

技術資料

鑄型内残溶鋼の動きの流体力学的解析における諸問題*

高橋 忠義**・工藤 昌行***

On the Hydrodynamic Considerations of Residual Molten Steel during the Solidification

Tadayoshi TAKAHASHI and Masayuki KUDO

1. ま え が き

一般にキルド鋼塊凝固では自然対流が主体的であり、リムド鋼塊凝固ではCOガス発生にともなうリミングアクションのためにある時期までかなり強烈な攪拌、流動現象がおこる。したがって残溶鋼の流動現象といつても凝固条件によつてかなり異なるとみななければならない。

これらの残溶鋼の流動現象は凝固前面で生ずるため、生成結晶とその間隙に濃縮する溶質の分布を左右し、ミクロ偏析およびその総合結果として現われるマクロ偏析を支配する。また固相率の少ない結晶生成段階での溶湯流動は結晶それ自体をも変化させるため、残溶鋼の流動現象を理解することは凝固機構上重要となる。

しかし今日までの流体力学的研究成果を鋼塊凝固過程のような複雑な現象に適用するについては、実験的にも理論的にも多くの困難な問題がある。

最近ラジオアイソトープの利用によつて流動の過程がある程度理解できるが十分でなく、凝固過程の諸条件を具備した基礎実験がまず行なわれるべきである。とくに実際鋼塊凝固では有限高さの鑄型を用いるのであるから底面の影響に対する理解とか、凝固前面の形状の影響、残溶鋼の中央部の湯動きなどについても知る必要がある。また溶鋼の温度変化および状態変化による密度、粘性、比熱、熱伝導率などの物性値の正確な把握も重要な事項である。

これまで流体力学の理論的解析では強制対流での問題が多くとり扱われている。また凝固に類似する基礎的解析では、主として水の凍結における熱伝導の研究が強制対流および自然対流のもとで研究が進められている^{1)~3)}。

金属については、自然対流の生ずる要因から溶質対流、熱対流の解析を単純化した場合について行なっている⁴⁾⁵⁾。

本稿では最初に流体力学の基本となつている強制対流についてのべ、つづいて自然対流の基本的概念のべ

る。さらにこれまでに凝固現象へ適用された流体力学の考え方にふれるとともに、進んで凝固過程における残溶鋼の流動現象を理解するための問題点を指摘して今後の発展に資したいと思う。流体力学を専門とする分野においても未解決の点が多々あり、これを凝固現象に適用するには多くの困難と深い流体力学的知識を必要とする。本稿のようなテーマについては著者らは浅学でその任にあらざと思いつつも、凝固現象を理解する一助となることを願つてまとめてみたものである。

2. 流体力学の基本式

2.1 強制対流の層流境界層

粘性流体が強制対流で流動するとき、壁面近傍は流体の粘性抵抗によつて急速に速度を減少する境界層が生じる(図1)。この境界層が一定の厚さを保つて流動するとき、流体は完全に発達した流れとなる。REYNOLDS⁶⁾は流れには層流と乱流のあることを明らかにし、この層流や乱流の状態を Reynolds number (Re 数)なる無次元項で表わしている。

$$Re_x = ux/\nu \dots\dots\dots (2-1)$$

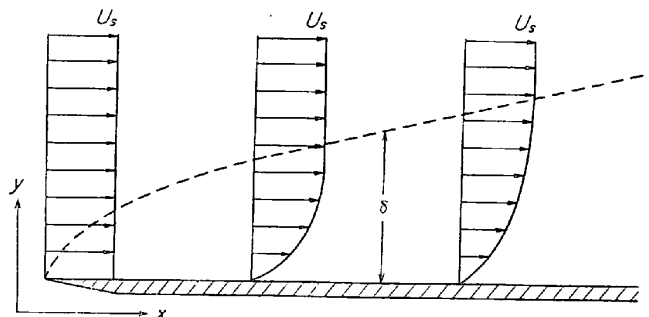


図1 平板上の流れと流速分布
点線は速度境界層を示す

* 昭和45年2月7日受付 (依頼技術資料)

** 北海道大学工学部 工博

*** 北海道大学工学部

以下では水平平板上を流れる完全流体の強制対流の層流境界層を中心に述べる。

2-1-1 速度分布

層流境界層方程式を NAVIER-STOKES の式から求めてみる。 x, y, z 座標における速度成分をそれぞれ u, v, w とし、三軸方向の慣性力、圧力、粘性力のつりあいを考えると、次のような運動量方程式になる。

$$\left. \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots (2-2)$$

また質量保存の法則も成り立つ。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots (2-3)$$

一般に三次元流は渦流のような特殊な問題である。ここでは二次元流を取り扱うので $w=0, \partial/\partial z=0$ の条件を(2-2), (2-3)式に代入し、さらに PRANDTL の境界層理論を応用して単純化すると

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \dots (2-4)$$

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0 \dots (2-5)$$

と表わすことができる。(2-4)式が水平平板上を流れる強制対流の層流境界層方程式である。また(2-5)式は連続の式と呼ばれている。

ここで壁面では流速はないと仮定すると境界条件は

$$\left. \begin{aligned} y=0 : u=0, v=0 \\ y=\infty : u=u_s \end{aligned} \right\} \dots (2-6)$$

定圧定常状態で平板上を流れる流体の層流境界層方程式の展開は BLASIUS によつて考えられた。すなわち(2-4), (2-5)式に次のように定義した流れ関数を導入することによつて常微分方程式に変換し、厳密な速度分布の解を得ることができる。

$$u = \partial \psi / \partial y, \quad v = -\partial \psi / \partial x$$

これらは連続の式を満足し、さらに(2-4)式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \nu \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} \dots (2-7)$$

ここで新しい独立変数 $\eta = (y/2x) \cdot \sqrt{u_s x / \nu}$ を用い、さらに流れ関数を $\psi = \sqrt{\nu u_s x} \cdot f(\eta)$ と表わす。 f は η のみの関数である。これら2つのパラメーターを(2-7)式に代入する。

$$d^3 f / d\eta^3 + f \cdot d^2 f / d\eta^2 = 0 \dots (2-8)$$

境界条件(2-6)は f, η で書きなおすと

$$\left. \begin{aligned} \eta=0 : f=0, df/d\eta=0 \\ \eta=\infty : df/d\eta=2 \end{aligned} \right\} \dots (2-9)$$

f は2つの速度成分 u, v について表わすと

$$\left. \begin{aligned} u &= (u_s/2) \cdot df/d\eta, \\ v &= (1/2) (\eta \cdot df/d\eta - f) \sqrt{\nu u_s / x} \end{aligned} \right\} \dots (2-10)$$

となる。BLASIUS¹⁰⁾ は f を展開して(2-8)式の解を求めた。これを図2に示す。

以上のような解法は一般に微分法と呼ばれ、正確な速度分布を求める場合に使われる。速度分布についてはさらに T. von KÁRMÁN の近似解法が有名である。これは簡単で同時に近似性のよい解法として知られている。

境界条件は次のようにおかれる。

$$\left. \begin{aligned} y=0 : u=0 \\ y=\delta : u=u_s \end{aligned} \right\} \dots (2-11)$$

定圧下で(2-6)の条件を(2-4)式に代入すると $y=0$ で $\partial^2 u / \partial y^2 = 0$ となる。また速度勾配は速度境界層の厚さ δ のところで一定になると考えることができるから、 $y=\delta$ で $\partial u / \partial y = 0$ となる。これら4つの条件から速度分布を求めるために、次のような速度を仮定する。

$$u = a + by + cy^2 + dy^3 \dots (2-12)$$

4つの境界条件より係数を求めると速度分布は

$$u/u_s = 1.5 \cdot (y/\delta) - 0.5 \cdot (y/\delta)^3 \dots (2-13)$$

となる。この式より速度分布を図2に示すとほとんど差がないことがわかる。図2の横軸の δ^* は、displacement thickness と呼ばれ、実験的に δ の値を決定することがむずかしいので、この値が使われる。速度境界層 δ とは次のような関係で表わされる。

$$\delta^* = 0.375\delta \sim 1/3 \cdot \delta \dots (2-14)$$

(2-13)式より流体の運動量と剪断力を計算し、その釣合いから δ を求めてみると

$$\delta = 4.64 \sqrt{\nu x / u_s} + \text{const.} \dots (2-15)$$

これを無次元項にすると、右辺は距離 x における Re 数として表わされる。

$$\delta/x = 4.64 / \sqrt{Re_x} \dots (2-16)$$

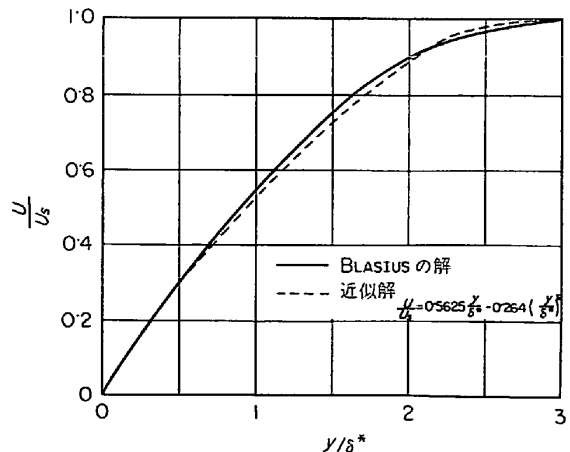


図2 平板上を流れる流体の層流境界層内速度分布(強制対流)

2.1.2 温度分布

速度分布に対応して強制対流における温度分布について述べる。一定の物性値をもつ粘性流体については、次のようなエネルギー方程式が導びかれる。これは流体内における微小体積要素の熱量バランスを考慮したもので、前述の運動量方程式と同様に計算される。

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \Phi \quad (2-17)$$

Φ は流体の内部摩擦によつて生ずる熱量である。(2-17)式は NAVIER-STOKES の式の粘性流体の温度場を述べているのに相当する。この式も二次元流として取り扱い、PRANDTL の境界層理論の応用⁹⁾によつて簡略化すると

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (2-18)$$

(2-18)式で流体の内部摩擦がないと仮定したエネルギー方程式と、圧力一定と仮定した(2-4)式は非常によく似ており、動粘性係数 $\nu (= \mu/\rho)$ と温度拡散率 $\alpha (= k/(\rho \cdot C_p))$ が等しければ(2-4)と(2-18)式はお互いに変換できることになる。このことは速度分布、温度分布が等しいものとなることであるから速度境界層、温度境界層

は等しくなる。この場合の動粘性係数と温度拡散率の比を Prandtl number (Pr 数) として表わす。

$$Pr = \nu/\alpha = C_p \cdot \mu/k \quad (2-19)$$

(2-18)式を定常状態の流れと仮定して内部摩擦が生じないとすると、次のように書きなおすことができる。

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2-20)$$

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} y=0 : T &= T_w \\ y=\infty : T &= T_0 \end{aligned} \right\} \quad (2-21)$$

である。(2-20)式は運動量方程式を解いたと同様に新しい独立変数 η と従属変数 f を導入すると常微分方程式に変換できる。

$$d^2\theta'/d\eta^2 + Pr \cdot f d\theta'/d\eta = 0 \quad (2-22)$$

ここで $\theta' = (T - T_w)/(T_0 - T_w)$ であり、境界条件は $\eta=0 : \theta'=0, \eta=\infty : \theta'=1$ と変換される。ゆえに温度分布は次のようにもとめられる。

$$\theta' = \frac{\int_0^\eta e^{-\int_0^\eta Pr \cdot f d\eta} d\eta}{\int_0^\infty e^{-\int_0^\eta Pr \cdot f d\eta} d\eta} \quad (2-23)$$

この式から θ' と η の関係を図3に示す¹¹⁾と Pr 数が小さくなるにつれて温度境界層は広がる。POHLHAUSEN¹²⁾ は Pr 数が 0.6~15 の範囲に対して $f(Pr) = 0.332 \sqrt[3]{Pr}$ なる f がよい近似を表わすことを示した。

SPARROW ら¹³⁾ は液体金属の Pr 数である 0.006~0.03 の範囲では $f(Pr) = 0.529\sqrt{Pr}/(1+0.82\sqrt{Pr})$ を、甲藤¹⁴⁾ は Pr 数 $\rightarrow \infty$ で $f(Pr) = 0.339 \sqrt[3]{Pr}$ 、 Pr 数 $\rightarrow 0$ で $f(Pr) = 0.564\sqrt{Pr}$ と解析している。以上を図4に示す。

温度分布についても KÁRMÁN の近似法が成り立つ。境界条件は

$$\left. \begin{aligned} y=0 : T &= T_w, \quad \partial^2 T/\partial y^2 = 0 \\ y=\delta_t : T &= T_0, \quad \partial T/\partial y = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-24)$$

この4つの境界条件から任意の温度の多項式を仮定して計算すると温度分布は

$$\theta' = 1.5 \cdot (y/\delta_t) - 0.5 \cdot (y/\delta_t)^3 \quad (2-25)$$

となる。ここで δ_t は温度境界層を表わす。

2.1.3 層流境界層における熱伝達

いま壁面に垂直に伝達する単位面積当たりの熱量を q とすると q は次のように表わされる。

$$q = -k(d\theta'/dy)_{y=0} \quad (2-26)$$

一方熱伝達係数 h は

$$h = q/(T_w - T_0) = -q/\theta_w \quad (2-27)$$

であるから(2-27)式は(2-26)式より次のように書きあらためられる。

$$h = (3/2) \cdot (k/(\zeta \cdot \delta)) \quad (2-28)$$

ここで $\zeta = \delta_t/\delta$ である。温度境界層と速度境界層の比は壁面が全面にわたつて等温であるとき、次のように求められている¹⁵⁾。

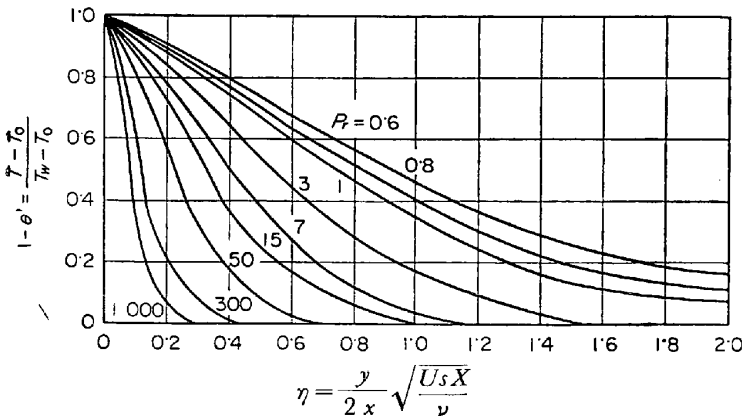


図3 平板上を流れる流体の層流境界層内温度分布 (強制対流)

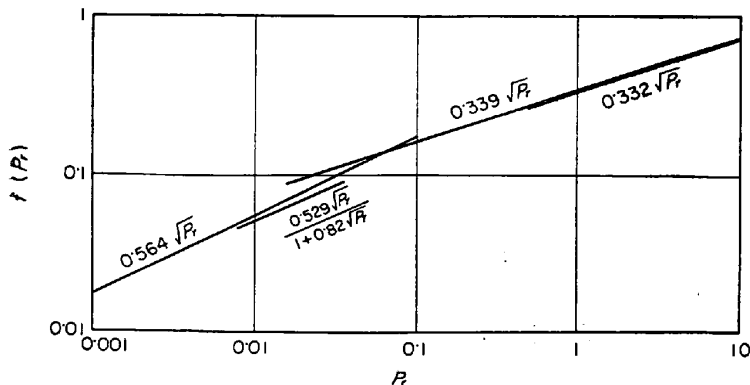


図4 プランドル数 Pr による $f(Pr)$ の値の変化

$$\zeta = 1 / (1.026 \sqrt{Pr}) \dots\dots\dots (2-29)$$

ただし上式は $\zeta < 1$ が成り立つ場合のみであり, Pr 数が非常に小さい場合には温度境界層が速度境界層よりも大きくなることからこの仮定は成り立たない.

(2-16) および (2-29) 式を (2-28) 式に代入すると壁面が全面等温であるとき, 熱伝達係数は

$$h = 0.332k \sqrt{Pr} \cdot \sqrt{Re_x} / x \dots\dots\dots (2-30)$$

とある. これを無次元項であらわすと

$$hx/k = Nu_x = 0.332 \sqrt{Pr} \cdot \sqrt{Re_x} \dots\dots\dots (2-31)$$

Nu_x は Nusselt number (Nu 数) と呼ぶ. Nu 数は流体から壁面への熱伝達の大きさを表わし, 右辺の $0.332 \sqrt{Pr}$ の値は前述の POHLHAUSEN の値と同じになる.

(2-31) 式は一般に気体や水, 油のような液体に適用できるが, 液体金属の流体には次の式が成り立つ¹⁵⁾.

$$Nu_x = \frac{\sqrt{Re_x \cdot Pr}}{1.55\sqrt{Pr} + 3.09\sqrt{0.372 - 0.15\sqrt{Pr}}} \dots\dots\dots (2-32)$$

この関係式は Pr 数が $0.005 \sim 0.05$ のような範囲で有効であり, 液体金属の熱伝達割合は Re 数, Pr 数の積, すなわち Peclet number (Pe 数) によつてほぼ代表される.

2.1.4 乱流境界層

いままで述べてきたことは Re 数が小さい層流境界層についてであつた. いいかえると対流と伝導が結合した形での熱の輸送を考えてきた. しかしながら Re 数が大きくなり乱流状態になると, 流体内の微小部分の連続した混合が流体内に温度差を生じさせて熱の輸送をひきおこすことになる. このように乱流は対流と伝導につけ加えてこの混合過程を考慮しなければならないが, いまだこの過程は明確にされていない. さらに乱流境界層内の流れは瞬間的にその大きさや方向をも変化するものであり, また壁面近傍では壁面の強い影響により層流と同じような流れが存在する. これは層流底層と呼ばれている. 乱流域にはこのような特殊な状況も含まれるので解析は容易でない. しかるに液体金属の場合, 乱流混合による熱輸送は伝導的な輸送に比較して小さいと考えることができ, そのときの乱流速度分布は一定の速度で示しうる. このような流れを "slug flow" と称している¹⁶⁾. slug flow の場合熱伝達はいままで述べたような速度分布の考慮なしに, 単純な非定常熱伝導の式が適用できる. また乱流による熱交換が無視されるならば, 乱流境界層を通つて壁面への熱伝達は層流境界層とまったく同様に解析することができる.

2.2 自然対流の基本式

強制対流が慣性力と剪断力のパラメーターとして解析されたのに対して, 自然対流は温度変化による密度差の重力場における影響を考慮しなければならない. すなわち浮力によつて流体は流れはじめ, 壁面から流体への, または流体から壁面への熱伝達も行なわれるのである.

本節で取り扱うのは垂直壁における重力場の影響を考慮した自然対流についてである.

いま様な温度 T_0 の静止流体内に温度 T_w の平板が垂直におかれている場合 ($T_0 < T_w$), 壁面近傍に上向きの流れが生じ, 強制対流と同様に速度境界層, 温度境界層が形成される. 壁面に平行に x 軸, 垂直に y 軸をとつた座標系の非圧縮性二次元定常流の層流境界層方程式を考えると, 次のように表わされる.

$$\text{連続の式} \quad \partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0 \dots\dots\dots (2-5)$$

運動量の式

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \rho \beta (T - T_0) \dots\dots\dots (2-33)$$

エネルギーの式

$$C_p \rho \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \dots\dots\dots (2-20)$$

ここで g は重力加速度, β は体膨張係数である.

SCHMIDT ら¹⁷⁾は上式に強制対流と同様な考え方で独立変数 ξ と従属変数 F を導入して常微分方程式に変換した.

$$\xi = c \cdot y / \sqrt{x} \quad \text{ここで } c = [g \beta (T_w - T_0)] / (4\nu^2) \left. \begin{aligned} F(\xi) = \psi / (4\nu c x^{3/4}), \quad \theta' = (T - T_0) / (T_w - T_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-34)$$

これらを (2-33), (2-20) 式に代入すると

$$\frac{d^3 F}{d\xi^3} + 3F \frac{d^2 F}{d\xi^2} - 2 \left(\frac{dF}{d\xi} \right)^2 + \theta = 0 \dots\dots\dots (2-35)$$

$$\frac{d^2 \theta'}{d\xi^2} + 3PrF \frac{d\theta'}{d\xi} = 0 \dots\dots\dots (2-36)$$

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} \xi = 0 : F = (dF/d\xi) = 0, \quad \theta' = 1 \\ \xi = \infty : dF/d\xi = 0, \quad \theta' = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-37)$$

(2-35), (2-36) 式について OSTRACH¹⁸⁾ が電子計算機を用いて, SPARROW ら¹⁹⁾も Pr 数が $0.003 \sim 1000$ までの範囲について計算している. 一例として OSTRACH の計算した速度分布を図 5, 温度分布を図 6 に示す. ここで Gr_x は Grashof number (Gr 数) と呼ばれ, 次のように表わされる無次元項である.

$$Gr_x = g \beta \theta_w x^3 / \nu^2 \dots\dots\dots (2-38)$$

ここで $\theta_w = T_0 - T_w$ である.

さらに強制対流と同様に近似法で解を求めることができる. 圧力一定の流体で境界層の外側の速度 u_s が零であるとすると運動量方程式は

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy = -\nu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=0} + g \beta \int_0^\delta (T - T_0) dy \dots\dots\dots (2-39)$$

エネルギー方程式は

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u (T_0 - T) dy = \alpha \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=0} \dots\dots\dots (2-40)$$

と表わされる.

SQUIRE²⁰⁾は速度分布, 温度分布を近似的に次のように表わしている.

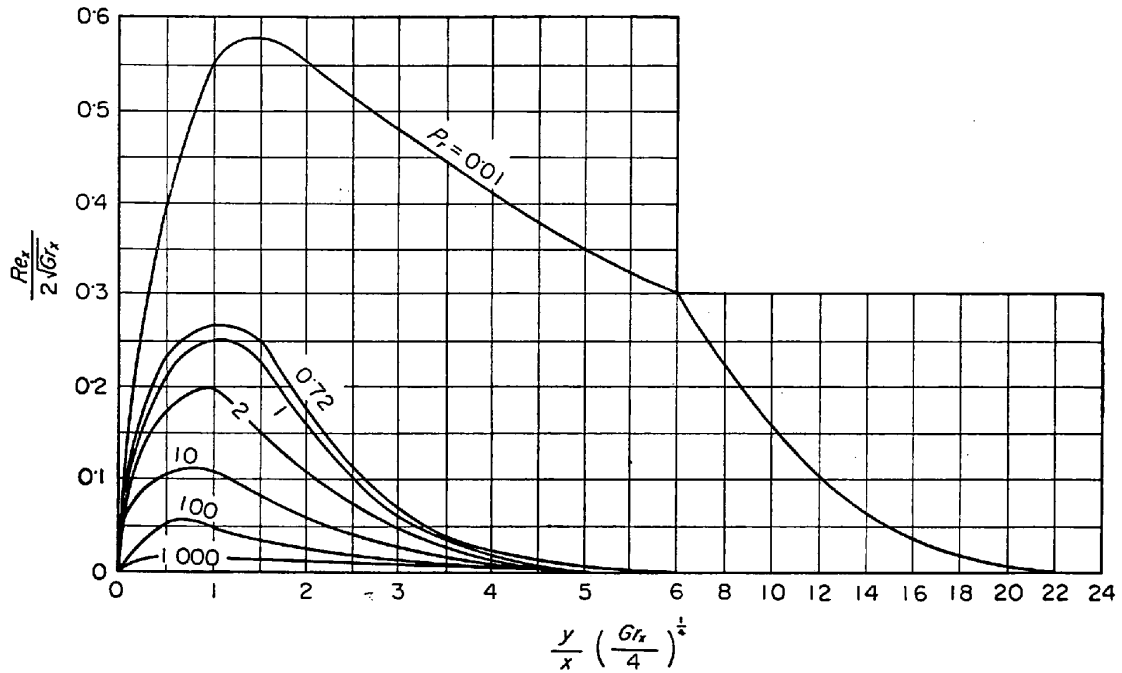


図 5 垂直平板上を流れる流体の層流境界層内速度分布 (自然対流)

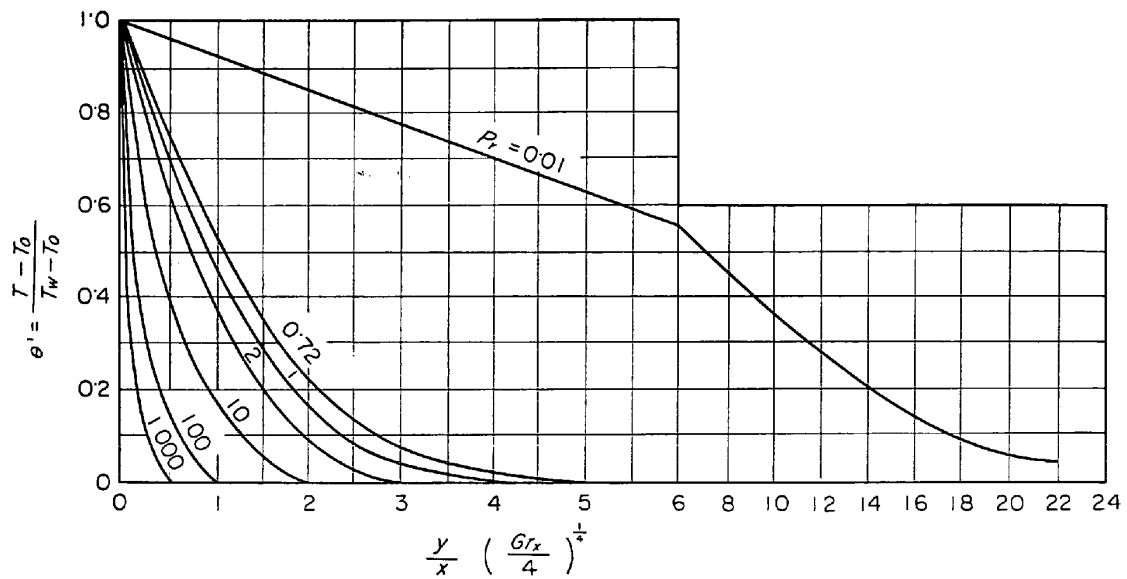


図 6 垂直平板上を流れる流体の層流境界層内温度分布 (自然対流)

$$u/u_1 = (y/\delta) [1 - (y/\delta)]^2 \dots\dots\dots (2-41)$$

$$\theta' = (1 - y/\delta_t)^2 \dots\dots\dots (2-42)$$

しかしながらこの仮定は必ずしも最近の測定結果と一致するものではなく、たとえば SUGAWARA ら²¹⁾ は次のような速度分布、温度分布を仮定している。

$$u/u_1 = (g\beta\theta_w/4\nu)\delta^2(y/\delta)(1 - y/\delta)^2 \dots\dots (2-43)$$

$$\theta' = 1 - (3/2)(y/\delta_t) + (1/2)(y/\delta_t)^3 \dots\dots (2-44)$$

ここでは一般に SQUIRE の式が使われていることから以下はこの仮定にもとづいて話を進める。

(2-41)、(2-42)式をそれぞれ(3-39)、(3-40)式に代入すると

$$\frac{1}{105} \frac{d}{dx} (u_1^2 \delta) = \frac{1}{3} g\beta\theta_w \delta - \nu \frac{u_1}{\delta} \dots\dots (2-45)$$

$$\frac{1}{30} \theta_w \frac{d}{dx} (u_1 \delta) = 2\alpha \frac{\theta_w}{\delta} \dots\dots\dots (2-46)$$

ただし $\delta = \delta_t$ と仮定している。

u_1 と δ を x のべき関数として表わすと

$$u_1 = c_1 x^m, \quad \delta = c_2 x^n$$

指数定理で m, n を求めると $m = 1/2, n = 1/4$ となるから c_1, c_2 は

$$c_1 = 5 \cdot 17 \nu (20/21 + \nu/\alpha)^{-1/2} (g\beta\theta_w/\nu^2)^{1/2} \dots\dots (2-47)$$

$$c_2 = 3 \cdot 93 (20/21 + \nu/\alpha)^{1/4} (g\beta\theta_w/\nu^2)^{-1/4} (\nu/\alpha)^{-1/2} \dots\dots\dots (2-48)$$

となり、ゆえに

$$u_{\max} = 4u_1/27 = 0.766\nu(0.952 + \nu/\alpha)^{-1/2}(g\beta\theta_w/\nu^2)^{1/2}x^{1/2} \quad (2-49)$$

$$\delta = 3.93(\nu/\alpha)^{-1/2}(0.952 + \nu/\alpha)^{1/4}(g\beta\theta_w/\nu^2)^{-1/4}x^{1/4} \quad (2-50)$$

が得られる。(2-50)式を無次元項として表わすと

$$\delta/x = 3.93Pr^{-1/2}(0.952 + Pr)^{1/4}(Gr_x)^{-1/4} \quad (2-51)$$

壁面からの熱流量は次のように表わされた。

$$q = -k(d\theta/dy)_{y=0} \quad (2-26)$$

(2-42)式から $q = 2k\theta_w/\delta$ が得られ、また $q = h\theta_w$ であるから熱伝達係数は $h = 2k/\delta$ となる。それゆえ Nu 数は

$$Nu_x = hx/k = 0.508Pr^{1/2}(0.952 + Pr)^{-1/4}(Gr_x)^{1/4} \quad (2-52)$$

自然対流で生じた流れも強制対流と同じように層流から乱流に移行する。空気の場合には $Gr_x = 10^9$ ($Re_{x, \text{crit.}} = 550$ に相当する) で臨界値となる。

2壁をはさんで垂直に流体が流動するような垂直流体層の伝熱は、熱を伝える面の位置によつて2つに区別することができる。1つは2つの垂直面の温度が異なる場合に生ずる流体の流動であり、他方は垂直面の間隙が狭く、上下の温度差が異なることにより生ずる流動である。前者については ZEHNDER-MACH の干渉計を用いて測定した温度場の定性的な図を図7に示す²⁵⁾。温度が高い壁面近くの温度境界層は上方に生長した分布を示し、温度勾配は減少の傾向となる(a領域)。温度の低い壁面

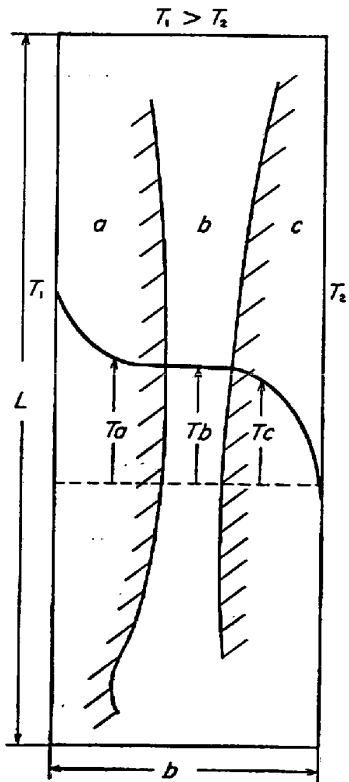


図 7 温度差を有する2壁間の垂直流体層内の境界層の発達と温度分布の模式図

では a 領域とは反対に温度勾配は増加の傾向を示し、温度境界層は下方に発達した分布となる。その間にはさまれた b 領域は等温である。このような温度境界層の状態は鋼塊凝固のときのモデルと考えられる。

流体力学的基本式に用いられた主要記号

- C_p : 定圧比熱
- g : 重力加速度
- h : 熱伝達係数
- q : 単位面積当りの壁面へ伝達する熱量
- t : 時間
- u : 速度境界層内速度
- u_s : 主流速度
- u_1 : 速度の次元をもつ任意関数
- x : 流れに平行な方向の距離
- y : 流れに垂直な方向の距離
- P : 流体への圧力
- T : 境界層内温度
- T_w : 壁面温度
- T_0 : 主流の温度
- α : 温度拡散率
- β : 体膨張係数
- δ : 速度境界層の厚さ
- δ_t : 温度境界層の厚さ
- ζ : $= \delta_t/\delta$
- μ : 粘性係数
- ν : 動粘性係数
- ρ : 密度
- ϕ : 流れ関数

3. 凝固過程へ適用された従来の流体力学的解析

凝固過程における溶湯金属の流動がマイクロ偏析やマクロ偏析に影響をおよぼすことは知られている。しかるに流動現象の実際の把握の技術が確立されておらず、近年になってラジオアイソトープなどの使用による実験が行なわれるようになった^{25)~26)}。さらに凝固現象の流体力学的解析にいたってはほとんどなされていないのが現状である。

WAGNER⁴⁾ は流体力学的考慮をもとにして実効分配係数の計算を行なっている。彼は凝固前面に排出された溶質は対流によつてバルクの液体に拡散しなければならないとし、この自然対流現象を理論的に解析している。ここで自然対流は溶質の濃度差にもとづく密度変化によつて流れが生ずる、いわゆる溶質対流であつて、固液界面とその前方のバルク液体との温度差はないと仮定している。これは金属相の熱伝導が非常に大きいことによつて、 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ cm の厚さの境界層内の温度差は 1°C よりも小さいことから無視したものである。いままでの流体力学的な考えにもとづく自然対流の重力場における熱伝達では温度場と速度場を考えてきたが、溶質の密度差が重力の因子となつて流動を生ずる物質伝達も自然対流熱伝達と同様に速度分布と濃度分布(自然対流熱伝達では温度分布となつている)が取り扱える。質量伝達について次のような質量バランスが得られる。

$$c_0 \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_D} u dy + c_0 V = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_D} c_L u dy + V_s \cdot c_s (3-1)$$

δ_D : 溶質拡散層の厚さ, c_0 : バルク濃度, c_s : 固相濃度, c_L : 境界層内の溶質濃度, u : 境界層内の流動速度, V : 一方向の凝固速度

(3-1)式の近似解を得るために次のような速度分布, 濃度分布の形状を仮定した.

$$u = u_s [2(y/\delta_D) - (y/\delta_D)^2] \quad 0 \leq y \leq \delta_D \quad \dots\dots (3-2)$$

$$c_L = c_0 + [c_s/k'_e - c_0] (1 - y/\delta_D)^2 \quad 0 \leq y \leq \delta_D \quad \dots (3-3)$$

u_s : 拡散層境界における流動速度

(3-3)式は(2-42)式とまったく対応するものであるが, (3-2)式は(2-41)式とは一致した分布を示さない. すなわち凝固界面では対流速度は最小で δ_D のところで最大となる流動速度分布となる. これらの式を用いて拡散層境界における流動速度と, さらに実効分配係数を求めている.

$$u_s = \frac{g\beta'c_0(1-k'_e)\delta_D^3 V}{12\nu D [1 - (0.5V\delta_D/D)(1-k'_e)]} \quad \dots\dots (3-4)$$

ここで $\beta' = \frac{1}{\rho'_b} \left| \frac{\partial \rho'}{\partial c_L} \right|$

$$\frac{c_s}{c_0} = \frac{k'_e}{1 - (0.5V\delta_D/D)(1-k'_e)} \quad \dots\dots (3-5)$$

k'_e : 固液界面での固相と液相の溶質濃度の比, D : 液体の拡散係数, ρ'_b : バルク溶液の密度, ρ' : 拡散層内液体の密度である.

Pr 数の定義は動粘性係数と温度拡散率の比であるが, 動粘性係数と溶質拡散係数の比もまた無次元項で表わすことができる. これは Schmidt number (Sc 数) と呼ばれる.

$$Sc = \nu/D \quad \dots\dots (3-6)$$

これを使って(3-4)式を書きなおすと

$$u_s = \frac{1}{12} \frac{g\beta'c_0(1-k'_e)\delta_D^3}{\nu^2} Sc \frac{V}{[1 - (0.5V\delta_D/D)(1-k'_e)]} \quad \dots\dots (3-7)$$

となる. $g\beta'c_0(1-k'_e)\delta_D^3/\nu^2$ はまた Gr 数と同様に考えることができ, 無次元項である.

COLE^ら⁵⁾は WAGNER が無視した固液界面とその前方の温度差による対流, すなわち熱対流を理論的に解析した. 温度分布, 速度分布は次のように仮定している.

$$T_L = T_0 - (T_0 - T_w) (1 - y/\delta_t)^2 \quad 0 \leq y \leq \delta_t \quad \dots (3-8)$$

$$u = u_m \cdot y/\delta \cdot (1 - y/\delta)^2 \quad 0 \leq y \leq \delta \quad \dots (3-9)$$

ここで T_L は境界層内温度, u は境界層内速度, u_m は境界層内最大流速を表わし, ほかに流体力学の基本式に用いられた記号にしたがう. MERK²⁷⁾の考えにしたがって δ_t と δ は等しいとおく. ただし(3-9)式の u_m が境界層内の最大流速を表わすとしているが, さらにそれが流体力学的な速度分布の形状をそのまま導入したのであれば $u = (4/27)(u_m y/\delta)(1 - y/\delta)^2$ と表わすのが正しいと思われる. しかしながら以下では COLE らの考えにしたがうと次のように u_m, δ_t が求められる.

$$u_m = \frac{53 \cdot 3x}{\delta_t^2} \left[\alpha + V \left(\frac{L}{C_P G_L^0} - \frac{\delta_t}{2} \right) \right] \quad \dots\dots (3-10)$$

$$\delta_t = \left[\frac{203\alpha^2}{g\beta G_L^0} \left(1 + 1.58Pr - \frac{V\delta_t}{\alpha} \right) + \frac{203V^2 L^2}{C_P^2 g\beta G_L^0} + \frac{406VL\alpha}{g\beta C_P (G_L^0)^2} \left(1 - \frac{V}{2} \frac{\delta_t}{\alpha} \right) \right]^{1/5} x^{1/5} \dots (3-11)$$

V は凝固速度, G_L^0 は温度勾配, α は温度拡散率, L は凝固潜熱, β は体膨張係数である.

(3-11)式を無次元項で表わすと

$$\delta_t/x = 2.05(Gr)^{-1/4} (2/Pr + S)^{1/4} (2/Pr + S + 3.05)^{1/4} \quad \dots\dots (3-12)$$

ここで S は $S = (V\delta_t/\nu) [2L/(C_P G_L^0 \delta_t) - 1]$ で表わされる無次元項である.

(3-12)式を流体力学的境界層から求められた(2-51)式と比較してみると, S なる無次元項が導入されていることが理解される. このことは凝固現象を加味した流体力学的解析には, 特に凝固速度, 温度勾配, そして動粘性係数が重要な因子となることを示している. 満尾^ら²⁸⁾は COLE^らが一定とした動粘性係数に注目して数値計算を行なっている. COLE^らはさらに溶質対流境界層 δ_D と温度境界層 δ_t を比較して, 熱対流の方がマクロ偏析により寄与するとしている.

4. 液体金属の特性

4.1 プラントル数

一般に液体金属は熱伝導が大なるゆえに Pr 数が水(2~10)や空気(0.7)に比較して, 非常に小さな値をもつ. 表1に非鉄金属²⁹⁾と純鉄の液体状態の物性値を示す.

Pr 数が小さいことはいままで述べた強制対流, 自然対流の解析に考慮しなければならない問題を生じさせる. すなわち温度境界層と速度境界層の厚さが Pr 数によってどのように影響されるかということである. このことは MERK²⁷⁾によつて $Pr < 1$ の場合, 強制対流では温度境界層は速度境界層よりも厚くなり, 自然対流では温度境界層と速度境界層は等しくなると理論的に考察している. これを図8に示す. しかし自然対流においても Pr

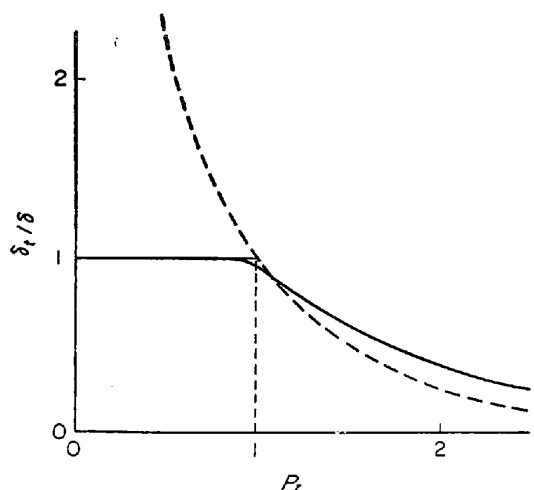


図8 温度境界層(δ_t)に対する速度境界層(δ)の比に及ぼすプラントル数(Pr)の影響
実線は自然対流. 点線は強制対流の場合である.

表 1 液体金属の物性値

液体金属	温度 °C	熱伝導率 $k, \text{cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{°C}$	密度 $\rho, \text{g/cm}^3$	比熱 $C_p, \text{cal/g} \cdot \text{°C}$	粘性係数 $\mu, \text{g/cm} \cdot \text{sec}$	動粘性係数 $\nu, \text{cm}^2/\text{sec}$	温度拡散率 $\alpha, \text{cm}^2/\text{sec}$	Pr 数
Sn (mp=232°C)	260	0.0785	6.94	0.0580	0.0182	2.62×10^{-3}	0.196	0.013
	371	0.0802	6.86	0.0603	0.0146	2.14	0.194	0.011
	454	0.0785	6.81	0.0621	0.0126	1.86	0.186	0.010
	538	0.0785	6.74	0.0639	0.0113	1.67	0.183	0.0093
	649	0.0785	6.68	0.0662	0.0100	1.47	0.178	0.0084
Pb (mp=327°C)	371	0.0384	10.54	0.038	0.0240	2.28	0.085	0.024
	454	0.0372	10.45	0.037	0.0205	1.97	0.085	0.020
	538	0.0368	10.35	0.037	0.0174	1.68	0.085	0.017
	621	0.0360	10.24	0.037	0.0152	1.49	0.085	0.016
Zn (mp=420°C)	454	0.1393	6.90	0.119	0.0312	4.53	0.170	0.027
	538	0.1372	6.86	0.116	0.0256	3.74	0.173	0.022
	649	0.1356	6.76	0.113	0.0207	3.06	0.178	0.017
	816	0.1348	6.54	0.107	0.0146	2.23	0.191	0.014
Sb (mp=630°C)	700	0.052 ³⁰⁾	6.45 ³⁰⁾	0.0656 ³¹⁾	0.013 ³⁰⁾	2.02	0.123	0.0164
	800	0.05	6.38	0.0656	0.012	1.88	0.119	0.0157
	900	0.05	6.32	0.0656	0.010	1.58	0.121	0.0131
Al (mp=660°C)	700	0.247 ³¹⁾	2.369 ³¹⁾	0.259 ³¹⁾	0.029 ³¹⁾	12.24	0.403	0.0304
Fe (mp=1536°C)	1550		7.04*		0.051*	7.24		
	1600		6.99	0.1460 ³¹⁾	0.047	6.72		

* 表 2, 表 3 からの平均値である

表 2 純鉄の密度 (g/cm³)

温度 °C	ELLIOTT & GLEISER ³⁰⁾ 1960	LUCAS ³⁴⁾ 1960	KIRSHENBAUM & CAHILL ³⁵⁾ 1962	FROHBERG & WEBER ³⁶⁾ 1964	齋藤, 佐久間 ³⁷⁾ 1966
1550	7.21	7.01	7.00	7.06	6.92
1600	7.16	6.94	6.96	6.99	6.89
1650		6.87	6.92	6.93	6.85
1700	7.06	6.80	6.87	6.87	6.81

表 3 純鉄の粘性 ($\times 10^2 \text{g/cm} \cdot \text{sec}$)

温度 °C	CAVALIER ³⁸⁾ 1963	SCHENCK et al. ³⁹⁾ 1963	LUCAS ⁴⁰⁾ 1964	中西, 齋藤 ⁴¹⁾ 白石 1967	川合, 辻 ⁴²⁾ 1968
1550	4.87	5.30	4.93	5.5*	5.1*
1600	4.54	4.90	4.58	5.1	4.5
1650	4.30	4.55	4.28	4.6	4.1
1700	4.10	3.98	4.00	4.4	
1750	3.92		3.76		

* グラフから読みとつた値である

<1 の場合は強制対流と同じように速度境界層よりも温度境界層が大きくなるという考えもある²¹⁾。この結果自然対流の温度境界層と速度境界層の関係は必ずしも明りようではない。さらに強制対流の場合温度境界層が厚くなることより、いままでの解析では無視してきた流体の流れ方向 (x 方向) への熱伝導も考慮しなければならなくなる³²⁾が、GROSH ら³³⁾は Pe 数=50 までは x 軸方向の伝導も無視されることを示している。

4.2 溶鋼の物性値

ここでは解析に必要な密度, 粘性, 比熱, 体膨張係数

などの基本的な物性値について述べると, 純鉄の密度については表 2, 純鉄の粘性については表 3 に表わすように各研究者によつていくぶん異なる。

また比熱については CHAPMAN⁴³⁾ が $0.1460 \text{ cal/g} \cdot \text{°C}$ (1600°C), ELLIOTT ら³⁰⁾ が $0.1887 \sim 0.1966 \text{ cal/g} \cdot \text{°C}$ ($1627 \sim 2727^\circ\text{C}$) を, 体膨張係数については齋藤ら³⁷⁾が $111 \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ (1550°C) と求めている。

溶質成分の密度や粘性におよぼす影響については C, Si, Mn, Al, Co, O, S, P, Ni, Cr, V⁴⁴⁾ などについて調べられているが, 一例として炭素含量による密度と

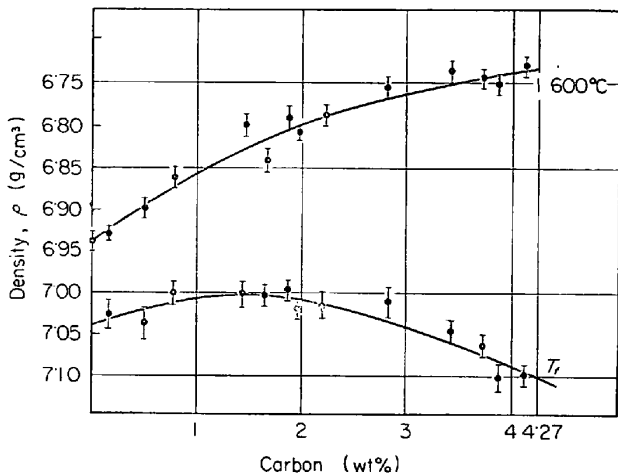


図 9 Fe-C 系の液相状態における炭素含量の密度に及ぼす影響
 T_f は溶解温度である。

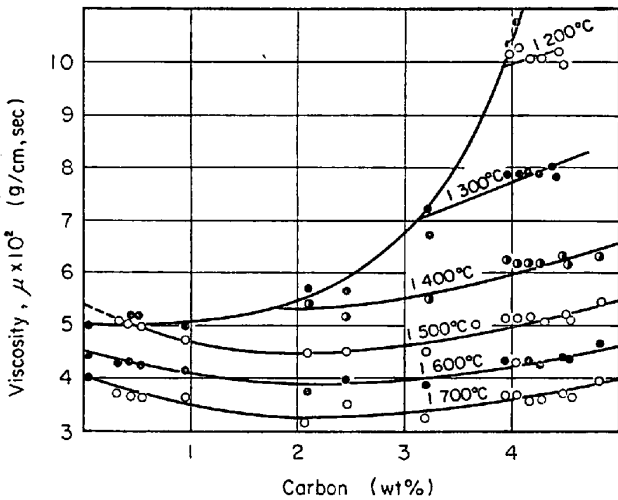


図 10 Fe-C 系の液相状態における炭素含量の粘性に及ぼす影響

粘性の影響を図 9⁴⁵⁾、図 10⁴⁶⁾ に示す。また熱伝導率については千原らが⁴⁶⁾ $0.0725 \text{ cal/cm sec } ^\circ\text{C}$ と溶鋼の場合を求めているが、純鉄についてはみあたらない。

物性値は温度の函数で表わされることから、どの温度の物性値を使うかが問題となる。たとえば壁面の温度 T_w とバルクの温度 T_0 の差が大きいときは物性値はどこでも一定とみなせないので、次のような式を導いてその温度 T_f での物性値を用いるとよいとしている⁴⁷⁾。

$$T_f = T_w - 0.38(T_w - T_0)$$

5. 流れの観測方法

溶鋼の流動状態を直接または間接的にでも、正確に把握することが重要である。直接観察は実際の溶鋼の凝固では不可能であるから、溶鋼の凝固現象に類似した状態を再現し可視化することが望ましい。

一般的に流れの可視化の目的は流れの現象を見いだす

ことにより数学的解析の可能性、流動の法則性、流れを支配する諸要因などの理解を得ようとするものである。そのために最も広く使用されているのが、流れの場に種々の物質を注入する方法である。たとえばオリーブ油、ニトロベンゼン、およびミルクなどの溶液を注入針を用いて断続的に注入して水流観測を行なうことができる⁴⁸⁾⁴⁹⁾。

また色インクに拡散を防ぐためのミルクや特殊の油性剤を添加して、乱れの少ない流れの可視化に利用している⁵⁰⁾。さらに自然対流のような流れに、テルル線を電気分解した直径 5μ 程度の黒い液状の粒子もまたトレーサーとして用いられる^{51)~53)}。いずれにしても鋼塊凝固現象をモデル化して考えるときに溶液の比重と粘性にみあうトレーサーの開発がさらに必要となる。

上記の方法はいずれも凝固現象の一瞬間を断続的に再現するのは可能でも、連続的な現象をとらえるには不適な点もある。最近 McDONALD らが⁵⁴⁾ は塩化アンモニウムを使用して鋼塊凝固のモデル実験を行なっているが、それには過マンガン酸カリウムをトレーサーとして流れのパターンを観察している。

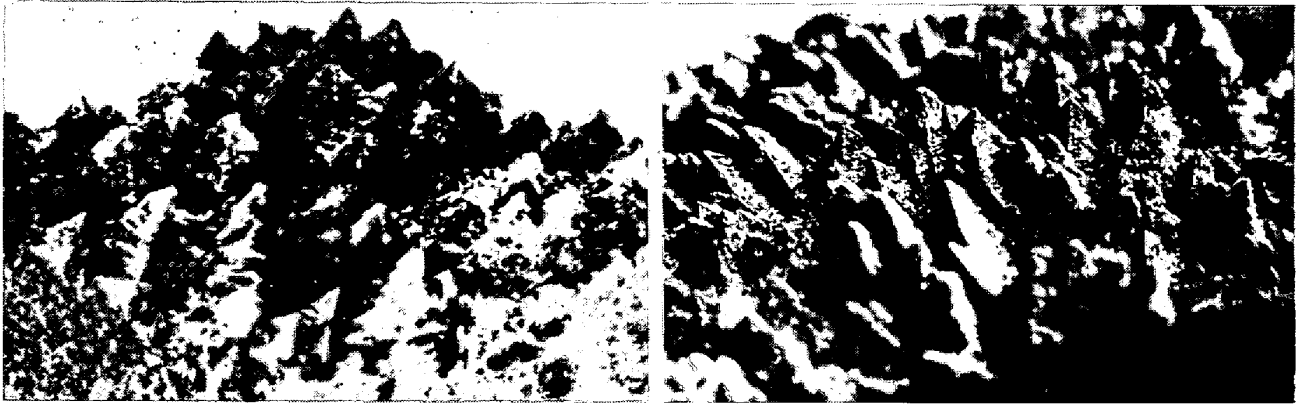
間接的に流動現象を把握する方法として、よく用いられるのがラジオアイソトープである^{23)~26)}。これについて次のような長所が考えられる。(1) 残溶鋼に実際に流動があることが確認でき、しかも流動の強弱はアイソトープの分散状態より認知できる。(2) 凝固の進行状況の概要を把握できる。(3) 流動がおよび難い底部粘稠層の存在が確認できる。(4) デンドライト偏析形態が理解できる。(5) 凝固面に沿う自然対流の流動速度の目安を得ることができる。

それに対して次のような欠点も考えられる。(1) 投入初期の分散状況が理解できない。(2) 流動の微視的様相が認め難い。たとえば剝離現象や、完全な層流からしだいに流速を増すとともに、残溶母液相との剪断力による表面乱れによる結晶や非金属介在物の巻き込み状況などである。(3) 底部粘稠層の性状が分別できない、などがあげられる。しかしアイソトープの利用はマクロ的な流動形態の把握には、現在では最もよい方法である。

6. 溶鋼の湯動きを解析するための問題点

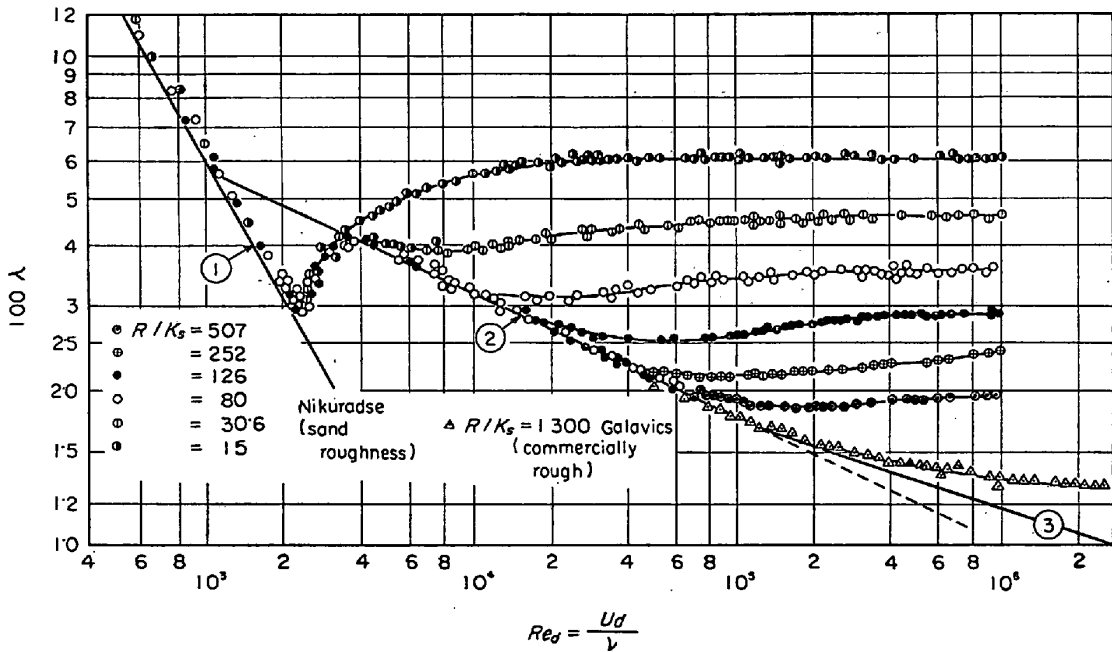
6.1 粗面の影響

デンドライト成長過程における凝固前面は粗面状態である。たとえば 4 t 鋼塊の凝固前進面を写真 1(a) に示す。突起はほぼピラミッド状を示し、高さは約 3~5 mm である。また著者の 1 人が行なつた実験⁵⁵⁾で、同心二重円筒の内筒壁面から外側に向けて凝固を進行させ、途中で引き上げて回転によつて残溶液相を取り除いた Al-4 wt%Cu 合金の凝固前面を観察したところ、突起の形状および高さはほぼ 4 t 鋼塊の突起と類似している。これを写真 1(b) に示す。このように凝固前面におけるデンドライトの幾何学的形態は合金の種類によるよりも凝固



(a) x3 (b) x4 (7/10)

写真 1 (a) 4 t 鋼塊の突起形状⁶⁷⁾
(b) Al-4 wt%Cu 合金鑄塊の突起形状



① $\lambda = 64/Re_d$, ② $\lambda = 0.3164/Re_d$, ③ $1/\sqrt{\lambda} = 2.0 \log [Re_d \sqrt{\lambda}] - 0.8$
図 11 粗面を有する円管内流れと抵抗係数 (λ) の関係

条件によるもので、一般にそれほど大きな相違はないものとする。

NIKURADSE⁵⁶⁾は粗面と流れの関係を調べた。これは砂粒を k_s/R (k_s : 砂の突起の高さ, R : 円管の半径) が $1/507 \sim 1/15$ になるように円管に貼りつけて、管内流れの抵抗と Re 数の関係について精密な実験を行なったものである。これを図 11 に示す。 $Re_{crit} = 2300$ (円管の層流限界) までの小さな Re 数では、抵抗係数 λ は平滑な円管における層流抵抗の式①(図 11 参照)にしたがつて Re 数のみに依存し、(6-1)式で示すごとく突起の高さとは無関係になる。

$$\lambda = 64/Re_d \dots\dots\dots (6-1)$$

突起がない場合で Re 数が大きくなって乱流に移るとき、抵抗係数 λ は

$$Re < 10^5 : \lambda = 0.3164/Re_d^{0.25} \dots\dots\dots (6-2)$$

$$Re > 10^5 : 1/\sqrt{\lambda} = 2.0 \log [Re_d \sqrt{\lambda}] - 0.8 \dots (6-3)$$

なる関係にしたがう。しかしながら突起が存在するとき、 λ は Re 数が大きくなるにつれて Re 数と k_s/R の両方に依存して最初は減少し、その後は増加する傾向を示し、さらに大きな Re 数では一定値となつて k_s/R のみ依存する。

PRANDTL ら⁵⁷⁾はこの円管における実験結果を用いて、粗い平板における摩擦係数 C_f を計算し、 Re 数 ($= U_s/\nu$) と相対粗度 k_s/R の逆数 $1/k_s$ (これを相対平滑度とする) に対して、図 12 に示すような結果を得た。ただしここでは乱流領域のみを考えており、この図中の破線は突起が層流底層から完全に出ていて、粗面が乱流による摩擦だけをうける限界値を示している。

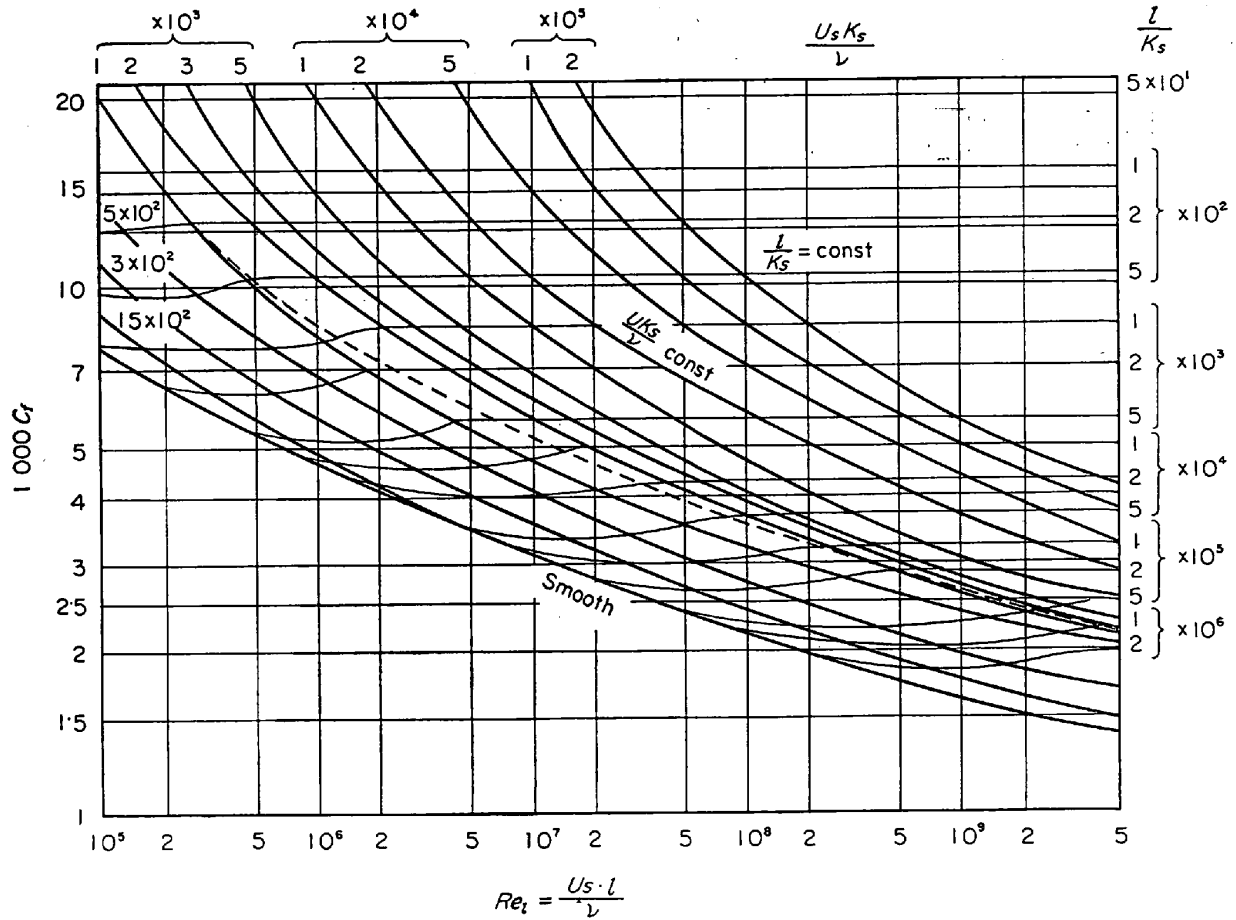


図 12 粗面を有する平板上流れと摩擦係数 (Cf) の関係

突起の粗さの密度を求める場合壁面の粗さの密度はかなり小さいので、突起の高さや相対粗さだけでは、もはやその粗さを決めることはできない。そこで粗さの標準を求め、これを NIKURADSE の実験結果で補正するのが便利である。完全に乱流抵抗をうける領域では、次のような摩擦抵抗の式が得られている⁵⁶⁾。

$$\lambda = 0.5 (\log R/k_s + 1.74)^2 \dots\dots\dots (6-4)$$

ここで粗さをそれに相当する NIKURADSE の砂の粗さ (equivalent sand roughness) で補正し、(6-1) 式に代入するとその粗さの実際の抵抗係数が求められる。

SCHLICHTING⁵⁹⁾ は長方形断面にいろいろな形態で規則正しく配列した粗さについての実験を行なった。それによると NIKURADSE の実験結果では完全に乱流抵抗をうける速度分布と、実際の突起の高さ k'_s に対する速度分布を比較することによって次のような式を得る。

$$5.75 \log (k_s/k'_s) = 8.5 - B \dots\dots\dots (6-5)$$

ここで B は実験定数である。この式より equivalent sand roughness k_s が得られる。その結果を図 13 に示す。 D は突起間距離、 d は突起の直径であり、ここで求められた k_s を用いて抵抗係数を得るのである。

6.2 凝固遷移層⁶⁰⁾ と対流の関係

凝固区間を有する凝固形態と、流動はどのような関係

にあるかを考察する。凝固遷移層をモデル化すると図 14 のように表わすことができる。すなわち p 相は固相内に液体が分散した形態にあつて、層外への流動は固相に妨げられてできない領域である。 q 相は液体内に固相が分散した状態であるから、液体自身の流動は可能である。 q 相はさらに q_1 と q_2 相に分けて考えられる。 q_1 相は固相が樹枝状の突起、または網目を形成してお互いに連繋を有し、液体はその間隙をぬつて流動することができる。鋼塊凝固の場合発達した q_1 相内で液相に溶質が濃縮して、その密度差にもとづく上昇流動が逆 V 偏析の成因の 1 つとなる⁶¹⁾⁵⁴⁾。 q_2 相は遊離の固体片からなるいわゆる *pasty zone* に属し固液両相がいずれも流動することができる。一般的には粘性がそれほど大きくなく NEWTON 流体としてこの溶湯の流動をあつかえるならば、この q_2 領域を主体に q_1 相内までを含めて熱対流として解析できる。

凝固遷移層内の溶湯流動がどの程度までの固相率で可能かは、すでに著者の 1 人が⁶²⁾ リムド鋼塊について検討している。 q_1 相から p 相へ移る臨界固相率を S_p とし、この S_p が最大 67% までデンドライト間隙内の液相は溶湯流動によって洗浄効果をうけることをあきらかにした。これをリムド鋼塊のリム層における硫黄、隣な

No	Item	Dimensions	D (cm)	d (cm)	K _s ' (cm)	K _s (cm)
1	Spheres		4	0.41	0.41	0.093
2			2	0.41	0.41	0.344
3			1	0.41	0.41	1.26
4			0.6	0.41	0.41	1.56
5			Densest arrgt	0.41	0.41	0.257
6			1	0.21	0.21	0.172
7			0.5	0.21	0.21	0.759
8	Spherical segments		4	0.8	0.26	0.031
9			3	0.8	0.26	0.049
10			2	0.8	0.26	0.149
11			Densest arrgt	0.8	0.26	0.365
12	Cones		4	0.8	0.375	0.059
13			3	0.8	0.375	0.164
14			2	0.8	0.375	0.374
15	Short angles		4	0.8	0.30	0.291
16			3	0.8	0.30	0.618
17			2	0.8	0.30	1.47

k_s: 突起の高さ
k_s: equivalent sand roughness

図 13 種々の規則的な突起粗さと equivalent sand roughness の関係

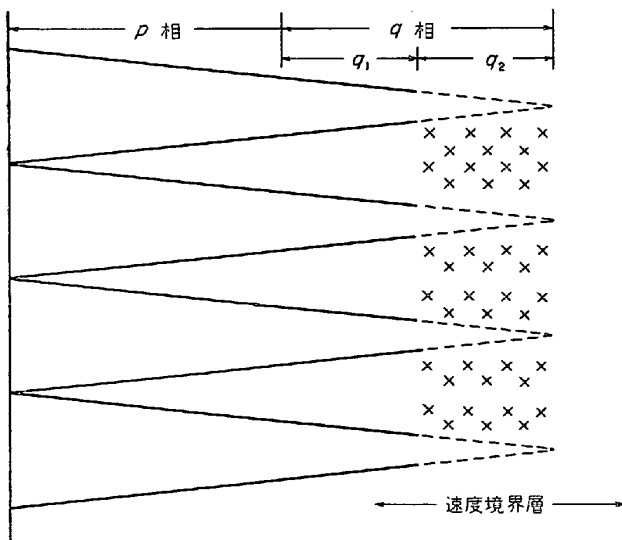


図 14 凝固遷移層と流体境界層との模式的関係

どの元素についての実効分配係数 k_e を固相率 S_p とから、次の式で求めた。

$$k_e = k_0 S_p + (1 - S_p)$$

ここで k_0 は平衡分配係数である。計算された実効分配係数と実験値とはほぼ一致した値となる。このように

鋼塊のマイクロ偏析およびその総合結果としてのマクロ偏析は、主として凝固過程での流体流動の程度に支配されるものと考えられる。

しかしながらこのような複雑なデンドライト凝固形態における流れについての実験は、ほとんどなされておらず、またこれに対応する流体力学的解析も完成されていない。このようなことが今後の鋼塊の凝固機構を解明するために、重要な課題となるであろう。

6.3 固相率の粘性におよぼす影響

溶鋼の流動は固相率 20% を含んでいてもかゆ状で流れるが⁶³⁾、その粘性の増加は溶鋼の場合明りようではない。たとえば小島ら⁶⁴⁾はアゾベンゾールと樟腦の混合溶液を用いて固相率 20~30% までは動粘性係数がほぼ 10~20 倍になることを示している。千々岩⁶⁵⁾は非鉄金属ではあるが、粘性は凝固開始点から全凝固範囲の約 1/3 まであまり変わらず、その後急激に増大すると報告している。しかし粘性は実験条件によつても異なるであろう。たとえば等軸晶的に液相に固相が分散されていて共に流動する場合と、柱状晶的に固相が固定されデンドライトの交叉する網目の中を液相のみが流動する場合とでは、同じ固相率でも見掛け上の粘性は異なるとみなければならない。また粘性が増大すればいままでの NEWTON 流体としての解析の適用性にも問題がでてくる⁶⁶⁾。

7. 結 言

鋼塊の凝固過程における残溶鋼の流動現象を流体力学的に解析する以前の、実験研究による流動現象の把握が現在不十分である。残溶鋼の流動現象の把握としてのラジオアイソトープの適用は間接的な理解のためには有効な手段であるが、その傾向をさらに詳細に裏づけるためには、凝固現象の特性を具備した可視化できるようなモデル実験による基礎研究がまず行なわれることが重要であると考えられる。

おわりに本稿のデータ収集にご協力を願つた本学冶金工学科大学院の市川冽氏に厚く感謝いたします。

文 献

- 1) C. LAPADULA and W. K. MUELLER: Int. J. Heat Mass Transfer, 9 (1966), p. 702
- 2) D. V. BOGER and J. W. WESTWATER: Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., Feb. (1967), p. 81
- 3) R. T. BEAUBOUF and A. J. CHAPMAN: Int. J. Heat Mass Transfer, 10 (1967), p. 1581
- 4) C. WAGNER: J. Metals, 6 (1954), p. 154
- 5) G. S. COLE and W. C. WINEGARD: J. Inst. Metals, 93 (1964-65), p. 153
- 6) O. REYNOLDS: Phil. Roy. Soc., 174 (1883), p. 935
- 7) H. SCHLICHTING: Boundary Layer Theory, 4th ed., (1960), p. 52 McGraw-Hill Book Company
- 8) E. R. G. ECKERT and R. M. DRAKE, Jr.: Heat

- and Mass Transfer, (1959), p. 134 McGraw-Hill Book Company
- 9) H. BLASIUS: From E. R. G. Eckert and R. M. Drake, Jr, Heat and Mass Transfer, (1959), p. 150 McGraw-Hill Book Company
 - 10) H. BLASIUS: From H. Schlichting, Boundary Layer Theory, 4th ed., (1960), p. 118 McGraw-Hill Book Company
 - 11) E. R. G. ECKERT and O. DREWITZ: Forsch Gebiete Ingenieurw, 11 (1940), p. 116
 - 12) E. POHLHAUSEN: Z. angew. Math. Mech., 1 (1921), p. 115
 - 13) E. M. SPARROW and J. L. GREGG: J. Aero Sci., 24 (1957), p. 852
 - 14) 甲藤: 伝熱概論 (1968), p. 66 養賢堂
 - 15) E. R. G. ECKERT and R. M. DRAKE, Jr.: Heat and Mass Transfer (1959), p. 175, McGraw-Hill
 - 16) E. R. G. ECKERT and R. M. DRAKE, Jr.: Heat and Mass Transfer (1959), p. 300, McGraw-Hill
 - 17) E. SCHMIDT and W. BECKMANN: Tech. Math. Thermodynam., 1 (1930), p. 1
 - 18) S. OSTRACH: Natl. Advisory Comm. Aeronaut. Tech. Note 2635, (1952)
 - 19) E. M. SPARROW and J. C. GREGG: NASA Memorandum 2-27-59E
 - 20) H. B. SQUIRE: From S. Goldstein, Modern Development in Fluid Dynamics, II, (1938), p. 641 Oxford Press
 - 21) S. SUGAWARA and I. MICHIOYOSHI: Mem. Fac. Engng. Kyoto Univ., 13 (1951), p. 149
 - 22) E. R. G. ECKERT and W. O. CARLSON: Int. J. Heat Mass Transfer, 4 (1961), p. 106
 - 23) H. KOSMIDER et al: Stahl u. Eisen, 77 (1957), p. 133
 - 24) 森, 松尾, 谷沢, 山手: 製鉄研究, 255 (1966), p. 6550
 - 25) A. KOHN: Joint Conference on the Solidification of Metals, Brighton, (1967), p. 356
 - 26) K. W. ANDREWS and C. R. GOMER: Joint Conference on the Solidification of Metals, Brighton, (1967) p. 363
 - 27) H. J. MERK: Appl. Sci. Res., [A] 8 (1958), p. 100
 - 28) 満尾, ほか: 鉄と鋼, 55 (1969), p. 338
 - 29) Liquid-Metal Handbook, 2nd ed., (1952), p. 187 United States Government Printing Office
 - 30) J. F. ELLIOTT and M. GLEISER: Thermochemistry for Steelmaking, vol. 1 AIME, (1960), p. 3 Addison-Wesley Publishing Company, Inc., London
 - 31) W. H. McADAMS: Heat Transmisson 3rd ed., (1967), p. 461 McGraw-Hill Book Company
 - 32) K. MILLSAPS and K. POHLHAUSEN: Proceeding of the Conference on Differential Equation, (1955) University Bookstore, University of Maryland College Park Md.
 - 33) R. J. GROSH and R. D. CESS: Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., April (1958), p. 667
 - 34) L. D. LUCAS: Compt. Rend., 250 (1960), p. 1850
 - 35) A. D. KIRSHENBAUM and J. A. CAHILL: Trans. Met. Soc. AIME, 224 (1962), p. 816
 - 36) M. G. FROHBERG and R. WEBER: Arch. Eisenhüttenw., 35 (1964), p. 877
 - 37) 斎藤, 佐久間: 学振 19 委資料 8281, (1966)
 - 38) G. CAVALIER: Compt. Rend., 256 (1963), p. 1308
 - 39) H. SCHENCK, M. G. FROHBERG and K. HOFFMANN: Arch. Eisenhüttenw, 34 (1963), p. 93
 - 40) L. D. LUCAS: Compt. Rend., 259(1964), p. 3760
 - 41) 中西, 斎藤, 白石: 日本金属学会誌, 31 (1967), p. 881
 - 42) 川合, 辻: 学振 19 委資料 8696, (1968)
 - 43) A. J. CHAPMAN: Heat Transfer, 2nd ed., 1 (1967), p. 557 The Macmillian Company
 - 44) 川合, 辻, 渡辺: 学振 19 委資料 8351, (1967)
 - 45) L. D. LUCAS: Memories Scientifiques Rev. Metallurg., 16 (1964), p. 99
 - 46) 千原, 白井: 学振 19 委資料 8689, (1968)
 - 47) E. M. SPARROW: Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., 80 (1958), p. 879
 - 48) J. E. CAFFYN and Underwood: Nature, 169 (1952), p. 239
 - 49) S. K. A. NAIB: Engng., 221 (1966), p. 961
 - 50) F. R. HAMA: Trans. ASME. Symp. on Flow Visualization (1966), p. 3
 - 51) R. EICHHORN: Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., Ser C 83-2 (1961), p. 379
 - 52) F. X. WORTMANN: Z. angew. Phys., 5 (1953), p. 201
 - 53) J. A. SCHETZ and R. EICHHORN: J. Fluid Mech., 18-2 (1964), p. 167
 - 54) R. J. McDONALD and J. D. HUNT: Trans. Met. Soc. AIME, 245 (1969), p. 1993
 - 55) 高橋, 萩原: 日本金属学会誌, 29 (1965), p. 631
 - 56) J. NIKURADSE: From H. Schlichting, Boundary layer Theory, (1960), p. 521 McGraw-Hill
 - 57) L. PRANDTL and H. SCHLICHTING: Werft, Reederei, Hafen (1934), p. 1
 - 58) C. F. COLEBROOK and C. M. WHITE: Journ. Institution Civil Engineers, (1939)
 - 59) H. SCHLICHTING: Ing-Arch., 7 (1936), p. 1
 - 60) 高橋, 萩原: 日本金属学会誌, 29 (1965), p. 1152
 - 61) 萩原, 高橋: 鉄と鋼, 53 (1967), p. 27
 - 62) 高橋, 萩原, 市川: 鉄と鋼, 55 (1969), p. 334
 - 63) ア・ア・ズボルフスキーほか: 鋼の鑄込みと鑄塊の成形の熱物理的及物理化学的プロセス, (1968), p. 48 日ソ通信社
 - 64) 小島, 荒木: 鉄と鋼, 55 (1969), p. 61
 - 65) 千々岩: 東京大学生産技術研究所報告, 5 (1956), p. 249
 - 66) R. E. GEE and J. B. LYON: Industrial and Engng. Chemistry, 46 (1957), p. 956
 - 67) A. POKORNY: De Ferri Metallographia III (1967), p. 518, Éditions Berger-Levrault Paris, Nancy