

講 義

冷 間 加 工 (II)

曲 げ 加 工

春 日 保 男*

Cold Working (II)
Bending

Yasuo Kasuga

曲 げ 加 工

曲げ加工は成形加工の基本をなす加工のタイプである。材料力学の一分派として以前から塑性的曲げの解析が行われていたが約 10 年前から理論は急速に発展し、現在、二次元的曲げ加工（単純曲げ部品の加工）に関しては工業上実用されているほとんどすべての曲げ機構が解析されていると見てよい。しかし、曲げは外見の簡単さに似ず解析は容易でないことが多い。したがって、比較的均一な歪状態を仮定しうる場合のみ解析的結論が迅速にえられる。

本節では板材における曲げを中心に話を進めるが、棒管、型材等においても一部の思想は相通するものがある。不足する部分は末尾の文献を参照されたい。

曲げ加工はつぎのように分類される。

1. 材料の実質的移動を伴わず工具によつて強制される曲げ。

- a V型溝によるプレス曲げ。
- b ポンチスライドにより片持梁の方向に直角に押し曲げる方法。
- c 片持梁を回転体（曲げ面内において回る）により曲げる方法。
- d 材料の曲り部の両端に純粋な曲げモーメントを加える曲げ（均等曲げ）この場合せん断応力は作用しない。

2. 材料の実質的移動を伴う曲げ

- a 材料の一端を一個のロール表面に固定し、ロールを回転して材料を一方向からたぐり込みつゝ巻き取るようにして曲げる方法。
- b 三本のロールの間で曲げる方法。
- c 二つの成形ロールの間に材料をかみ込ませ上下の

ロール軸を含む面を曲げ面として曲げる方法。（コールド・ロール・フォーミング）

本分類法は O. Kienzle に負う。図 27 は各を図解したものである。

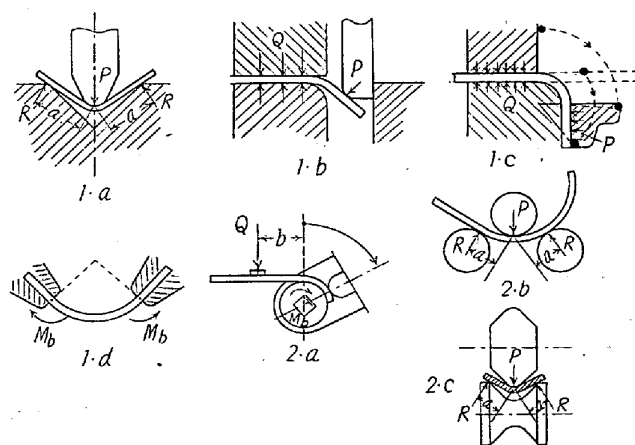
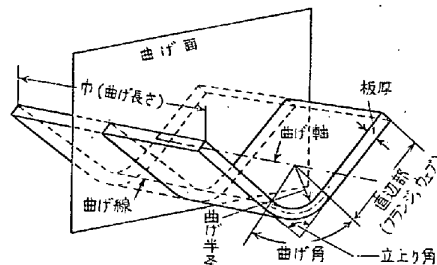


図 27 曲げ加工の分類 (Kienzle)

単純曲げにおける用語および幾何学的条件を説明したのが図 28 である。用語は主として A.S.T.E. のものを踏襲した。



曲げ半径	R_1	巾(曲げ長さ)	B
中立面半径	R_n	直辺部長さ	l
外半径	R	曲げ角	α
素材板厚	t_0	立上り角	β

$\alpha + \beta = 180^\circ$

図 28 用語および記号

寸法記号としてはつぎのものを統一して用いることに

* 名古屋大学工学部教授

1) 文献 (64) 参照

する。

- t_0 = 原板厚, t = 変形中の板厚
- B = 板の中(曲げ長さ)
- R_1 = 内半径(曲げ半径)
- R = 外半径
- $R_m = (1/2)(R_1 + R)$ = 中央面曲率半径
- R_n = 中立面曲率半径(瞬間中立面を含む)
- α = 曲げ角, β = 立上り角 = $180^\circ - \alpha$

1. 純モーメントによる曲げ(均等曲げ)

曲げ加工度 t_0/R_1 の大小によつて解析手段に繁簡の差が生ずるが、一般に問題になる $\frac{1}{5} \leq t_0/R_1 \leq 1, B/t_0 \geq 8$ 程度の範囲では R. Hill の考え方が比較的一般性をもっている。解析が簡単という点では前記分類 1. d の均等曲げの場合が尤で、この場合を基礎にすれば他の曲げ機構も思想を拡張してある程度まで解釈できる。

さて、均等曲げの変形途上において曲げ面により材料を切断し、断面を表わしたのが図 29 である。せん断の場合と同様原板面に平行な繊維を仮定しその伸縮、変位などを求めるのが解析の目的である。

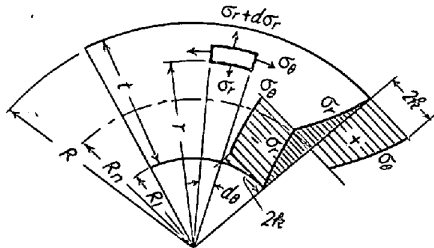


図 29 曲げ面の状態

いま任意の加工段階において曲げ軸を含む平面で材料を切つた断面は加工を通じて平面を保ち、さらに、板巾方向の寸法も加工を通じ不変と仮定しよう。図はこの仮定の下に書かれているものとする。中立繊維(実は曲げ軸を軸とする中立面である)は加工がわずか進行しても伸縮を生じない繊維を指すが、図30によりこの意味を説明しよう。図は原板材を厚さ方向に 10 等分し、板の両面と 9 個の分割点を通る繊維に内側から 0 ないし 10 の記号を附し各繊維の工程中の縦歪の経過を示したものである。

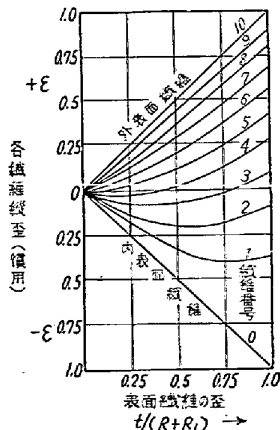


図 30 各繊維の歪の進行

元板厚の中央にあつた繊維 5 より外側の繊維は加工が進むと共に一方的に伸びているが、4 より内側の繊維では一旦圧縮を受け

てのち伸ばされている。このような繊維では、ある加工段階において歪の極小点を経過するが、極小点においては、僅かの加工の進行によりその繊維は伸縮しないと考えてよい。これがその加工段階における瞬間中立繊維である*。

さて、図 29 の紙面に直角方向の寸法 B は t に比し大きいので B 方向の寸法を不変と仮定すれば、この方向の歪は終始零である。曲げ軸を円筒軸とする円筒座標を r, θ, z とすると座標軸は主応力軸に一致し主応力成分を $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ と書くことをうる。主歪増分成分は $d\epsilon_r, d\epsilon_\theta, d\epsilon_z$ で仮定により $d\epsilon_z = 0$ である。したがつて、 z 方向の偏差応力成分が零で

$$\sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta) \dots\dots\dots (8)$$

をうる。図 29 の微小セクトルに作用する応力の釣合方程式は

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

で、さらに材料が塑性的に変形するためにはたとえば Mises 型降伏条件を応力がみたしていなくてはならぬ。それは、

$$(\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 = 6k^2 \dots\dots\dots (10)$$

で、以上三式のみによつて応力成分を求めることができる。

簡単のために単純せん断降伏応力 k は一定、すなわち材料は歪硬化しないものとして進む。(8), (10) より σ_z を消去すれば、

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \pm 2k \dots\dots\dots (10')$$

(10') を(9)に入れて境界条件により解く場合、(10') の複号についてはつぎの区別を行う。

- $R_1 \leq r \leq R_n$ に対し、 $\sigma_r - \sigma_\theta = 2k$,
- $R_n \leq r \leq R$ に対し、 $\sigma_r - \sigma_\theta = -2k$.

なおまた、境界条件は $r = R_1$ および $r = R$ において $\sigma_r = 0$ である。解は容易に求められつぎのごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} R_1 \leq r \leq R_n \text{ に対し } \sigma_r &= -2k \ln \frac{r}{R_1} \\ R_n \leq r \leq R \text{ に対し } \sigma_r &= -2k \ln \frac{R}{r} \end{aligned} \right\} \dots\dots (11)$$

これを(10')に入れて、

* 中立繊維とか面は繊維方向の応力が零で伸び縮みのない繊維または面と考えるのが厳密である。その意味で現在問題の中立繊維を瞬間中立繊維と称んで区別する。

$$\left. \begin{aligned} R_1 \leq r \leq R_n \text{ に対し } \sigma_\theta &= -2k \left(1 + \ln \frac{r}{R_1} \right) \\ R_n \leq r \leq R \text{ に対し } \sigma_\theta &= 2k \left(1 - \ln \frac{R}{r} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

をうる。さらに中立繊維半径 R_n では σ_r の値が不連続になることを許されないので、 R_n における σ_r の値を (11) の両式から求めて等しとおき、 R_n を決定することができる。すなわち、

$$2k \ln \frac{R}{R_n} = 2k \ln \frac{R_n}{R_1} \text{ より、} \\ R_n = \sqrt{R_1 R} \dots\dots\dots (13)$$

をうる。なお、 $[\sigma_r]_{r=R_n} = k \ln \left(\frac{R}{R_1} \right)$ である。 σ_r 、 σ_θ の傾向を図 29 の右側に示す。

外力はモーメント以外にないから、繊維の方向に伝達される力は繊維に直角をなす断面全体では零である。すなわち、 $\int_{R_1}^R \sigma_\theta dr = \int_{R_1}^R \frac{d}{dr} (r\sigma_r) dr = [r\sigma_r]_{R_1}^R = 0$ である。また、半径方向に伝達される力もない。

つぎに材料の単位巾当りの曲げモーメントを計算するに、

$$M = \int_{R_1}^R \sigma_\theta r dr = \left\{ \frac{1}{4} (R_1^2 + R^2 - 2R_n^2) + \frac{1}{2} R_n^2 \ln \frac{R_1 R}{R_n^2} \right\} \cdot 2k \text{ をうる。これに (13) を}$$

入れると結局

$$M/2k = \frac{1}{4} (R - R_1)^2 = \frac{1}{4} t^2 \dots\dots\dots (14)$$

をうる。

つぎに材料の変位と歪を考えよう。いま、図 31 において、曲げの対称面を基準に極座標 r 、 θ なる一点 p を取り、そこに材料の微小セクトルを考え、セクトルが加工のわずかの進行により $\Delta\theta$ だけ傾角を変えた

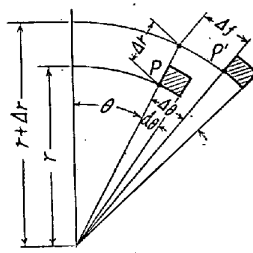


図 31 曲げにおける変位

とする。曲げは角度 θ の間一様に行われているから、傾角変化の割合 r は、 θ に無関係に一定となる。

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = \Delta a \dots\dots\dots (15)$$

とおき、 Δa を加工の微小進行を示すパラメータとする。

Δa は r 、 θ に無関係である。

セクトルは $\Delta\theta$ の傾角変化により半径方向に Δr 、繊維方向 (周方向) に Δf だけ変位するものとする。

セクトルの半径方向厚さ dr は微小変形 $\Delta\theta$ の後

$dr + \frac{\partial(\Delta r)}{\partial r} dr$ となり、繊維方向長さ $r d\theta$ は $(r + \Delta r) \left(d\theta + \frac{\partial(\Delta\theta)}{\partial\theta} d\theta \right)$ となる。ゆえに、厚さの変化は $\frac{\partial(\Delta r)}{\partial r} dr$ 、

繊維長さの変化は $\Delta r d\theta + r \frac{\partial(\Delta\theta)}{\partial\theta} d\theta$ である。これをそれぞれの元の長さで割つたものが歪増分であるから、

$$\Delta \varepsilon_r = \frac{\partial(\Delta r)}{\partial r} dr/dr = \frac{\partial(\Delta r)}{\partial r} \\ \Delta \varepsilon_\theta = \left\{ \Delta r d\theta + r \frac{\partial(\Delta\theta)}{\partial\theta} d\theta \right\} / r d\theta = \frac{\Delta r}{r} + \frac{\partial(\Delta\theta)}{\partial\theta}$$

をうる。いま $\lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta a} = u$ とおけば、歪増分の微分形は

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} da \\ d\varepsilon_\theta &= \left(\frac{u}{r} + 1 \right) da \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

となる。平面歪状態 ($d\varepsilon_z = 0$) を仮定しているので、容積不変則は $d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta = 0$ と書ける。

これに (16) を代入すれば、

$$-\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + 1 = 0 \dots\dots\dots (17')$$

をうる。積分すれば $ur = (-r^2/2) + C$ 、(C は積分定数) をうるが、境界条件は $r = R_n$ において

$d\varepsilon_\theta = (1 + u/r) da = 0$ である。したがって、

$$u = -\frac{r}{2} \left(1 + \frac{R_n^2}{r^2} \right), \quad \Delta r = -\frac{\Delta a}{2} \left(1 + \frac{R_n^2}{r^2} \right) r \dots\dots\dots (18)$$

繊維方向変位成分は歪の計算上必要にはならぬが、図 31 より、

$$\Delta f = (r + \Delta r) (\theta + \Delta\theta) - (r + \Delta r) \theta = r \Delta\theta = r\theta \cdot \Delta a \dots\dots\dots (19)$$

歪増分成分は

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} da = \frac{1}{2} \left(\frac{R_n^2}{r^2} - 1 \right) da \\ d\varepsilon_\theta &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R_n^2}{r^2} \right) da \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

となる。これらはまた塑性変形における応力、歪増分間の関係を満足する。

板の表面における繊維の半径方向変位を見るに、(18) により、 $r = R$ では

$$\Delta R = -\frac{\Delta a}{2} \left(1 + \frac{R_n^2}{R^2} \right) R = -\frac{\Delta a}{2} (R + R_1),$$

$r = R_1$ では

$$\Delta R_1 = -\frac{\Delta a}{2} \left(1 + \frac{R_n^2}{R_1^2} \right) R_1 = -\frac{\Delta a}{2} (R_1 + R).$$

すなわち、外面、内面の変位が全く等しい。これは板厚が変化しないことを示す。

$$t = t_0 = \text{一定} \dots\dots\dots (21)$$

最初材料は平面すなわち真直な状態と考え、その状態において中央繊維から η だけ距る場所にあつた繊維の変位を考えると、内側半径が R_1 に曲げられた場合にはつぎの半径位置 r に到達している。

$$r = \sqrt{\frac{1}{2}(R_1^2 + R^2)} + \frac{\eta}{t_0}(R^2 - R_1^2) \dots\dots\dots (22)$$

また、そのとき中立繊維となる繊維は加工前には

$$\eta = -t^2/2(t + 2R_1) \dots\dots\dots (23)$$

だけ中央繊維から距つていたのである。

2. V型をなすダイスおよびポンチによる曲げ

V型ダイスによる曲げはプレスブレーキその他におけるプレス型による単純曲げとしてしばしば実用されている加工型式である。外見の簡単さに似ず解析の厄介なものであるが、益田、室田、戸沢等¹⁾およびK. H. Wolter²⁾により解析されている。いうまでもなく均等曲げでなく材料の繊維方向に曲げモーメントが変化し、したがつて曲率が変化し、また歪履歴も変化するのである。

ポンチ先端のラジヤスが充分小さければ加工中ポンチ先端に接する部分の曲率が自然に最大となり、比較的小さな荷重によつて必要な曲げ角をうることができる。Vダイスの曲げにおいて記録されるポンチ荷重の一般的傾向は図32のようである。ポンチ行程の最初の段階OAでは曲げ角は小さく材料はほとんど平面状態を呈し、板断面に働かす最大モーメントを増加させるために荷重が比較的急に増加する部分である。

つぎの段階ABでは板がダイスの角稜に依然支えられたまゝ漸次深く曲り、曲げ角が急速に増加するが、ダイスの肩における反力が漸次水平の成分を増すので、ポン

チ荷重を増さずにポンチ先端部の材料に与えるモーメントを増し変形をいちじるしく進めることができる。したがつて、ポンチ荷重はこの段階ではわずかに減ずるのが常である。

B点に達すれば材料の支点はダイスの肩より内側に迂りこみ、その後は支点において生ずる反力の方向は一定のまま、支点が漸次V溝の中心に向つて移動する。支点間距離が短縮すればモーメントのアームが減るので、曲げ変形を進めるための荷重はふたたび増加せねばならぬ。さらにポンチが進んで板の自由端に相当する部分がポンチの斜面により曲げ返されるに至れば、この仕事に相当するだけポンチ荷重は殖えなくてはならぬ。このような段階が図のBCである。この段階をかりに成形段階と称ぼう。

Cにいたれば成形はほとんど終り、ポンチと材料の間に事実上隙間が無くなつて荷重の急上昇が現われる。これは板厚を直接ポンチ圧力で変化させる、いわゆるコイニング段階で、プレスの容量さえ許すならば荷重は事実上限り無く上昇するかに見える。たとえばこの場合の到達荷重はA点における荷重の50倍程度には容易になりうるのである。Bから先の段階は型が閉ち合わさりかつその先の段階を含むが、B点までは型と材料の間に空間が保たれた状態で曲げが行われる。この段階をしばしば自由曲げ (air bending) といつている。

実加工でコイニングを無制限に行わせることは危険であるが、製品の形状を公差内におさめるために多少成形段階より先まで工程を進めることが多い。その場合でも自由曲げの最高荷重の5ないし10倍位の荷重が必要である。

V型ダイスによる曲げ所要荷重の計算には既往から単純な仮定の下に経験式が利用されている。断面全体に一律な曲げ応力分布を仮定して板の単位巾当りモーメントを書くと、

$$M = 2 \int_0^{t_0/2} \eta \sigma_b d\eta = 2\sigma_b \left[\frac{\eta^2}{2} \right]_0^{t_0/2} = \sigma_b t_0^2 / 4$$

一方ダイスの口巾にひとしい w で支えられ中央に集中荷重 p を受ける真直な梁の中央に生ずるモーメントは

$$M = p w / 4$$

である。両者をひとしいとおき、

$$p w = \sigma_b t_0^2,$$

板巾 B 、厚さ t_0 の板を口巾 w (図32 O→Aにおける材料支点間距離) のV型ダイスで曲げる場合の所要力は結局

$$P = \frac{c \sigma_b t_0^2 B}{w} \dots\dots\dots (24)$$

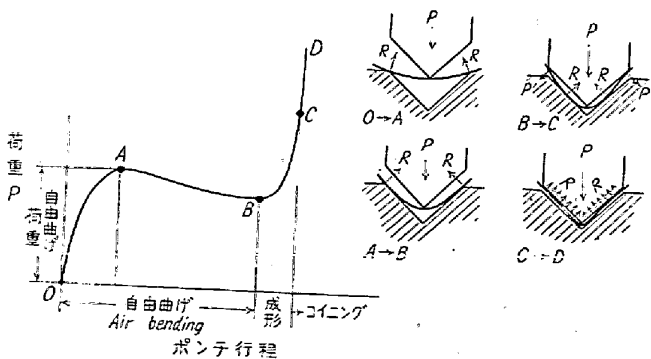


図 32 Vダイスにおける曲げ荷重

1) 文献 (46)~(50), (66) 参照。
2) 文献 (63) 参照。

となる。ただし、 $c = \text{定数}$ 、 $\sigma_b = \text{材料の引張強さ}$ 、である。

定数 c を乗じたのは実際問題で自由曲げの状態だけを考察したのでは多少見積られた力が過小になるため、定数 c は w と t_0 の比の関数として与えられる。これを図 33 示す。 w と t_0 の比が少ない場合には成形およびコイニングのための力を余計に見込まねばならない。

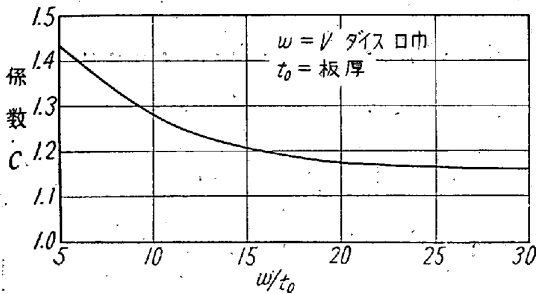


図 33 V ダイス荷重係数

U 字型の曲げにおいては余り厳しいコイニング作用は考えずに、単位巾当りのモーメントを

$$M = \frac{5}{4} \cdot \frac{p}{2} \cdot t_0$$

と仮定する。 p は単位巾当りポンチ荷重である。これを最初の曲げモーメントの式と等しいとおき

$$p = 0.4\sigma_b t_0, P = 0.4\sigma_b t_0 B \dots\dots\dots (24')$$

をうる。これが U 字型溝材の曲げ荷重式である。

自由曲げにおいても工程を通じてポンチ荷重を計算するには厳密な解析が必要で、自然、材料の取る中間形状も知らねばならない。この点については前記著者らの発表を参照されたい。

3. スプリングバック (はね戻り)*

板材のプレス加工が活発化するにつれてスプリングバックの理論的計算が主として航空機工業界の要請により発達した。製品を公差内寸法に仕上げるためには、プレスによつて負荷された状態下で材料の呈する角度と、型から取出されて後の角度とが異なることに注意しなくてはならぬ。これは主に材料の弾性に起因するもので、このように除荷時に曲げ角度を変ずる現象をスプリングバック

クというのである。理論においては材料内に弾性域および塑性域が存するものとせねばならぬから、既往の理論はすべて中立繊維の移動を考慮せぬ、いわゆる単純理論である。本節では中でも簡明なものを紹介しよう。

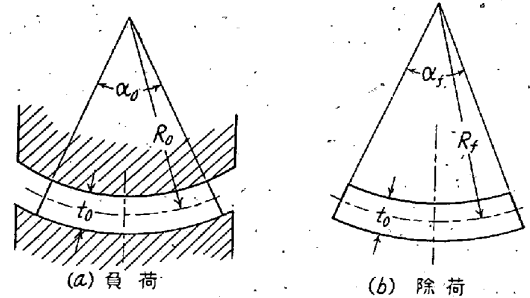


図 34 負荷除荷時の材料の状態

材料が、曲つたポンチおよびダイスの間に完全に包囲された状態にまで純モーメントによつて曲げられ、図 34 (a) のごとき状態になり、その後型から解放されて同図 (b) の状態に戻るものとする。この仮定は現実作業と多少矛盾するけれども単純化のために設けるわけである。

(a) の状態では繊維の縦歪 (慣用全歪) ϵ_0 は中立繊維では零で板の表面に向つて直線的分布をなす。これに直角をなす主歪 ϵ_r, ϵ_z などに関してはこゝでは考慮せぬ。応力成分も繊維方向の σ_θ のみが問題で $\sigma_r = \sigma_z = 0$ とする。

したがつて、こゝでは $\epsilon_\theta = \epsilon, \sigma_\theta = \sigma$ と単に記すことにする。

上記のごとき ϵ の分布に対し、応力 σ は単純引張試験の真応力、縦歪関係から求められるものとし、 ϵ の正負に応じ σ も正負の値をとるものとする。すなわち応力歪関係は圧縮歪側にも符号を変えてそのまま宛はまるものとする。真応力歪関係は種々の式で近似表示されるが、こゝではまず塑性域で歪硬化のない形を考える。すなわち、塑性域では ϵ に関せず $\sigma = \sigma_s = \text{降伏応力}$ である。

中立繊維から距離 η を距てた繊維の慣用縦歪は

$$\epsilon = \frac{(R_n + \eta) d\theta - R_n d\theta}{R_n d\theta} = \frac{\eta}{R_n} \equiv \frac{\eta}{R}$$

(こゝで中立繊維は変形中板厚中央に保たれるから、曲率半径 R_n を単に R と表わすことにする。)

型の中における a の状態では $\epsilon_0 = \eta / R_0$

型から解放された b の状態では $\epsilon_f = \eta / R_f$

ゆえにその繊維の歪の変化、いわゆるスプリングバック

は、 $\epsilon_0 - \epsilon_f = \eta \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_f} \right)$ である。

ただし、添字 0 は負荷時 a に対する量、f は解放時 b に対する量を表わす。上記弾性歪に対する応力変化は、 E をヤング係数とすれば、

* 材料として注意すべきことは次の文献に充分述べられている。

Wood ward, T. G., Jevons, J. D. Excessive dimensional tolerances in sheet and strip metals cause trouble in the application of modern methods to the manufacture of small component.

Sheet Metal Ind. vol. 32 No. 342 pp. 725~734 (1955)

$$\Delta\sigma = E(\epsilon_0 - \epsilon_f) = E\eta\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_f}\right)$$

さて、型の中 a の状態において、弾性、塑性の境界層が η_s にあつたとすると、そこでは応力は

$$\sigma_0 = \sigma_s = \eta_s\left(\frac{E}{R_0}\right) \text{ に達し、逆に } \eta_s = \sigma_s\left(\frac{R_0}{E}\right)$$

でなくてはならぬ。ゆえに負荷時の応力分布を考えるに、

$$0 \leq \eta \leq \eta_s \text{ の範囲は弾性域で } \sigma_{0E} = E \cdot \frac{\eta}{R_0}$$

$$\eta_s \leq \eta \leq t_0/2 \text{ の範囲は塑性域で } \sigma_{0P} = \sigma_s$$

除荷後 b の状態での応力は

$$\text{元弾性域では } \sigma_{fE} = \sigma_{0E} - \Delta\sigma = E \cdot \frac{\eta}{R_0} - E\eta\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_f}\right) = E \cdot \frac{\eta}{R_f}$$

$$\text{元塑性域では } \sigma_{fP} = \sigma_s - \Delta\sigma = \sigma_s - E\eta\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_f}\right)$$

となる。応力は中立繊維を境にして引張側、圧縮側が同じ形式で分布するから断面全体として繊維方向の力は釣合を保つ。しかし、除荷後においてモーメントが零になるのだから現実には外力が無くなつたとは見做されない。そのための条件として、

$$2 \int_0^{t_0/2} \sigma_f \eta d\eta = 0 \dots\dots\dots (25)$$

が成立しておらねばならぬ。(25) 式の σ_f の内容を σ_{fE} , σ_{fP} に分け所定の積分限界について積分すると、(25) の表わす条件は結局

$$\frac{R_0}{R_f} = 4 \left(\frac{\sigma_s}{E} \cdot \frac{R_0}{t_0}\right)^3 - 3 \frac{\sigma_s}{E} \cdot \frac{R_0}{t_0} + 1 \dots\dots\dots (25')$$

と書くことができる。すなわち負荷時の曲げ半径 R_0 と、除荷時の曲げ半径 R_f の比が応力比 σ_s/E および板厚相対曲げ半径 R_0/t_0 により表わされたことになる。曲げ半径の比はまた、除荷時、負荷時の曲げ角の比 α_f/α_0 をあらわすから、これによつてスプリングバック角を見積ることができる。スプリングバック角 $\Delta\alpha$ は

$$\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_f = \alpha_0\left(1 - \frac{\alpha_f}{\alpha_0}\right) = \alpha_0\left(1 - \frac{R_0}{R_f}\right) \dots\dots\dots (26)$$

で、これは負荷時の条件を与えれば求めることができる。

以上の解析は F. J. Gardiner に負う。

定性的に言えば、材質の降伏点とヤング係数の比、すなわち、弾性歪域の大きいものほどスプリングバックは

大きく、また、作業条件としては曲げ加工度 t_0/R_0 が小さいほどスプリングバックは大きいものと考えべきである。

材料の塑性曲線（真応力歪曲線）が、塑性域において $\tan\phi = F$ なる一定の勾配をもつ場合には (25') に代る条件式として

$$\frac{R_0}{R_f} = \frac{\alpha_f}{\alpha_0} = \left(1 - \frac{F}{E}\right) \left\{1 - 3\left(\frac{\sigma_s}{E} \cdot \frac{R_0}{t_0}\right) + 4\left(\frac{\sigma_s}{E} \cdot \frac{R_0}{t_0}\right)^3\right\} \dots\dots\dots (27)$$

が成立つ。

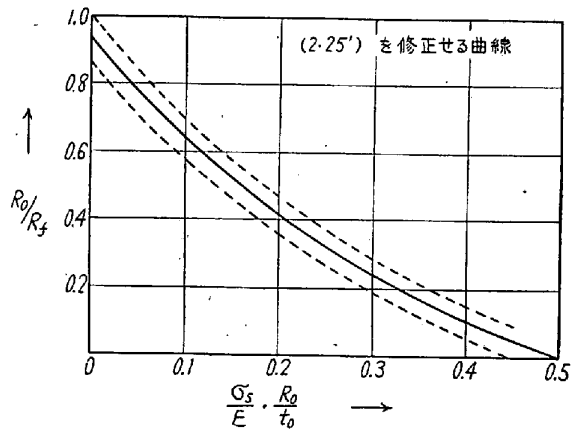


図 35 曲げ加工度とスプリングバック

(25') を修正してプロットしたのが図 35 である。(27) によれば曲線は (25') より全体的に低く出る。 $R_0/t_0 \cdot \sigma_s/E$ の値が比較的小さい場合すなわち塑性域の条件の支配力が大なる場合にはこの低い方の値が実際に近く、 $(R_0/t_0) \cdot (\sigma_s/E)$ の値が大ならば弾性域の支配力が大きくて現実の値は (25') の曲線よりさらに上回るであろう。よつて実験点はほとんど図の二つの点線の帯域におさまるものと考えてよい。

直辺部をもつ曲げ部品では以上の解析結果は十分な精度を示してくれない。その理由の主なものはずぎのようである。

1. 加工が均等に行われぬ。Vダイスの場合には、材料の場所による歪履歴の差および、最終加圧力によつてスプリングバックはいちじるしく影響される。
2. 直辺部(フランジ、ウェブ)から曲り部への遷移部に歪がある程度分布し、その状態は曲げ角により異なる。
3. 三軸歪の影響。加工度 t_0/R_1 が大きい場合中立繊維の移動と反りなどが無視できない。

既述のごとく益田らはVダイスにおいて材料が受ける変形を理論的にくわしく解析し、結局最終加圧力とスプリングバックの関係を明らかにした。図 36 はその研究結果の一部である。90° のダイスとポンチによる実験曲

1) 文献 (67) 参照

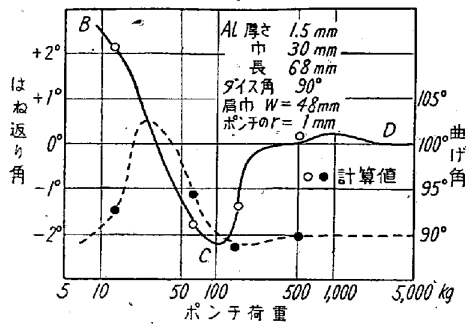


図 36 最終ポンチ荷重とスプリングバック (益田)
実線: はね返り角 $\Delta\alpha'$, 破線: 荷重時曲げ角 α_0'

線と計算点を比較したもので、縦軸はスプリングバック角度、横軸は最終ポンチ荷重である。ただし、スプリングバック角度は両ウェブの最外端において板面に引いた垂線の交角 α' の変化を取る。

図 36 において自由曲げの終り B 点ではポンチ荷重はわずか 8.5 kg であるが、ここではスプリングバック角 $\Delta\alpha' = \alpha_0' - \alpha_f'$ は約 2° 、すなわち 2° はね戻ることを示している。このとき荷重時の曲げ角 α_0' は 90° に近い。だから、折り曲げ角だけを 90° に近づける目的には今少し荷重をふやして 92° 位まで負荷すれば充分である。しかし、この状態では材料がポンチに充分馴染むわけではない。さらに荷重の高い成形段階では材料の支点近傍で逆方向に加えられるモーメントの影響が優勢になり、たとえば図の B、C 点の中間付近では $\Delta\alpha' = 0$ であるに拘わらず、荷重時曲げ角度 α_0' は 102° 位になり、したがって最終角度 α_f' もダイス角度には一致しない。

成形の終末期に近づくと C 点では $\Delta\alpha' = -2^\circ$ となる。これははね戻るのではなく、むしろ過曲 (over bent, spring go とも称す) になる場合である。この原因はポンチの斜面で材料のウェブの端がふたたび逆に曲げられるために、除荷した場合に逆にはね戻ることにある。しかし、型の拘束がきびしいために曲げ角 α_0' はほとんど 90° である。さらに荷重を 100 kg 程度増せば $\Delta\alpha'$ はほとんど零になり、最終角度 α_f' も 90° に近づく。これはコニング段階に入ったことを表わすのである。

解析はきわめて手数が掛るが、図中の諸点は計算結果で、実験曲線への一致は驚くべきものがある。なお、終末ポンチ荷重を求める計算図表も公表されている*。

4. 加工限界

曲げ加工度は板厚相対曲率半径の比; t_0/R_n または t_0/R_1 によつて表わされる。実作業では加工度の値をできるだけ大きくして鋭い角隅部を成形したいことが多

い。

加工中板厚および中立繊維の位置が不変であれば、 t_0/R_n は平板を中立面曲率半径 R_n までに曲げる場合の表層繊維の縦歪の二倍を表わす。ゆえに、曲げ加工度の限界は材料に許される縦歪の量でおさえられると見てよい。普通臨界状態は引張歪側、すなわち外側表層においてまず現われる。この破断時における最外層の縦歪量に対応する加工度が加工限界である。

単純引張では一よう伸びの限界が、加工限界となるが曲げの場合のように厚さ方向に縦歪が分布している場合には、表面繊維にくびれが現われても、板断面全体が不安定にならず、したがってたゞちに破壊にいたることも無い。この意味では曲げにおける外層繊維には単純引張の一よう伸びより相当に大きな歪が許容されることになる。引張歪側のみを考えると、板巾 (bent Length) が大きいか小さいかによつて外層繊維における応力の連立状態が異つてくる。板巾が狭いと繊維方向の単軸引張応力のみが問題になり、繊維の伸び ϵ_θ の限界は単純引張りにおけるくびれ部の最大歪量に近くなる。

板巾が大きく、巾と板厚の比が 8 以上になると、ほとんど平面歪状態となり、 $\epsilon_z/\epsilon_\theta = 0$ $\sigma_z/\sigma_\theta = 0.5$ となることが 24 S-T アルミニウム合金に対して確認されている。このような場合には ϵ_θ の破断臨界値は単純引張りの前記の場合より相当に低くなる。図 37 はその一例を示す。

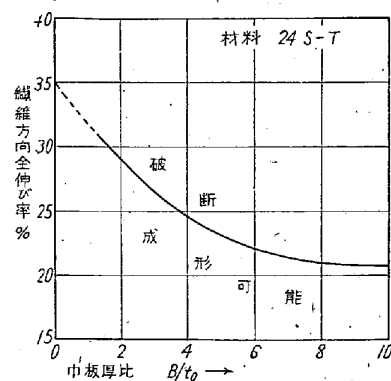


図 37 板巾と加工限界 (Sachs)

同じ加工度を目標に行われた加工でも曲げ角が小さいと表面繊維の最大歪量が比較的低下するので、結局加工限界は曲げ角度の影響をも受けることになる。これは板の曲り部が隣接部とまったく無関係に歪むわけではなく、歪の一部は当然直辺部にも浸入するためである。図 38 は 90° に曲げられた鋼板の表面および断面の硬さ分布によつて直辺部への歪の浸入状態をたしかめた一例、また、図 39 は横軸に曲げ角をとつてアルミニウム合金板の繊維方向最大歪と加工度および曲げ角度の関係を示した

* 文献 (46) 参照

一例である。後の図では、たとえば、曲げ角 30°, 加工度 1/0.72 の場合に繊維方向最大歪が 13% 程度に止まることが示されている。

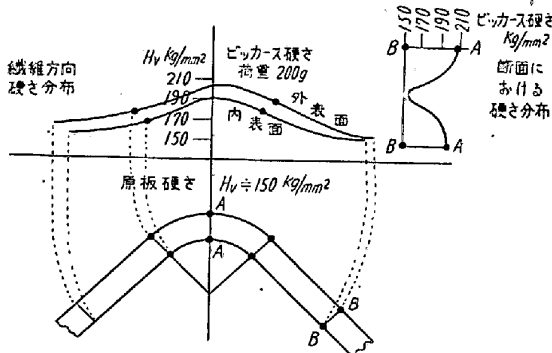


図 38 曲げにおける硬さ分布 (Kienzle)
 $R_1/t_0 = 2.0$ $\alpha = 90^\circ$ 鋼板
 純モーメントによる曲げ

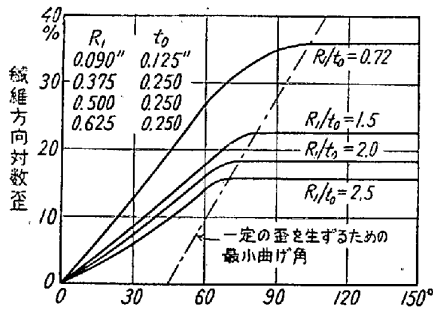


図 39 曲げ角による繊維方向最大歪 (Sachs)
 材質 24ST

限界曲げ半径 R_{1min} を簡単に予測するにはつぎの実用式が用いられる。表面繊維の破断臨界歪を ϵ_B とすれば

$$\epsilon_B = 1 / \left(\frac{2R_{1min}}{t_0} + 1 \right), \quad \frac{R_{1min}}{t_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_B} - 1 \right) \quad \dots \dots \dots (28)$$

をうが、この ϵ_B を引張試験の破断伸び率相当値として R_{1min} を求めるのである。通常材料では $\epsilon_B = 0.10 \sim 0.40$ の範囲にあるから $R_{1min}/t_0 = 4.5 \sim 0.75$ をうが、この値は実用されう R_{1min} より概して大きい値を与える。

A. W. F.*では R_{1min}/t_0 を材料と板厚によつて変

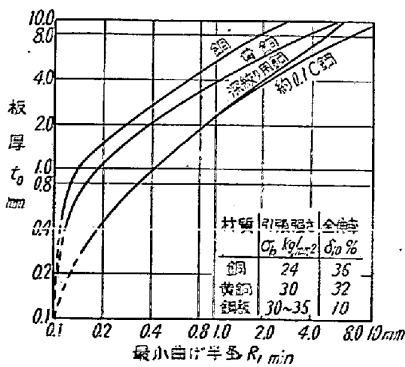


図 40 AWFの曲げ加工限界

えて図 40 を与えている。また、Makelt はつぎの経験式をアルミニウム合金に対し与えているが、他系の板にも応用可能である。

$$\frac{R_{1min}}{t_0} = 0.85 \cdot \frac{\sigma_b}{\delta} + 0.50 \dots \dots \dots (29)$$

σ_b = 引張強さ kg/mm², δ = 破断伸び率%

5. 曲げ代 (Bend Allowance)

製品の形状や、製品における穴相互位置が指定されて平板を曲げ加工することははなはだ多い。V型ダイスによる単純曲げでは材料の加工中の位置が確定せず製品誤差が大きくなる危険がある。ことに図 41 のごとく直辺部ウェブの長さが異なる場合には材料が型内で横に走り易い。このような場合には長い方のウェブを縮つけて掛け出された他のウェブを直角方向から曲げる方式が好ましい。この機構は図 42 に示され、第 2 節初めの 1 b の方法である。

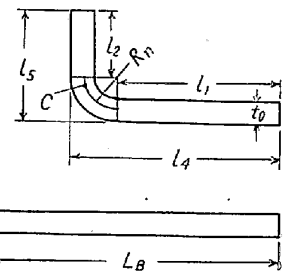


図 40 曲げ加工用ブランク

製品形状を与えてブランクの展開長を見積ることは大切な問題で、公差の厳しい場合には特に頭をなやますものになる。たとえば図 41 のごとき場合には長さ

$$L_B = l_1 + l_2 + \frac{\pi}{2} R_n$$

図 42 異なる長さのウェブの曲げ型

なるブランクを準備すればよい筈であるが、常に正確は期し難い。 R_n/t_0 が極く大きい場合 ($R_n/t_0 \geq 10$) には任意の曲げ角 α° に対し

$$L_B = l_1 + l_2 + \left(R_1 + \frac{t_0}{2} \right) \frac{\pi \alpha}{180} \dots \dots \dots (30)$$

により高い近似がえられるが、V型などによる鋭い曲げではこれでは不十分である。

近似度を高めるには真実の中立繊維の半径位置を知ること、曲げ角度による直辺部あるいは隣接部への変形の没入程度を考慮することが必要になる。それにはたとえば図 39 の曲線も一部の参考となる。

曲げ代 (Bend Allowance) は純曲り部を形成する長さとして計上される平板ブランクの長さで、実用上

* 独逸生産合理化委員会
 Ausschuss für die wirtschaftliche Fertigung.

$$C = (R_1 + k t_0) \frac{\pi \alpha}{180} \dots\dots\dots (31)$$

と置かれ、 k を調整係数として計算するか、あるいはつぎのセットバックなる量として計上する。たとえば図43のごとき寸法を与えた場合には

$$L_B = l_4 + l_5 - (2 - \frac{\pi}{2}) R_1 - (2 - \frac{\pi}{2}) k t_0$$

$$= l_4 + l_5 - D$$

とおき、

$$D = 2 (R_1 + t_0) - \frac{\pi}{2}$$

$$(R_1 + k t_0) \dots (32)$$

をセットバック (Set Back) と呼び、この値を表から求めるのである。

k の値に対する各種の推奨値を表7に、また、セットバックを求める図表を図44および45に示した。

5. a. 板厚および中立面半径の変化

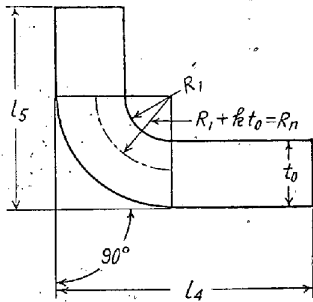


図43 セットバック $D = 2 (R_1 + t_0) - \frac{\pi}{2} (R_1 + k t_0)$

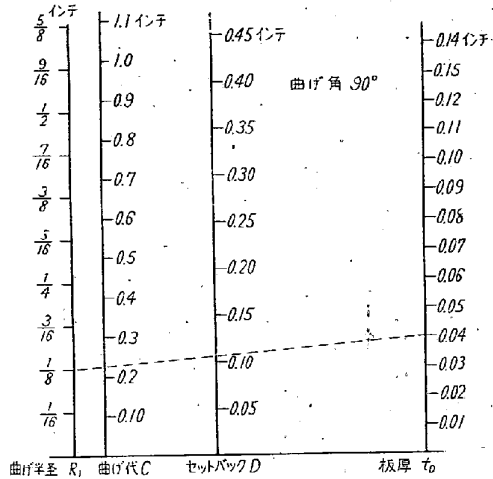


図44 曲げ角 90° における曲げ代およびセットバック (Diedesign handbook)

に含まれる材料面積が変形の前後で変わらないという性質を利用できるから、

$$t_0 R_n d\theta = \frac{1}{2} d\theta$$

$$\{ (R_n + \eta)^2 - (R_n - \eta_1)^2 \}$$

$$t_0 = \eta + \eta_1 + \frac{1}{2 R_n}$$

$$(\eta^2 - \eta_1^2) \dots (33)$$

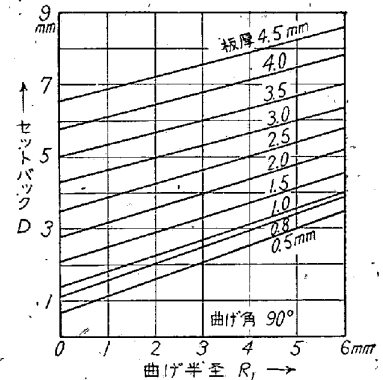


図45 曲げ角 90° に対するセットバック

表7 k 値

推奨者	Crane	Hinman	Abrahamson	Mallet	
条件	—	軟鋼を圧延繊維に直角な軸で曲げ	曲げ半径が板厚の2倍以上のとき	10~24番ゲージ軟鋼板	
k	0.4	1/3	1/2	0.2	0.446~0.50

異なる加工度に対する k 値 (Oehler)

R_1/t_0	5.0	3.0	2.0	1.2	0.8	0.5
k	0.5	0.45	0.45	0.35	0.3	0.25

完全塑性体 (歪硬化なし) の均一曲げを歪増分理論で解けば板厚変化は無いという結論が出てくる。ただし、平面歪の場合である。この結論は板厚の中央に長さの不変な繊維が存することを意味するもので、ひいて (30) 式の成立を肯定する結果になる。現実には周知のごとく曲げ部の板厚は減じ、さらに長さ不変の繊維の半径位置が板厚中央より圧縮側に遷移するのである。理由は実作業において均等曲げ条件が充たされないことおよび、隣接部への歪の浸入などが主なものであろう。

ところが平面歪の仮定の下に全歪理論を適用すれば簡単に板厚変化、中立繊維半径などを求めうる。曲げ面内で中立繊維の長さ $dL = R_n d\theta$ が挟む微小曲げ角 $d\theta$

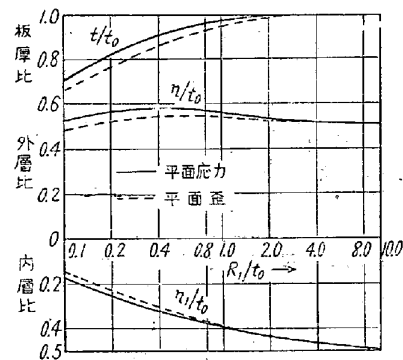


図46 曲げにおける板厚変化計算値 (益田)

をうる。ただし、 η , η_1 は中立繊維より外表、内表までの厚さとする。

$$\text{変形後の板厚は } t = \eta_1 + \eta \dots\dots\dots (34)$$

で、中立繊維 (長さ不変繊維) の半径は

$$R_n = \sqrt{(R_n + \eta)(R_n - \eta_1)} \dots\dots\dots (35)$$

となることが応力関係から出てくる。(33), (35) において R_n および t_0 を与えれば、 η , η_1 を求めることができる。図46は板厚変化に関する益田、室田らの計算

結果の一例である。

6. 曲げ加工法

曲げ加工法, 加工機械, 型設計の問題が残るが, 詳細はつぎの文献に譲る。

文 献

1. 曲げ加工全般および解析

- (46) 益田森治監修, 室田, 戸沢, 森田, 長屋著: 薄板の曲げ加工, 工業技術全書(誠文堂)(昭33)
- (47) 益田森治, 中村哲哉: 薄板の曲げ加工の研究(第1報)機械学会論文集, 18巻 71号 26~30 ページ(昭27)
- (48) 益田森治, 室田忠雄: 同上(第2報)同上 20巻, 90号, 114~118 ページ(昭29)
- (49) 益田森治, 森田 稔, 室田忠雄: 同上(第3報), 21巻, 106号, 431~436 ページ(昭30)
- (50) 益田森治, 森田 稔: 同上(第4報), 22巻, 118号, 412~417 ページ(昭31)
- (51) 益田森治, 戸沢康寿: 薄板の塑性曲げについて(第1報), 機械学会論文集, 16巻, 53号, 129~132 ページ(昭25)
- (52) 戸沢康寿: 同上(第2報), 同上, 18巻, 70号, 43~48 ページ(昭27)
- (53) 戸沢康寿: プレスによる薄板の曲げ加工(第1報)千葉大工学部研究報告, 第2巻, 3号 91~100 ページ(昭26)
- (54) 戸沢康寿: 同上(第2報)同上, 第3巻, 5号, 41~46 ページ(昭27)
- (55) 戸沢康寿: 同上(第3報)同上, 第5巻, 8号, 1~5 ページ(昭29)
- (56) 斎藤浩一: 金属板曲げ加工について(第1報)機械学会論文集, 16巻, 53号, 133~138 ページ(昭25)
- (57) 斎藤浩一: 同上(第2報)同上, 19巻, 79号, 53~58 ページ(昭28)
- (58) 斎藤浩一: 同上(第3報)同上, 20巻, 90号, 49~55 ページ(昭29)
- (59) 斎藤浩一: 同上(第4報)同上, 21巻, 102号, 103~109 ページ(昭30)
- (60) Schroeder, W. Mechanics of Sheet-Metal Bending, Trans. A.S.M.E. Vol. 65 p. 817 (1943)
- (61) Lubahn, J. D. and Sachs, G. Bending of Ideal Plastic Metal, Trans. A.S.M.E., Vol. 71 p. 201 (1950)
- (62) Hill, R. Plasticity pp. 287~294 (Oxford) (1950)
- (63) Wolter, K. H. Freies Biegen von Blechen, Forschungsheft 435, VDI. B, Bd. 18 s. 1~32 Nr. 435 (1952)
- (64) Kienzle, O. Scientific Points of of Comparison between the various Methods of Bending Sheet Metal, Microtecnic, Vol. 9 No. 4, pp. 177~184 (1955)

2. スプリングバック

- (65) 戸沢康寿: 垂直力附加によるスプリングバックの

変化, 千葉大工学部研究報告, 第7巻, 11号, 1~9 ページ(昭31)

- (66) 益田森治, 室田忠雄: 薄板のV型曲げにおける変形過程とはね返り, 機械学会誌, 61巻, 474号, 799~806 ページ(昭33)
- (67) Gardiner, F. J. The Spring Back of Metals, Trans. A.S.M.E. Vol. 79, No. 1 pp. 1~9 (1957)
- (68) 戸沢康寿: Theoretical Study of Effect of Pressing and Stretching on Spring Back. Proc. 7th Jap. Nat. Cong. App. Mech. pp. 49~56 (1957)
- (69) —: Berichtigung der Rückfederung im U-Biegegesenk, Werkst. u. Masch. bau. 42 Jg. Heft 7 s. 295 (1952)
- (70) —: Compression Forming sets Precise Shapes, Metalworking Prod. Vol. 101 No.32 pp. 1384~1386 (1957)
その他文献(45)(48)(49)参照。
- #### 3. 曲げ加工法
- (71) H. Hilbert: Stanzereitechnik Bd II s. 40~133 (C. Hanser) (1949)
- (72) A.S.T.E.: Die Design Hand Book (McGraw) (1955)
- (73) Wagner, R.: Cold forming of channels on a vertical hydraulic press, Machinery (London) Vol. 84 No. 2146 pp. 12~14
- (74) Fuchs, P. J.: Realizing the "Impossible" in Precision bending machinery (A) Vol. 64 No.6, pp. 160~172 (1958)
- (75) Trippe, P.: Special tooling for forming tubular Parts. The Machinist, Vol. 98 No.16 pp. 641~648 (1954)
- (76) —: Bending operations in spectacle frame manufacture, Machinery (London) Vol. 81 No.2076 pp. 380~381 (1952)
- (77) Metternich: Rationelles Biegen von Rohrleitungen, Werkst. u. Masch. bau. 43Jg. Heft 7, s.330~331 (1953)
- (78) —: Rohrbiegemaschine Werkst. u. Masch. bau. 43 Jg. Heft 4, s. 164~165 (1953)
- (79) Clarke, H. F.: Accurate bending of rectangular tubing Machinery (London) Vol. 83 No. 2136 pp. 801~804 (1953)
- (80) Ashburn, A. Bending and forming titanium Metal Working Production, Vol. 100, No.2 pp. 57~59 (1956)
- (81) Adle, J. M.: How to bend Aluminium tube and bar, The Machinist, Vol. 98 No.29 pp. 1261~1268 (1954)
- (82) Pesak, F.: Bending thin-wall tubing, Machinery (London) Vol. 84 No.2148 pp. 129~133 (1954)
- (83) Zürcher, F. W.: Das Biegen von Blechen auf Walzen-Biegemaschinen Industrie-Anzeiger Nr. 83 s. 27~30 (1954)
- (84) Johnson, A.W.: Heavy bending operation, Machinery (London) Vol. 92, No.2358 pp. 203~204 (1958)