

翻譯

引 拔 壓 延

IV 數 學 的 考 察

根 守 侃*譯

數 學 的 考 察

次に引拔壓延作業に對して純粹の數學的觀點から考察して、重要な結果を得たのであるが、これは引拔壓延作業に對して有效なるもので、特に機械、力學的關係の知識に對して重要なもので、今後引拔壓延の發展に對し、如何なる所に考慮を拂つたらよいか、といふ事に對しても、この數學的研究の結果は一顧を要するものである。

引拔壓延の特性は、材料軸に對してロール軸が傾斜してゐる事である。このシステムを考慮する事が、壓延過程中に於ける多くの要素の變化を説明する根柢となるもので、かかる研究の補助によつて、總ての引拔壓延方法に附隨する現象、並にその差異等を完全に且明かに知る事が出来るのである。この附隨現象の一つはロールと材料の接觸個所に於けるロールの周速度の方向、及び大きさであつて、壓延過程は實際にこの因子に影響され、これによつて壓延中の鋼塊の運動が決定されるのである。

引拔壓延の特質は主として材料が、各断面に於けるロールのカリバー、及びドルンの位置に應じてなされる回轉運動で前進される、といふ事に存するのである。この場合半回轉で鋼塊の断面がロールから受ける加工を、丁度普通の壓延方法に於ける一つのパスとして考へる事が出来る。このパスの數は、壓延の始めから終り迄回轉數に關係するもので、二段ロールの壓延作業では、パスの數は或る最低値以下には下らぬ様に、引拔壓延作業でも同様な事が成立し、鋼塊から製品迄漸次變形させる必要があり、急激に断面の變化を生ぜしめる事は許されない。従つて鋼塊の通過するカリバーの數は、十分なければならず、ロールの入口から出口迄回轉數は、最低値で行はなければならない。

次に引拔壓延に於ける鋼塊の加工に對して重要な事は、半回轉で生ずる材料の前進である。何故なれば、これによつてカリバーの數が決定されるからである。

前進速度の回轉速度に對する關係は、かかる根據から常に一定の最高限度で結ばれて居り、如何なる方法でも絶対にこの限度を越す事は出来ない。引拔壓延方法の前提條件として、是非この事は必要であつて、この一般原理を解釋すれば、實際的に材料軸に對してロール軸は任意の傾斜を與へる事は出来るが、前進速度比は最大限度を越す事が出来ない、といふ問題が生じてくる譯である。

引拔壓延作業のシステムを數學的に検討すると、次の如き事が認められる即ちロールの周速度とこれより生ずる材料の前進及び回轉速度の比は、材料軸に對するロール軸の各傾斜度で常に一定でなく、各位置で異なるもので、或る一定法則に従つて變化するものである。

この法則により、第一にロールと材料の接觸位置をきめる事が緊要で、この接觸位置で、ロールの周速度は一定の分力に分解される

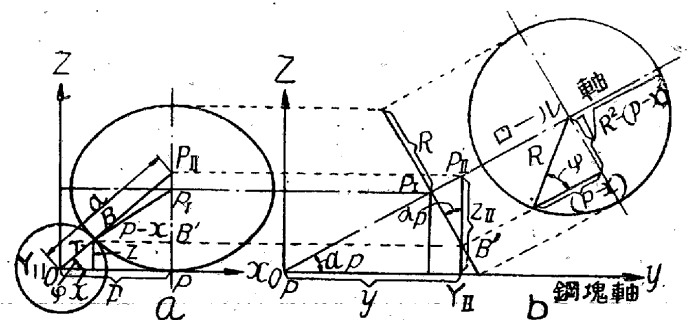
事が認められる。そこで先づロールと材料との間の實際の接觸が一點で行はれなく、加工の初めに第2圖に示した様な一つの作用面で接觸する、といふ事が考へられる事になるが、鋼塊の表面上の一點は、ロールから與へられる速度の方向によつて一定の運動を爲すといふ事は、この際確實に假定出来るのである。ロールの軸が鋼塊軸に最も近接してゐる場所では、鋼塊の表面上の點は作用面の内部へ動き、そして再びロールから離れる。かかる位置では運動方向は最も近接して半回轉するが、是が全壓延過程のもとになる。

若しこの假定を認めないで、作用面の内部の一點が更に一定の方向に進むとしても、後に述べる速度方向の變化は、かかる點に對して相當の訂正をされてゐるから、間違ひないものである。

純粹の幾何學的問題として、先づ第一に材料軸とロール軸の傾斜に對して特に考慮を拂ひ、材料軸に最も近いロールの表面點の軌道(圓)を探りあげ、これに就て研究した。

兩軸の傾斜を考へる場合、何時も先づ兩軸の最も近接したシステムの中心點に就て理解する必要がある。この中心點は鋼塊軸と同時に、ロール軸に對しても法線上にある様に示される點である。

第52圖により數學的關係を簡単に座標軸 x, y, z を以て示した。



第52圖 引拔壓延作用の幾何學的圖示によるロールと鋼塊の接觸點並に鋼塊に及ぼされる速度方向の決定

x 軸上、距離 P の所に中心點があり、鋼塊の軸は y 軸に重なる。中心點で常に長さ P 、傾斜角 α_p となる。更にロールの徑 R 、ロール軸點 P_1 で座標は $X_1 = P_1 y_1, Z_1 = y_1 \tan \alpha_p$ となる。こゝでロールの形及び位置が與へられるとすれば、鋼塊の大體の形が、計算によつて出るが、一方ロールのカリバーを切るに際しては、自然に逆の道を通り、鋼塊の變形から考へてロールのカリバーを切る事になるのであるが、ここでは事態を明瞭ならしめるために、かかる道を選んだのである。

ロールの表面點の圓軌道は、半徑 R でロール軸點 P_1 の周りをまはり、球 P_1 と、 P_1 でロール軸に直角に切斷した平面との關係方程式によつて定まる。

* 日本鋼管會社技術研究部

球

$$(x-p)^2 + (y-y_1)^2 + (z-y_1 \tan \alpha_p)^2 = R^2 \dots\dots\dots(1)$$

切斷平面

$$(y/y_1) \cos^2 \alpha_p + (z/y_1) \sin \alpha_p \cos \alpha_p = 1 \dots\dots\dots(2)$$

圓軌道 P₁ の y 軸からの距離は、只 X₁ 及び Z の函数で X-Z 面に透影すると楕圓

$$(x-p)^2 + (z-y_1 \tan \alpha_p)^2 / \cos^2 \alpha_p = R^2 \dots\dots\dots(3)$$

となる。接觸點 B の位置は従つて決定され、楕圓の法線は y 軸を通る (即ち、52 圖 a の α_z 面に於ける座標原點を通る)

接觸點 B の座標が x, y, z であるから、B を通る楕圓法線と座標原點との關係式

$$z = \{R^2 - (p-x)^2\}^{1/2} x / \cos \alpha_p (p-x) \dots\dots\dots(4)$$

の式が成立する。B を通るこの法線は、ロール軸は P₁₁ 點で切る、これを次の如く證明する。52 圖 a の P₁₁ B' の長さは 52 圖 b の P₁₁' B' に等しく、楕圓の性質から次の式が成立つ

$$P_1 B' = \{R^2 - (p-x)^2\}^{1/2}$$

第 52 圖 b で

$$P_{11}' B' = \{R^2 - (p-x)^2\}^{1/2} / \cos \alpha_p$$

第 52 圖 a の法線の傾斜は

$$\tan \varphi = z/x = P_{11} B' / BB' = P_{11} B' / (p-x)$$

$$= \{R^2 - (p-x)^2\}^{1/2} / \cos \alpha_p (p-x)$$

$$P_{11} B' = \{R^2 - (p-x)^2\}^{1/2} \cos \alpha_p$$

従つて P_{11}' B' = P₁₁ B'}

これにより、ロールと材料の接觸點で、鋼塊とロール軸の間で鋼塊軸に直角な結線が存在する事が明かになる。接觸點 B を定めたら、次にロールの周速度が如何に前進速度 V と回轉速度 D に導かれるかを計算する。

第 52 圖 a 及び b から次の事が知られる。

前進速度 V はロールの周速度が U の時は

$$V = U \cos \psi \cdot \sin \alpha_p = (2\pi R n / 60) \cos \psi \sin \alpha_p$$

$$\cos \psi = (p-x) / R$$

$$V = (\pi n / 30) (p-x) \sin \alpha_p \dots\dots\dots(5)$$

この等式は簡單明瞭の點からみて不満足な點が多い。そこで前進速度の絶対値は、直接接觸點の X 横座標だけからきめられる可きである。何故なれば、他の總ての大きさは一定だから、前進速度の大きさは前述の原理による座標系から圖面上定められるものである。

然しこれ等の式を實際に利用するには、幾何學的の圖解をしないでは困難である。何故なればロールの周速度は、常に既知のものばかりでないからである。尚ロールの徑如何に依らず、周速度の方向の變化によつて材料の前進が影響を受けるが、その變化は常に一定のものでない。これから次の加工が爲される。

第 52 圖 a, b より

$$\{R^2 - (p-x)^2\}^{1/2} = (z_{11} - z) \cos \alpha_p$$

$$z = z_{11} (x/p) \quad z_{11} = y \tan \alpha_p$$

装入及び加工により次の式が示される

$$(p-x) = R_p / \{p^2 + y^2 \sin^2 \alpha_p\}^{1/2}$$

$$\text{次に } V = (\pi R n / 30) \{p \sin \alpha_p / (p^2 + y^2 \sin^2 \alpha_p)\} \dots\dots\dots(6)$$

従つて前進速度 V は周速度の分速度

$$p \sin \alpha_p / \{p^2 + y^2 \sin^2 \alpha_p\}^{1/2}$$

に關係する。

y は單一變數として、この因子の大きさを決定するから、周速度の一部としての前進速度 V は y の増加と共に減少し、即ち變形斷

面が中心點より遠ざかる程 V は一層小さくなる。

回轉速度は

$$D = U \sin \psi \cdot \sin \varphi + U \cos \psi \cos \alpha_p \cos \varphi$$

$$\sin \psi = \{R^2 - (p-x)^2\}^{1/2} / R$$

$$\sin \varphi = \{R^2 - (p-x)^2\}^{1/2} / \{R^2 - (p-x)^2 \sin^2 \alpha_p\}^{1/2}$$

$$\cos \psi = (p-x) / R$$

$$\cos \varphi = (p-x) \cos \alpha_p / \{R^2 - (p-x)^2 \sin^2 \alpha_p\}^{1/2}$$

$$D = (\pi n / 30) \{R^2 - (p-x)^2 \sin^2 \alpha_p\}^{1/2}$$

P₁₁ Y₁₁ の長さが a で、鋼塊の徑が r であると第 52 圖 a, b より

$$a - r = \{R^2 - (p-x)^2 \sin^2 \alpha_p\}^{1/2} / \cos \alpha_p$$

従つて

$$D = (\pi n / 30) (a - r) \cos \alpha_p \dots\dots\dots(7)$$

これより速度の絶対値は圖より直接理解出来る。

等式 (7) に於て

$$D = (\pi n / 30) a \{1 - (r/a)\} \cos \alpha_p$$

$$r/a = x/p$$

$$a = \{p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p\}^{1/2}$$

$$D = (\pi n / 30) (a/p) (p-x) \cos \alpha_p \dots\dots\dots(8)$$

$$D = (\pi R n / 30) [(p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p) / \{(p^2 / \cos^2 \alpha_p) + y^2 \tan^2 \alpha_p\}^{1/2}] \dots\dots\dots(9)$$

(9) 式の平方根内の分子は分母より速かに増加するから、D は y の増加と共に増す。

V の減少と同時に D の増加と共に、ロールパスの數に對し V : D の比は材料の中心點から前へ進むにつれて小さくなり、従つて中心點に於けるロール軸は、理論的には任意の傾斜をとり得る可能性がある事になる。依つて引拔壓延は、ロールと材料軸が如何なる角度に傾斜してゐる時でも出來得る事になる。若し中心點が正確で、加工の位置(y)で V : D の比が所要の大きさをもつ様な場合は

等式(5)を(8)で割れば

$$V/D = p \tan \alpha_p / a = p \tan \alpha_p / (p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p)^{1/2} \dots\dots\dots(10)$$

かかる V : D の比の變化は、引拔壓延過程中的周速度の方向の變化と同意義を有し、材料軸に對する傾斜は V : D の比により、即ち一定角 α₁ の正弦で決定される。ロールの實際の周速度はロールと材料の接觸點に於て二つの分速度 V と D に分けられるが、この二つの直角方向の三つの分速度には分割されないもので (V² + D²)^{1/2} = 周速度 π R n / 30 となる。

第 52 圖の x y z 座標軸が y 軸の周りを α₁ だけ回轉すると新しい x' y' z' 座標系に於て鋼塊軸に垂直にロール軸と結ぶ線 P₁₁ Y₁₁ は x'-y 平面に存在する事になる。(第 53 圖)

そしてロール軸の方向は、P₁₁ 點で x' y 面につき當り新しい座標系に關係して來て、x' y 面及び z' y 面の兩面に透影して、ロール軸と y 軸は二つの角を生ずる。即ち 53 圖の陰線を施した部分の如く、z' y 面に於ては α₁, x' y 面に於ては β₁ である。

第 53 圖より

$$\tan \alpha_1 = p \tan \alpha_p / (p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p)^{1/2} \dots\dots\dots(11)$$

$$\tan \beta_1 = y \tan^2 \alpha_p / (p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p)^{1/2} \dots\dots\dots(12)$$

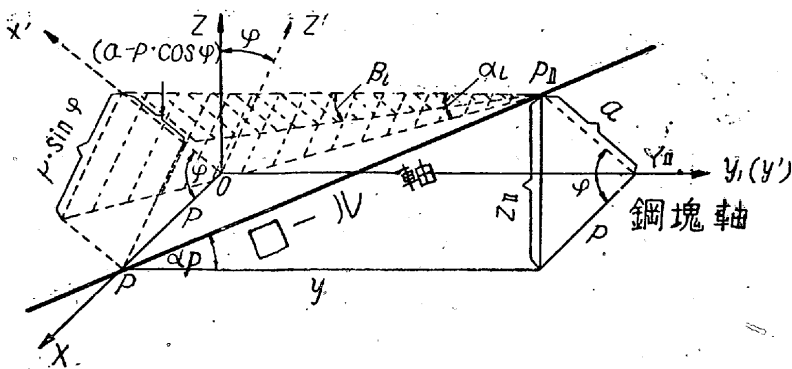
(10) と (11) の等式より次の式が示される

$$\tan \alpha_1 = p \tan \alpha_p / (p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p)^{1/2} = p \tan \alpha_p / a = V/D$$

V : D の比は、唯 α₁ の大きさによつて定まり、これが引拔壓延をすすめる上の根本的の重要性を有する事になる。

總ての引拔壓延法に於て、α₁ は一般に等しく、且最高限度を有し、これが總ての引拔壓延方法に對して共通原理を爲すものである。

前進速度及び回轉速度に對する式は簡單に次の如くなる。



第 53 圖 角 α と β の立體圖示

$$V = (\pi Rn/30) \sin \alpha_1 \dots \dots \dots (13)$$

$$D = (\pi Rn/30) \cos \alpha_1 \dots \dots \dots (14)$$

α_1 に対して β_1 は常に異なるものでこの差によつて 壓延法そのものの差異が生じて来るものである。

普通引拔壓延に於て兩角 α_1, β_1 は、實際的に α_1 はロールの水平面に対する傾斜角度、即ち軸受の中心の高さによつて定まつてしまふが、 β_1 はロールの調節で廣い範圍に變へる事が出来る。 β_1 を 0° から 90° 迄變へるにマンネスマンで $\beta_1 \sim 0^\circ$ 、スチーフエルで $\beta_1 \sim 30^\circ$ その他の圓盤壓延装置では、 $\beta_1 \sim 80^\circ$ といふ具合になる。

α_1 はロールのパスの數で決定され、 β_1 はロールの徑の變化及び各變形斷面に於ける周速度の絶對的の大きさの差異に影響され、従つて β_1 は前進力の違ひによる鋼塊の長さの伸び並にロールと材料の回轉比の變化に依る鋼塊の涙りに對し實際的作用を及ぼす。

即ち各値の間には、何れも數學的の關係があつて、これ等の値を數學的に検討するのが最も速かで簡単な決定法で、その重要性も實際的に説明し得る事になる。

これ等全部の因子が關係する處の重要な値は、既述の等式から生ずるもので、鋼塊軸に垂直にロール軸と結ぶ線

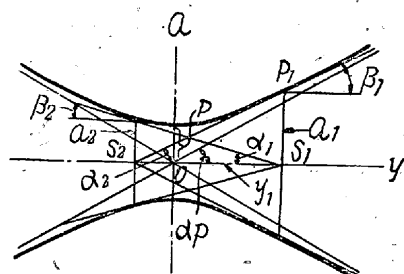
$$a = (p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p)$$

なる式となる。この式は雙曲線を示すものである。

(12)の式から

$$\frac{da}{dy} = y \tan^2 \alpha_p / (p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p)^{3/2}$$

となり、變曲線のある點(ロール軸點)に接する。この切線の傾斜



第 54 圖 ロール軸と一定距離にある雙曲線より α, β の圖解的決定

により、 β_1 が定まる。第 54 圖に於て P_1 點の切線で β_1 が示されてゐる。 P_1 點より y 軸に垂線を下ろし、その足 S_1 點より雙曲線に切線を引き、 P_2 點でこれに接すると、この $P_2 S_1$ の切線の式は次の如くなる。

$$\frac{d\alpha_2}{dy_2} = p \tan \alpha_p / (p^2 + y^2 \tan^2 \alpha_p)^{3/2}$$

そしてこの y 軸に対する角度は、 P_1 點に於ける周速度の分割によつて生ずる角度に等しくなる。

この $P_1 \propto P$ より成る雙曲線から、各ロールの軸上の點に於て、 α_1, β_1 が簡単に圖により決定される。

P_1 點に於ける切線は、 a_1 の足 S_1 と、 P_2 を通つて引かれる切線と同様な切線影を有し、従つて α_1, β_1 は圖から一層簡単に且正確に測定出来る事になる。

尙 54 圖に於て、點 P_1, P_2 は互に一定の關係を有し、これにより α, β は直接關係を有し $\alpha_1 = \beta_1, \beta_1 = \alpha_2$ である。

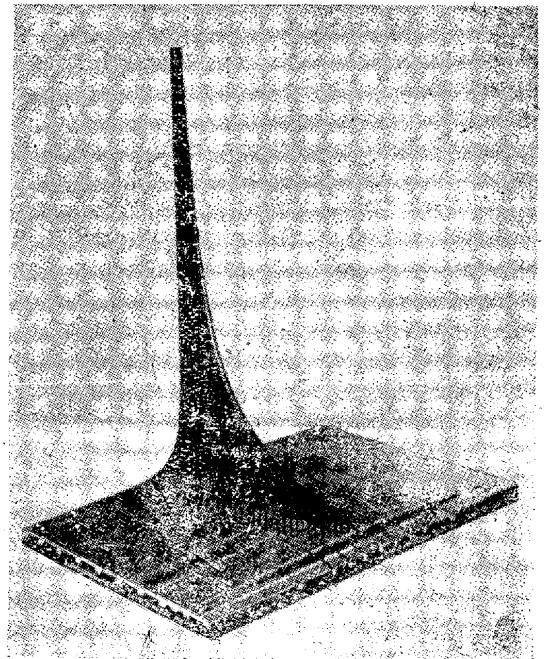
この二つの角同士の更に重要な關係は、次に示す \tan の 2 乗の關係式(球平積)である。

$$\tan^2 \alpha_1 + \tan^2 \beta_1 = \tan^2 \alpha_p$$

即ちロール軸の各點で、直角三角形の兩角の \tan の値は $\tan \alpha_p$ に合成される。 α_1, β_1 及び a が一定のロール軸點で求められると、これからして、他の總ての値、その内特に重要な $P_1 \propto P$ が直ちに定められる。總ての研究に於て α_1, β_1 は根本的に重要なものであると説明されてゐるが、中心點及びロール軸から或る距離に於けるロール軸の傾斜角度に關聯して、 $\tan \alpha_1, \tan \beta_1$ の變化を考察するのは、引拔壓延法の差異や、引拔壓延作業の可能性を判斷する上に明確な方法である。

次にこの算出結果を線圖を應用して第 55, 56, 57 圖の如き、立體曲線圖をもつて示した。

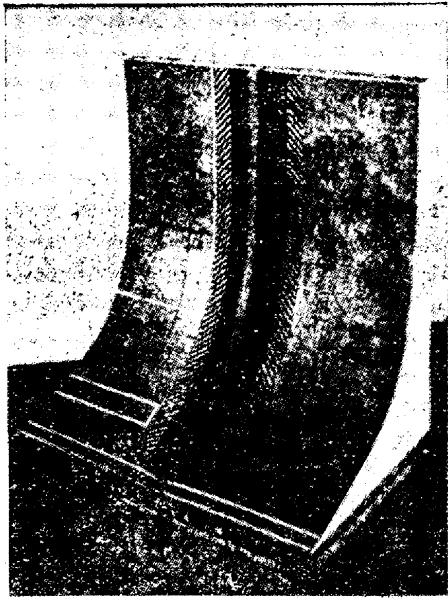
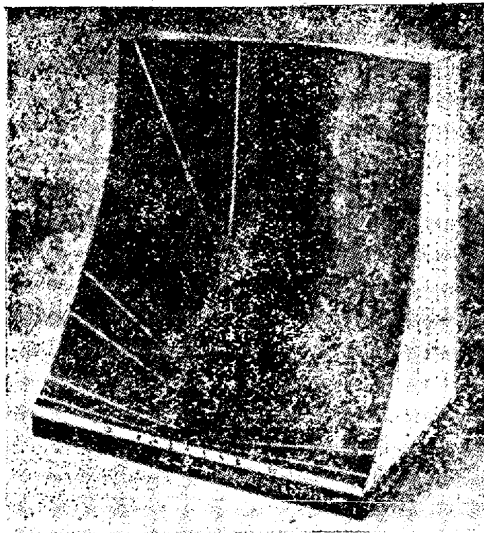
中心點に於て傾斜角を 10° づつ 0° から 90° 迄變へて、各々に於ける y 軸に対する $\tan \alpha, \beta$ 及び a を計算し、立體圖内に細い線を引いた。純數學的研究にとつて、前進速度と同轉速度の比が最も重要な値である。これと同じく $\tan \alpha_1$ の値を求める事も、數理的



第 55 圖 α_1 空間曲線圖

検討の基となるものである。

第 55 圖の $\tan \alpha_1$ の圖は、一般に總ての状態圖、並に引拔壓延を考察する上に鍵ともなるものである。何故なれば $\tan \alpha_1$ は單一の因子で、この大きさはここに描かれた形に於ける引拔壓延の可能

第56圖 β_1 空間曲線圖第57圖 a 空間曲線圖

性と密接な関係を有するからである。 α_1 の變化は、中心點に於てやや傾斜した様な部分に對しては、その絶対値はさして重要なものではない。然し α_p が大きくなる程、 α_1 の全變化は中心點の近くに集つて來て、立體圖の中心で傾斜が緩かになる。而して次第に背面に向つて急激に上昇し、遂に無限に近接して、急傾斜を描いて進む様になる。

例へば $\alpha_p=80^\circ$ といふ様な傾斜度の大きい部分では、 α_1 は中心點から實際壓延し得る値迄急降下し、中心から6倍の距離では、 α_1 は僅かに 10° である。 $\alpha_1=10^\circ$ は實際に行ひ得る引拔壓延作業の上限で、 10° 間隔に水平面に平行な断面で切るとこの立體圖は二つの範圍に分割され、下半分の明るい部分では、引拔壓延作業をなし得る事を示し、後の暗い部分は實際に利用し得ない部分である。

然し圖に示した様な $\tan 10^\circ \sim 15^\circ$ の間の $\alpha_1=10^\circ$ づつの分割範圍内に對しては、實際の試験作業は行はれてゐない。然し $\alpha_1=15^\circ$ より大なる値も、如何なる引拔壓延作業でも、全鋼塊を中空粗材に加工する際に、別に不都合を招く様な事もなく使用し得るといふ事は、確かに假定する事は出来る。

$\tan \alpha_1$ 圖の明るい底面の大きさは、引拔壓延作業の設備に如何に

廣い自由な餘地があるかを示すものである。然し各作業の特性によつて、色々の加工範圍はとり得るものであつて、これ等に就ては、第55圖だけからは知る事が出来ず、従つて $\tan \beta_1$ と a の關係圖をこの際補助として用ひられる。

これ等の圖にも、 $\tan \alpha_1$ 圖に於て示した處の完全に利用されない暗部と、多分利用されないと思はれる罫線を施した部分に相當する部分が示してある。各壓延方法の特性は、三つの切斷面によつて分けられた水平面に垂直なる三つの圖、及び切斷線に續く y 軸とによつて示され、この切斷線は破線で描かれてゐる。

$\tan \beta_1$ 圖(第56圖)に於て、この破線は實際に作業し得る圖の明るい部分を、水平面に平行に走り、中心點近くで急激に β_1 の變化する部分が非實用の暗部になつてゐる。従つて β_2 は總ての實行可能な引拔壓延作業方法に於て、相近接した水平線で同じ値をとり、壓延が進むと共に只僅かにその絶対値を變へるにすぎない。

第57圖は a, y の關係圖を示すものである。互に比較し得る値を保持する爲には、中心からの距離 p は各傾斜度の部分で等しかる可きであるから、第57圖の雙曲線の頂點(中心點)は圖の中心にあり、水平面に平行してゐる。

a 及び y に對しては、同じ測尺を用ひ、中心點を $a=p=i$ とすれば、 y は簡単に P の何倍かになり、デメーションはこの場合全然影響がない。

a 圖に於て、雙曲線の頂點が狭い前面の筋迄暗色面で切り取られ、その儘残してゐる雙曲線の枝線は、一定に上昇し、その傾斜は中心點に於ける傾斜角度の大きさにより多少強くなる。雙曲線の頂點が切られるといふ事は、如何なる引拔壓延方法に於ても、 α_p が 10° 以上の値をとる時は、中心點はロールスタンドの内部に存在する事が出来ない、といふ事を意味するものである。

この點が一般の引拔壓延方法の間で重要な差異を生ぜしめる事になる。中心點がロールのカリバーの面内にあるか、又は有り得る處の特殊の方法が即ちマンネスマン引拔壓延方法である。傾斜角はマンネスマン引拔壓延作業に於ては、常に 10° より小さく、従つて如何なる位置でも大した値には達しない。即ち唯僅かの變化しか受けない。マンネスマン引拔壓延作業に於ては、材料が中心點の上へも、又それから離れても移動出來て、さもない場合は、その位置は何か特殊の意味があるといふ點が目立つてゐる。

以上三つの立體圖内の曲線によつて、鋼塊の運動方向が定められたが、これによると、常に圖の右の角から材料が入り、左へ出る様に動き、従つてマンネスマン法の特徴として、線で區劃した明るい加工範圍が、圖上全部の長さに引伸される事がわかる。

マンネスマン以外の方法は、鋼塊全部から中空粗材に壓延される處のスチーフエル法、及び各種の圓盤壓延法である。

スチーフエル圓錐装置は、普通約 $\alpha_p=30^\circ$ の傾斜で作業される。 $\alpha_p=30^\circ$ に對する切斷線で56圖では、 $\tan \beta_1$ は可成りの値に達して居り、57圖では約 30° の角度で均一に増加する事を示してゐる。

a 及び β_1 と共にロールの徑は比較的著しく増加し、ロールの周速度と材料の前進速度は、中心點からの距離に比例して明かに増加する事になる。従つてスチーフエル壓延作業は、他の總ての圓盤壓延作業と同様に、前進速度の増大に一致して、鋼塊の長さの伸びが現れ、何れも中心點から離れて壓延が行はれる事になる。このためスチーフエル及び圓盤壓延作業に於ける加工範圍は、前掲の三圖面の左半分だけとなり、圖に於てこの加工範圍は明るい曲線で區劃されて居り、矢の方向はこの場合の加工の方向を示すものである。