半径の違いは寸法変化と考える。また縦断面形状については、平底に帰納しやすい形状を図 30 のごとく基本形状とし、曲率半径の違いは寸法変化とする。

深絞り成形限として、最大素板寸法や最大成形深さなどを用いて、図 29 のごとき断面形状のいくつかについて成形限を求めた資料は多い。しかし、縦断面は平底か球底の場合に限られていて、他の形状のものはほとんどないといえる。

純粋張出し限については、形状ならびに寸法効果の観点から検討した。たとえば堀と筆者らは³⁵⁾、まず、純粋張出し限を求めるのに、寸法効果を組込んだ実験式を作るため、横断面を円とし、ポッチ底を平底-球底の系列で検討した。それは、張出しを行なう工具の諸元の寸法変化の張出し限への寄与を直線的関係とし、連立一次方程式を解く、いわゆる重相関分析による方法である。最近、さらに資料を追加し、薄鋼板について、純粋張出し限界の深さ h_{max} を求めるつぎのような実験式を作つて³⁶⁾いる。

$$h_{max} = -2.5 - 0.11d_1 + 0.18d_2 + 0.5r_p + 0.3r_b + 12n \dots \dots \dots (5)$$

n は材料の n 値で、この式にさらに板厚の項を入れ完成させたいと思つている。

また、日本鋼管では、純粋張出し限における A-B 断面の伸び (図 31 参照) を求めるのに、横断面形状や寸法の効果も組込んだ実験式

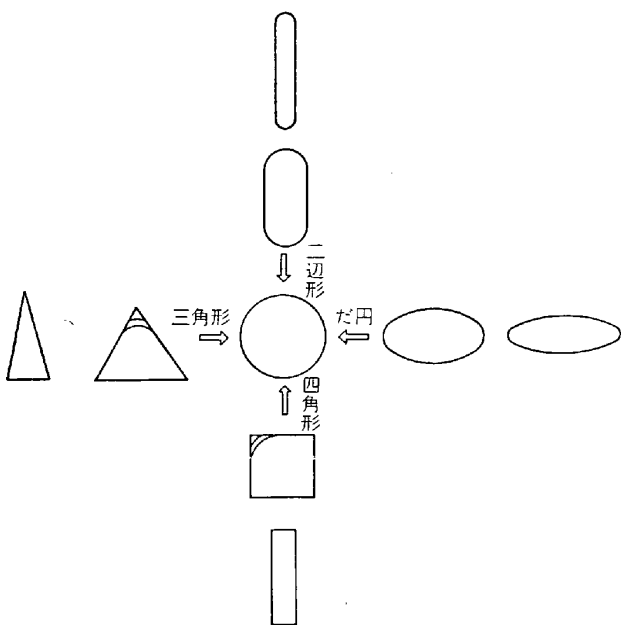


図29 横断面形状からみた基本形状の系列

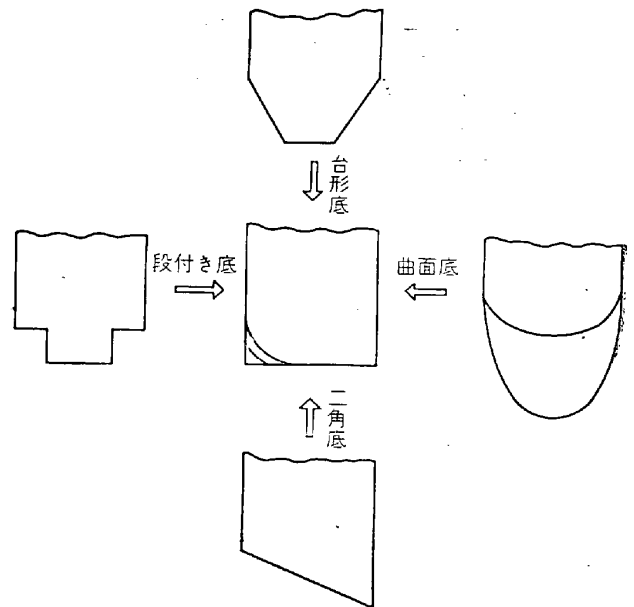


図30 縦断面形状からみた基本形状例

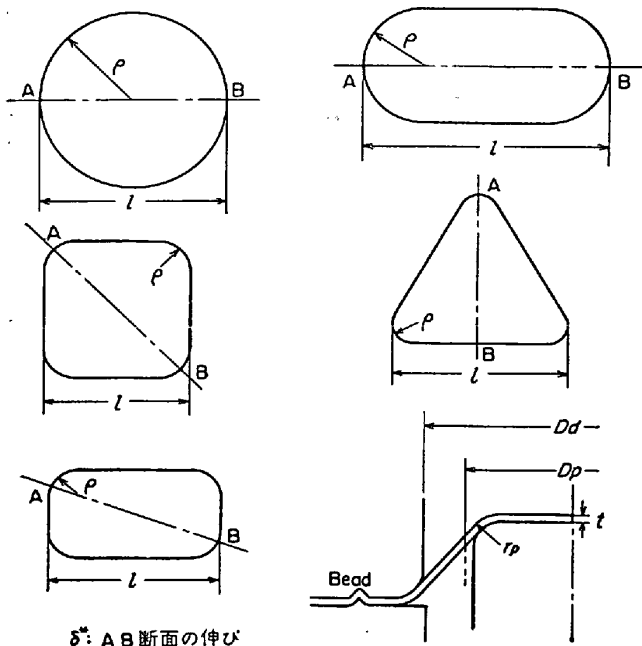


図31 6式に含まれている工具の諸元

$$\delta^* = AX + B \quad \left. \begin{aligned} X &= (d_1/d_2) \{ (r_p/d_1) (2\rho/l) / t/d_2 \}^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

を検討している³⁷⁾。Xは工具パラメータと呼ばれる。

これら形状と寸法効果を含み、ダイス面からの流入も組込まれたものが、たとえば図 29, 30 のごとき一連の形状と寸法について完成するには、これからかなりの時間を必要とするであろう。それは、このような仕事の場合が多分に研究という面からはずれているような感じを一般にあたえて、研究者の守備範囲外という誤解も原因であろう。

絞り、張出し、ならびにその複合という成形のほかにも基本形状の伸びフランジの研究も、山田や筆者の研究以来中絶していたものが再開された¹⁰⁾¹²⁾¹³⁾³⁸⁾。また非回転対称形の伸びフランジによつて、実際作業における各種破断の実験室でのシミュレーションを可能にした面の巧績も大きい。

基本形状の成形に関する研究全般についていえることは、最近この方面の研究活動が動き出したとはいへ³⁹⁾著しく減じたことであろう。過去の多くの研究成果を技術へ生かすため、この分野が果たす役割の大きいことを忘れてはなるまい。そして、その研究活動のなかに、成形限への形状と寸法効果という困難なそして重要な問題への働きが含まれてほしいものである。

10. そ の 他

1) 成形度、成形難易度

あたえられた形状と寸法あるいは成形するためにモディファイされた形状と寸法から、成形のきびしさをいうものを成形度という。この成形度の成形限に対する余裕度を成形難易度と呼ぶ。たとえば、局部的変形量のみで成形限を判断してよい場合、図 32 に示す p が成形度 f を変形限とすれば、成形難易度 S は

$$S = p/f \dots\dots\dots (7)$$

とされる⁴⁰⁾。また円筒の深絞りでは、あたえられた絞り

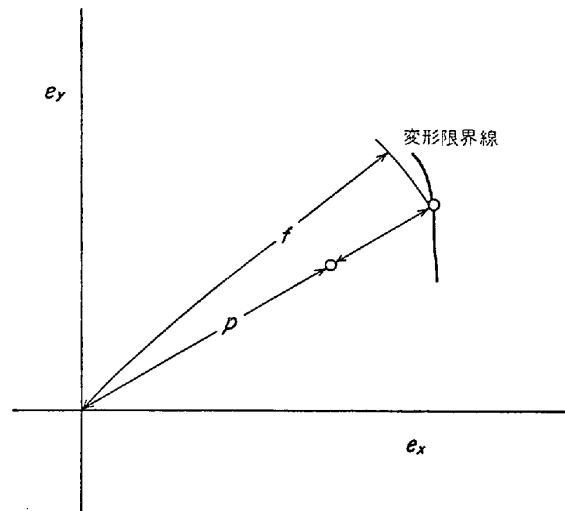


図32 局部変形における成形度、成形難易度

比が p 、深絞り限界を f とすれば、その難易度は、7式で表現されるものである。この成形度ならびに成形難易度は、9. までののべてきた諸研究の総合された成果のうえに成立つものである。したがつて、この問題は、もうしばらく、関係した研究と調査が進んだのちに論ずるほうが適当であろう。

2) 成形限算出システム

この問題も、9. までの諸成果の積み重ねのうえに作られるものであるが、いくつかの形状について試行を重ねられている。たとえば非常に単純な形状の成形での試みが行なわれている。電子計算機の発達は、成形限に影響を及ぼす多くの因子を入力とし、これに対する判別式を多く用うことができる特徴を生かしたシステムが考えられている。型設計段階あるいは形状設計に用うる曲面や曲線の標準化が型工作のNC加工対策も考えて進められている。

3) 変位について

成形限は、破断、変形ならびに変位を考えねばならぬとしながら、変位問題についてはのべなかつた。それは鉄と鋼という材料に関する雑誌に本稿が掲載されることと、筆者に十分な手持ち資料がないためである。

材料と成形を結びつける場では、応力とひずみを用いて成形問題を取扱うことは本質的に正しいものである。しかし、複雑な異形状の成形を考える場合、材料の変位量とか流れ方向を用うることも可能である。それで、9. の基本形状の成形に関する今後の研究のなかに、変位とか材料の流れなどを持込む必要があると筆者は考えている。たとえば、工具と材料の変位あるいは成形形状の幾何学的条件で定めうる無変位点(たとえば円の中心)あるいは無変位線⁴¹⁾(たとえば面对称形の場合の対称軸)と特定素板位置の相対変位などである。素板内で処理する変位を相対変位といえ、工具に対する変位は絶対変位ともいえる性格のものである。これら変位はとくに、しわの研究にかかせない。

あ と が き

技術資料との依頼であるにもかかわらず、多分に総説的な記述になつてしまつた。成形限研究という広い問題

で、かつ成形技術と材料特性の両面において今後の研究の中心となる問題であつてそれも総合的な立場で推進される必要もあるので、このような記述体系をとらせてもらった。また、この方面の外国の研究は最近少なく、国内の研究活動にくらべて低調である。そのため国内状況を主に、しかも実際面に直結しているような項目に限定した。そのため、国内における成形限研究に関するいくつかの基礎的なものがぬけている。しかし、それら全部を収録すれば、紹介するのみでこの稿の頁数は埋まってしまうであろう。

さらに、形状凍結やしわの問題についてふれなかつたことは心残りである。破断問題とは別個にこれらの問題があり、破断と同様に重要な成形限支配子であることを表1からくみとつていただきたい。

最後に、薄板の成形形状と寸法は千差万別であるのに材質までいく種類も存在することは、成形技術の確立に幸いなのか不幸なのかと考えさせられる。もし、材質が一種類(たとえばキルド鋼あるいは類似)でその特性のバラツキが少ないものであれば、現在始まつている成形技術の体系化や標準化は一層進むであろうし、材料と成形の両方の場に利益をもたらすように思われる。プレス成形と材料の研究の目的には、このような状態の出現をもたらすことも含まれていると思ひますが。

文 献

- 1) A. M. ERICHSEN: Stahl u. Eisen, 34 (1914), p. 879
- 2) K. YOSHIDA: Sci. Pap. IPCR, 53(1959), p. 1514, 126
- 3) たとえば K. YOSHIDA and K. MIYAUCHI: Sci. pap. IPCR, 60 (1966). p. 1, 5
- 4) たとえば, 岡本豊彦, 林豊: 塑性と加工, 7 (1956), p. 70, 584
林豊: 塑性と加工, 10(1969), p. 101, 422
- 5) 小林敏郎: 塑性と加工, 8 (1967), p. 77, 307
- 6) 中島浩衛: 薄鋼板成形技術研究会, テキスト (1969), p. 89
- 7) 薄鋼板成形技術研究会, モデル実験分科会資料 No 48 (1969)
- 8) 水沼晋, 吉田清太: 理研報告, 45 (1969) 4, p. 79
- 9) 飯田博孝: 薄鋼板成形技術研究会, テキスト (1969), p. 60
- 10) たとえば, 中川威雄, 吉田清太: 理研報告, 44 (1968) 3, p. 150
- 11) T. NAKAGAWA and K. YOSHIDA: Technocrat, 2 (1969), p. 6, 44
- 12) 中川威雄, 川瀬尚男, 吉田清太: 第20回塑性加工連合講演会 (1969) 前刷
- 13) 中川威雄, 吉田清太: 理研報告, 44 (1968), p. 12, 91
- 14) 久保寺治朗, 中岡一秀, 渡辺洋右, 天満英昭: 塑性と加工, 7 (1966), p. 68, 455
- 15) 中島浩衛, 菊間敏夫, 長島晋一: 塑性と加工, 9 (1969), p. 89, 363
- 16) 山崎安弘, 阿部邦雄, 吉井康一: 日本鉄鋼協会77回講演会の資料より
- 17) D. H. Woo: The Engineering, 26 (1965) Nov. 876
- 18) 林豊: 薄鋼板成形技術研究会, 材料特性分科会資料, 37 (1968)
- 19) M. J. HILLER: Inter, Jour. of Mech. Science, 5 (1963), p. 59
- 20) R. HILL: Jour. of Mech. Phys. of Solids, 4 (1956), p. 247
- 21) 青木至, 山田嘉昭: 塑性と加工, 7(1967) 67, p. 393
- 22) 小森田浩, 吉田清太: 理研報告, 45 (1969) p. 6 (印刷中)
- 23) E. G. TOMSEN and J. E. DORN: Jour. Aero. Sci. 11 (1944) 4, p. 125
- 24) 植村益次: 日本材機学会論文集, 23 (1957), p. 127, 142, 24 (1958), p. 149, 466
- 25) D. J. McADAM: Trans. ASM, 37 (1946), p. 538
- 26) F. A. McCLINTOCK: Jour. of App. Mechs., Jun (1968), p. 363
- 27) 吉田清太: 理研報告, 44 (1968), p. 4 169
- 28) 薄鋼板成形技術研究会, テキスト (1969), p. 49
- 29) 小林徳夫, 村田津一, 石垣秀生: 塑性と加工, 9 (1958) 90, p.451
- 30) K. YOSHIDA et al.: Sci. Pap. IPCR, 61 (1967) 4, p. 119
- 31) 吉田清太, 阿部邦雄, 町田輝史: 理研報告, 45 (1969) 5, p. 116
- 32) 吉田清太, 白田松男, 渡辺肇: 鉄と鋼, 55(1969) 11, p. 151 (講演前刷集)
- 33) 吉田清太: 理研報告, 45 (1969), p. 6, (印刷中)
- 34) 上野康: 薄鋼板成形技術研究会, テキスト (1969), p. 107
- 35) 塙凡夫, 雪竹泰三, 吉田清太: 第16回塑性加工連合講演会前刷 (1965), p. 53
- 36) 富塚国男, 阿部邦雄, 吉田清太: 第20回塑性加工連合 (1969)
- 37) 日本鋼管: 薄鋼板成形技術研究会, モデル実験分科会資料 No 53 (1969)
- 38) 小島正康: 第20回塑性加工連合講演会 (1969)
- 39) 中川威雄, 古川幸夫ほかならびに内田恭彦: 第20回塑性加工連合講演会 (1969)
- 40) 吉田清太: 第18回塑性加工シンポジウム前刷 (1967), p. 86
- 41) K. YOSHIDA and K. MIYAUCHI: Sci. Pap. IPCR, 60 (1966) 4, p. 137